

DECAIMIENTO ALFA: UNA REVISIÓN A LA TEORÍA DE GEORGE GAMOW**ALPHA DECAY: A REVIEW OF GEORGE GAMOW'S THEORY**¹José Guillermo Trujillo Jaramillo, ²Edison Ramiro Acurio Armas, ³José Ignacio Trujillo Galarza¹Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, ²Escuela Técnica de la Fuerza Aérea ETFA,³Universidad de Investigación de Tecnología Experimental Yachay Tech.e – mail: ¹jgtrujillo1@espe.edu.ec , ²eracurio@espe.edu.ec , ¹jose.trujillo@yachaytech.edu.ec

Revista Energía Mecánica Innovación y Futuro, X Edición 2021, No. 9 (09)

Resumen

La radiactividad es el proceso de desintegración y transformación espontánea de núcleos atómicos volátiles, seguido de la emisión de radiación. George Gamow fue capaz de utilizar la mecánica cuántica para explicar el fenómeno radiactivo del decaimiento alfa a través de un proceso llamado tunelización. Las partículas α son estructuralmente equivalentes al núcleo de un átomo de Helio y constan de dos protones y dos neutrones. Básicamente el argumento es que una partícula alfa no necesita tener suficiente energía para superar la barrera potencial del núcleo, simplemente tunelea a través de él. En este artículo se hace una revisión a los conceptos y se desentrañan los cálculos que utilizó Gamow para poder explicar su teoría de decaimiento.

Palabras Clave: Decaimiento alfa, radiactividad, tunelamiento cuántico, mecánica cuántica.

Abstract

Radioactivity is the process of spontaneous decay and transformation of volatile atomic nuclei, followed by the emission of radiation. George Gamow was able to use quantum mechanics to explain the radioactive phenomenon of alpha decay through a process called tunneling. The α -particles are structurally equivalent to the nucleus of a helium atom and consist of two protons and two neutrons. Basically the argument is that an alpha particle does not need enough energy to overcome the potential barrier of the nucleus, it tunnels through it. This article reviews the concepts and unravels the calculations that Gamow used to explain his theory of decay.

Keywords: Alpha decay, radioactivity, quantum tunneling, quantum mechanics.

1. Introducción

1.1. Radiactividad

La radiactividad es el proceso de desintegración y transformación espontánea de núcleos atómicos volátiles, seguido de la emisión de radiación [4]; también se le conoce como decaimiento nuclear. La radiactividad ha evolucionado mucho desde que fue descubierta por Henri Becquerel en 1896. Becquerel notó que las sales de uranio producían una radiación invisible que atravesaba metales y cuerpos opacos a la luz, así como vidrio y otras sustancias transparentes [4].

A principios del siglo XX, Marie y Pierre Curie lideraron el uso de Radio (Ra) para el tratamiento del cáncer [4]. En 1931, Ernest Lawrence construyó el primer ciclotrón funcional capaz de acelerar protones, deuterones o iones de helio (partículas α) a energías capaces de penetrar núcleos atómicos y producir, así, numerosos isótopos estables y radiactivos [4]. Ernest Rutherford y Paul Villard, entre 1899 y 1901, clasificaron la radiación según su poder de penetración en tres tipos: alfa (α), beta (β) y gamma (γ) [9]; siendo alfa y gamma la menos y más penetrante, respectivamente. Al principio, se desconocía la naturaleza de estas radiaciones, pero, después de todo, serían descritas. En 1900, Becquerel demostró que las partículas β son de hecho electrones [9]. En 1907, Rutherford y Thomas Royds concluyeron que las partículas α eran núcleos de helio doblemente ionizados, y William Henry Bragg demostró que los rayos gamma eran radiación electromagnética [9].

El estudio de la radiactividad, es decir, la radiación nuclear y las fuentes de radiactividad, es muy importante debido a sus abundantes aplicaciones pacíficas en los campos de la medicina, la biología, la agricultura, la industria y la generación de energía eléctrica que son indispensables en nuestra vida cotidiana [4].

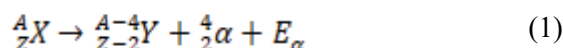
1.2. Modelo Atómico de Joseph John Thomson (Modelo del Pudín de Ciruelas)

En la primera década del siglo XX, se consideraba que el átomo era un volumen esférico uniforme de carga positiva (pudín) con electrones incrustados (pasas) [8]. Esta descripción del átomo es el modelo atómico propuesto por J.J. Thomson. Dicha percepción del átomo se mantuvo hasta 1909, antes del famoso experimento de la lámina de oro realizado

por Johannes “Hans” Geiger y Ernest Marsden bajo la conducción de Rutherford. El experimento de la lámina de oro consistió en disparar partículas α , es decir, núcleos de helio obtenidos a partir de bromuro de radio, hacia una delgada pieza de lámina de oro [6]. Los resultados observados mostraron una desviación de las partículas, por esta razón, Rutherford concluyó que la mayor parte de la masa del átomo y toda su carga positiva se concentraba en una región pequeña y compacta llamada núcleo cuyo radio era menor a 10-14 m [6].

1.3. El Misterio del Decaimiento Alfa

¿Qué es el decaimiento o desintegración alfa? Puede definirse como el proceso de desintegración nuclear a través del cual el núcleo padre emite una partícula alfa [4]. Las partículas alfa son estructuralmente equivalentes al núcleo de un átomo de helio y constan de dos protones y dos neutrones [4], se emiten como productos de desintegración de muchos radionúclidos que poseen un núcleo grande, predominantemente de número atómico mayor que 81 [4]. La ecuación para la desintegración alfa es [5]:



Por ejemplo, el radionúclido americio-241 se desintegra por emisión de partículas α para producir el nucleído hijo neptunio-237 de acuerdo con la siguiente ecuación [4]:



Una vez que se entendió mejor la estructura del átomo, surgió una nueva pregunta: ¿Cómo se emiten las partículas α de las sustancias radiactivas? La idea de Rutherford era separar el potencial en la vecindad del núcleo en dos partes:

- Dentro del núcleo (distancias <10-14 m), una parte no Coulombica actúa como fuerza de unión atractiva.
- Fuera del núcleo, una parte Coulombica actúa como fuerza electrostática repulsiva

Estos dos potenciales deben coincidir en el borde del núcleo (r_0). Para probar su suposición, Rutherford realizó experimentos de dispersión con partículas α a partir de torio radiactivo C (hoy en día conocido como polonio-212). De esta manera confirmó la existencia de la parte Coulombica en uranio hasta una altura

de al menos 8,47 MeV [7]. El hecho desconcertante era que se sabía que el uranio-238 emitía partículas α de menos de la mitad de la barrera potencial mencionada, exactamente 4,2 MeV. Bajo el marco clásico, es imposible que estas partículas escapen del núcleo. ¿Qué está pasando?, se inventaron muchas teorías tortuosas para intentar explicar este fenómeno; por ejemplo, el propio Rutherford postuló la idea de que quizá una partícula alfa en el interior del núcleo combinada con dos electrones se convertirá en un objeto neutro y, por lo tanto, podría escapar a través del potencial [7]. Sin embargo, es fácil ver las falencias de tal propuesta.

George Gamow entró en la historia cuando se encontró con el artículo de Rutherford de 1927 titulado "Estructura del átomo radiactivo y el origen de los rayos α ", en el que se discutía el misterio del decaimiento alfa. Gamow hizo uso de la mecánica cuántica para poder explicar que la probabilidad de que una partícula pase de una región, ambas separadas por una barrera de potencial finitamente alta, es diferente de cero [7]. La esencia de la solución de Gamow era que una partícula alfa no necesitaba tener suficiente energía para superar la barrera Coulombica del núcleo, simplemente tunela a través de él.

La intervención de Gamow fue la primera vez que la mecánica cuántica se aplicaba a la física nuclear utilizando el importante concepto de tunelización [7]. El tunelamiento ocurre en todos los sistemas cuánticos, de hecho, es crucial para la nucleosíntesis en las estrellas, y también puede haber jugado un papel esencial en la evolución del universo temprano [7]. Desde su comienzo, relatado aquí, la tunelación cuántica ha sido un tema de tendencia, con muchas aplicaciones hasta el día de hoy.

2. Cálculos Matemáticos

2.1. La Barrera Rectangular: Un Enfoque Simple

Para comprender el comportamiento general del sistema, es importante partir del caso simple de la barrera rectangular (Ver figura 1).

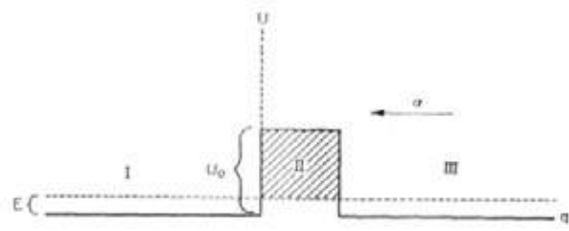


Figura 1. Esquema de Gamow para partículas α con energía E , incidentes desde la parte derecha, sobre una barrera cuadrada de altura U_0 y ancho l . Potencial $U(q)$. Tomado de [2].

Es evidente que solo existen "scattering states" en este sistema. Bajo este contexto, queremos encontrar la solución de la Ecuación de Schrödinger para una partícula, con energía $0 < E < U_0$, proveniente de la derecha. La solución será diferente para cada región del potencial.

- **Región I:** $q < 0$, la solución está dada por:

$$\psi_1(q) = A e^{ikq} + B e^{-ikq}, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (3)$$

- **Región II:** $0 < q < l$, la solución es:

$$\psi_2(q) = C e^{\kappa q} + D e^{-\kappa q}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} \quad (4)$$

- **Región III:** $l < q$, la solución es:

$$\psi_3(q) = F e^{ikq} + G e^{-ikq}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (5)$$

Aplicando condiciones de frontera para $\psi(q)$ y $\frac{d\psi(q)}{dq}$ en $q=0$ y $q=l$, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$B = C + D \quad (6)$$

$$-ikB = \kappa(C - D) \quad (7)$$

$$C e^{\kappa l} + D e^{-\kappa l} = F e^{ikl} + G e^{-ikl} \quad (8)$$

$$\kappa(C e^{\kappa l} - D e^{-\kappa l}) = ik(F e^{ikl} - G e^{-ikl}) \quad (9)$$

Considerando a G como dato inicial (amplitud de la onda incidente), tenemos un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (B, C, D, F).

Resolviendo para B , se obtiene el siguiente resultado:

$$B = \frac{Ge^{-ikl}}{\text{Cosh}(\kappa l) + i \left(\frac{\kappa^2 - k^2}{2\kappa k} \right) \text{Sinh}(\kappa l)} \quad (10)$$

Vamos a definir el coeficiente de transmisión de la siguiente manera:

$$T = \left| \frac{J_B}{J_G} \right| \quad (11)$$

donde J_B es la densidad de corriente transmitida y J_G la densidad de corriente incidente. Usando una fórmula más rápida para el cálculo de la densidad de corriente, definida en una dimensión como (12):

$$J(x, t) = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left(\Psi^* \frac{d\Psi}{dx} \right) \quad (12)$$

se obtiene para cada región:

$$J_1(q) = J_B(q) = -\frac{\hbar k}{m} |B|^2 \quad (13)$$

$$J_2(q) = 0 \iff \psi_2(q) \text{ is real} \quad (14)$$

$$J_3(q) = J_G(q) - J_F(q) = -\frac{\hbar k}{m} (|G|^2 - |F|^2) \quad (15)$$

Observe que debido a que J_B y J_G tienen el mismo factor de proporcionalidad $(-\frac{\hbar k}{m})$ que de hecho es la velocidad de partícula clásica, se podría haber evitado calcular las corrientes de probabilidad al observar la simetría del potencial en las regiones 1 y 3 y expresar el coeficiente de transmisión simplemente como la siguiente relación:

$$T = \left| \frac{B}{G} \right|^2 \quad (16)$$

Finalmente; se obtiene una expresión exacta para el coeficiente de transmisión, reemplazando (10), k y κ :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{U_0^2}{4E(U_0 - E)} \text{Sinh}^2 \left[\frac{l}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \right]} \quad (17)$$

Cuando la barrera de potencial es demasiada alta y amplia, esta probabilidad de transmisión depende esencialmente del factor exponencial, es decir:

$$T \sim e^{-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (18)$$

2.2. Refinando el Modelo

Debido a que no se está en el marco de la mecánica cuántica relativista, la probabilidad debe conservarse en todas las regiones. Sin embargo; en la desintegración de partículas, un número constante de partículas y, por lo tanto, la conservación de la probabilidad falla. El enunciado de conservación de la probabilidad está proporcionado por la ecuación mecánica-cuántica de continuidad:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

Donde, $P(x, t)$ es la densidad de probabilidad ($\Psi^* \Psi$). $J(x, t)$ define la corriente de probabilidad, que es la tasa a la que la probabilidad está "fluyendo" dentro o fuera de la región en cuestión, y está dada por:

$$J(x, t) = \frac{\hbar}{2m i} \left(\Psi^* \frac{d\Psi}{dx} - \Psi \frac{d\Psi^*}{dx} \right) \quad (20)$$

El modelo anterior no era completamente realista, así que se hacen algunas correcciones. La siguiente propuesta de Gamow para un modelo de desintegración alfa fueron dos barreras potenciales simétricas (Ver figura 2).

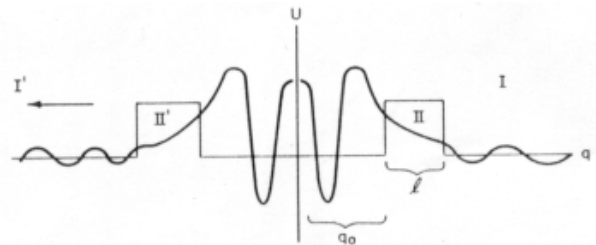


Figura 2. Siguiendo modelo de Gamow que consta de dos barreras potenciales rectangulares y simétricas. Tomado de [2].

Considerando soluciones para representar partículas que salen de la región central, se deduce:

- **Región I':** $q < -(q_0 + l)$, la solución está dada por:

$$\Psi_{I'}(q, t) = A e^{i \left(\frac{Et}{\hbar} + kq - \alpha \right)} \quad (21)$$

- **Región I:** $q > q_0 + l$, la solución es:

$$\Psi_I(q, t) = A e^{i \left(\frac{Et}{\hbar} - kq + \alpha \right)} \quad (22)$$

donde; $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ y α es el cambio de fase.

Sin embargo; las soluciones estacionarias (independientes del tiempo), para la ecuación de Schrödinger, no pueden representar un flujo de partículas que salen de la zona central del potencial porque $P(q,t)$ es, de hecho, independiente del tiempo, es decir, $P(q,t) = |\psi(q)|^2$. De esta manera, la ecuación de continuidad falla para las funciones de onda elegidas en las regiones I' y I , es decir, existe la probabilidad de encontrar partículas fuera de la zona central entre las dos barreras.

*Energías complejas

Ahora, ¿qué pasaría si se considera a la energía como un número complejo?, es decir, $E = E_0 + i\Gamma$. Con E_0 y Γ reales. De hecho, puede verse que la dependencia temporal de la probabilidad no será nula:

$$\begin{aligned}
 P(x,t) &= \Psi^*(x,t)\Psi(x,t) & (23) \\
 &= e^{\frac{iE^*t}{\hbar}} \psi^*(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \psi(x) \\
 &= e^{\frac{i(E^*-E)t}{\hbar}} \psi^*(x) \psi(x) \\
 &= e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}} |\psi(x)|^2
 \end{aligned}$$

donde; $\frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{2\Gamma}{\hbar}$ es el inverso de la “vida útil”, y $t_{1/2}$ es la “vida media”.

El análisis anterior (*) proporciona una forma de abordar el problema de las soluciones anteriores (21) y (22). El siguiente paso es asumir vibraciones amortiguadas desde la fuente de la onda (parte central) y también considerar soluciones complejas para las energías:

$$E = E_0 + i \frac{\hbar\gamma}{2} \tag{24}$$

donde; E_0 es la energía habitual de las partículas alfa y γ es la disminución amortiguada (constante de decaimiento).

De (23) y (24):

$$P(q,t) = e^{-\gamma t} |\psi(q)|^2 \tag{25}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \tag{26}$$

La ecuación de continuidad, entonces, dicta:

$$\frac{\partial}{\partial t} e^{-\gamma t} \int_{-(q_0+l)}^{q_0+l} \psi_{2,3}^* \psi_{2,3} dq = -2 \left(\frac{\hbar k}{m} |A|^2 \right) e^{-\gamma t} \tag{27}$$

De la cual se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{8\hbar k \sin^2 \theta}{m \left[1 + \left(\frac{k}{\kappa} \right)^2 \right] 2(l+q_0)\beta} e^{-\frac{2l\sqrt{2m(U_0-E)}}{\hbar}} & (28) \\
 \sin \theta &\equiv \left[1 + \left(\frac{\kappa}{k} \right)^2 \right]^{1/2}
 \end{aligned}$$

donde; β es una constante de primer orden.

Se ha derivado una expresión para la constante de desintegración, sin embargo, γ sigue dependiendo en gran medida del tamaño del pozo de potencial (q_0 y l), así como de la altura de la barrera de potencial (U_0).

2.3. La Aproximación WKB

El método WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin) es una técnica que permite obtener soluciones aproximadas a la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo (TISE, abreviación en inglés) en una dimensión, cuando $V(x)$ no es constante pero varía lentamente en comparación con $\frac{2\pi}{k}$ o $\frac{1}{\kappa}$ y es particularmente útil para calcular las tasas de tunelización a través de barreras potenciales [3].

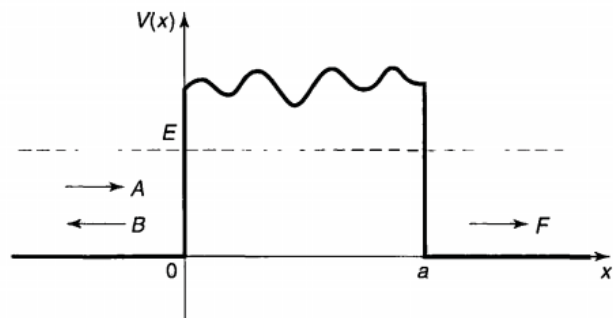


Figura 3. Dispersión de una barrera rectangular con una cima irregular. Tomado de [3].

Considerando una barrera potencial entre $x=0$ y $x=a$ con forma indeterminada (Ver figura 3) y estableciendo un escenario de tunelización que corresponde a la región no clásica ($E < V$), la siguiente solución es propuesta:

$$\psi(x) = \begin{cases} A e^{ikx} + B e^{-ikx}, & x < 0 \\ \sim \psi_{WKB}, & 0 \leq x \leq a \\ F e^{ikx}, & x > a \end{cases} \tag{29}$$

donde; ψ_{WKB} es la aproximación WKB para $\psi(x)$ en la región de la barrera:

$$\psi_{WKB} = \frac{1}{\sqrt{|p(x)|}} \left(C e^{\frac{1}{\hbar} \int_0^x |p(x')| dx'} + D e^{-\frac{1}{\hbar} \int_0^x |p(x')| dx'} \right) \quad (30)$$

y $p(x)$, que es imaginario, es el momento clásico de una partícula de energía E en un potencial $V(x)$.

$$p(x) = \sqrt{2m[E - V(x)]} \quad (31)$$

Si la probabilidad de tunelización es pequeña, es decir, la barrera es alta y/o ancha, entonces el coeficiente C de ψ_{WKB} tiende a cero. De este modo; las amplitudes relativas de las ondas incidentes y transmitidas son descritas, principalmente, por la disminución total del término exponencial en la región no-clásica, expresado en lenguaje matemático se tiene:

$$T = \left| \frac{F}{A} \right| \sim e^{-2\gamma}, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\hbar} \int_0^a |p(x)| dx \quad (32)$$

¿Puedes notar similitudes entre las ecuaciones (32) y (18)? En efecto, durante la primera etapa se utilizó implícitamente la aproximación WKB en el cálculo del coeficiente de transmisión.

2.4. Juntando las Piezas

Pasando al caso de un núcleo real, la ecuación de onda correspondiente no puede ser resuelta porque el potencial exacto en sus alrededores es desconocido. Lo que hizo Gamow fue aproximar la energía potencial en el núcleo (Ver figura 4a) por un pozo cuadrado finito de ancho $2r_1$ (que representa la fuerza de unión nuclear), donde r_1 es el radio del núcleo, unido en cada extremo a una parte Coulombica de repulsión (Ver figura 4b).

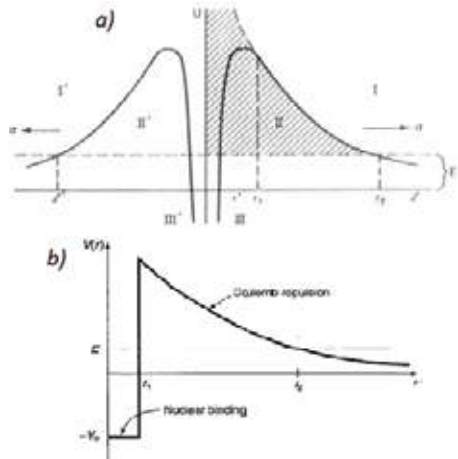


Figura 4. a) Representación del potencial alrededor del núcleo. Tomado de [2]. b) Modelo de Gamow para la energía potencial de una partícula alfa en el núcleo radiactivo. Tomado de [3].

Como se dijo, una partícula alfa está compuesta por dos protones y dos neutrones de ciertos núcleos radiactivos. Por lo tanto, estas partículas α tienen una carga positiva $2e$ siendo repelidas, cuando han alcanzado una cierta distancia requerida para escapar de la fuerza de unión nuclear, por el núcleo restante cuya carga es Ze . La energía potencial repulsiva de Coulomb entre una partícula alfa emitida y el núcleo hijo está dada por:

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (33)$$

Entonces, la energía que posee dicha partícula emitida es:

$$E_\alpha = V(r_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r_2} \quad (34)$$

donde; r_2 es la distancia del punto de inflexión, es decir, la distancia desde el centro del núcleo hasta donde α se convierte en una partícula libre (Ver Fig. 4b).

NOTA: Aquí $e = 1,6022 \times 10^{-19} C$ es la carga del protón, ¡no confundir con la función exponencial!

**La Ecuación de Einstein

En cuestión de cálculos, la energía de la partícula α emitida puede ser deducida a partir de la fórmula de Einstein ($E = mc^2$) de la siguiente manera:

$$E_\alpha = (m_p - m_d - m_\alpha)c^2 \quad (35)$$

donde; m_p, m_d, m_α son las masas del núcleo padre, núcleo hijo, y la partícula alfa, respectivamente.

Usando la ecuación (32), obtenida de la aproximación WKB, es posible calcular la constante de desintegración.

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m[V(r) - E_\alpha]} dr \\ &= \frac{1}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r} - E_\alpha \right)} dr \\ &= \frac{\sqrt{2mE_\alpha}}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\left(\frac{r_2}{r} - 1 \right)} dr \end{aligned} \quad (36)$$

Usando la siguiente sustitución: $r \equiv r_2 \sin^2 u$, se resuelve la integral anterior.

$$\gamma \approx \frac{\sqrt{2mE_\alpha}}{\hbar} \left[r_2 \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \right) - \sqrt{r_1(r_2 - r_1)} \right] \quad (37)$$

Habitualmente, el radio del núcleo es mucho menor que la distancia hacia el punto de inflexión, es decir, $r_1 \ll r_2$. Entonces, se puede utilizar la aproximación de ángulo pequeño ($\sin\theta \sim \theta$):

$$\gamma \approx \frac{\sqrt{2mE_\alpha}}{\hbar} \left(\frac{\pi}{2} r_2 - 2\sqrt{r_1 r_2} \right) \quad (38)$$

Reemplazando r_2 de la ecuación (34):

$$\gamma \approx K_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} - K_2 \sqrt{Zr_1} \quad (39)$$

Por lo tanto, la probabilidad de tunelización para un potencial nuclear será:

$$T \approx e^{-2 \left(K_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} - K_2 \sqrt{Zr_1} \right)} \quad (40)$$

donde

$$K_1 \equiv \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar} = 1.980 \text{ MeV}^{1/2} \quad (41)$$

y

$$K_2 \equiv \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} \frac{4\sqrt{m}}{\hbar} = 1.485 \text{ fm}^{-1} \quad (42)$$

*** Tamaño del Radio

Para el cálculo de r_1 , se considera que la densidad dentro del núcleo es constante, por lo tanto, r_1^3 es proporcional a la masa atómica (A). Por otro lado, el tamaño típico de un núcleo es un femtómetro o fermi (fm) que es 10-15m [3]. Así, empíricamente se tiene:

$$r_1 \approx 1.07 A^{1/3} \text{ [fm]} \quad (43)$$

Una vez que la probabilidad de tunelización (ecuación 40) y, por lo tanto, la constante de desintegración γ han sido calculadas, es necesario encontrar una expresión para la “vida útil” de un átomo radiactivo mediante un enfoque semiclásico. Supongamos que una partícula alfa se mueve dentro del núcleo con una velocidad media v , el tiempo medio entre colisiones será $\frac{2r_1}{v}$, por lo que la frecuencia de colisiones es $\frac{v}{2r_1}$. Sabiendo que la probabilidad de escape viene dada por $e^{-2\gamma}$, entonces la probabilidad de emisión por unidad de tiempo es $\left(\frac{v}{2r_1} \right) e^{-2\gamma}$, y por

lo tanto, la vida útil del núcleo padre es:

$$\tau = \frac{2r_1}{v} e^{2\gamma} \quad (44)$$

**** Velocidad de las Partículas Dentro del Núcleo

Desafortunadamente, la velocidad es desconocida, pero esto no importa mucho. Dado que el factor exponencial varía en veinticinco órdenes de magnitud a medida que pasamos de un núcleo radiactivo a otro, en comparación con esto, la variación en v es insignificante [3]. Sin embargo, ésta se la puede estimar usando $E = \frac{1}{2} m_\alpha v^2$. Tal enfoque ignora la parte negativa de la energía potencial dentro del núcleo, subestimando así v , pero esto es lo mejor que se puede hacer por ahora.

2.5. La Ley de Geiger-Nuttall

La ley de Geiger-Nuttall es una relación empírica, documentada por primera vez por Hans Geiger y John Mitchell Nuttall en 1911, entre la constante de desintegración de los emisores alfa y la energía de las partículas emitidas. Esta ley tiene la siguiente forma:

$$\text{Log}_{10}(t_{1/2}) = a \frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}} + b \quad (45)$$

Tabla 1. Valores experimentales de E_α y $t_{1/2}$ para algún núcleo. Datos cortesía de Leon van Dommelen [1].

Núcleo padre Z	E_α [MeV]	$t_{1/2}$ experimental
Po ²¹⁶	84	6,89
Rn ²²²	86	5,59
Ra ²²⁶	88	4,88
Th ²³²	90	4,05
		1,41×10 ¹⁰ años

Usando la tabla 1, es posible encontrar las constantes a y b a través del montaje. De hecho, Geiger-Nuttall se convierte en:

$$\text{Log}_{10}(t_{1/2}) \approx 1,45 \frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}} - 47,29 \quad (46)$$

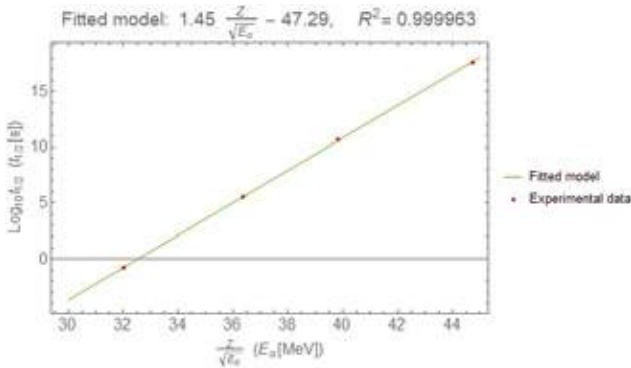
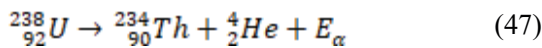


Figura 5. Ley de Geiger-Nuttall.

3. Resultados

3.1. “Vida Útil” Del Uranio 238

²³⁸U tiene la siguiente cadena de decaimiento:



de la cual se obtiene:

- Para uranio: $Z = 92, A = 238,$
 $m = 238,050784 \text{ u}$
- Para torio: $Z = 90, A = 234,$
 $m = 234,043593 \text{ u}$

Usando la ecuación (43), el radio del núcleo de uranio será:

$$r_1 = (1,07 \times 10^{-15})238^{\frac{1}{3}} = 10,5352 \text{ fm} \quad (48)$$

La fórmula de Einstein (35) predice que la energía de las partículas alfa emitidas es:

$$E_\alpha = (238,050784 - 234,043593 - 4,002602)(931)\text{MeV} = 4,28055 \text{ MeV} \quad (49)$$

Por otro lado; la velocidad a la que la partícula α es liberada, debido a (***) , será:

$$v = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} \quad (50)$$

$$= \sqrt{\frac{2(4,27)}{3727}} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 1,43656 \times 10^7 \text{ m/s}$$

De la ecuación (39), la constante de decaimiento es:

$$\gamma = 1,980 \frac{90}{\sqrt{4,27}} - 1,485\sqrt{90(10,5352)} \quad (51)$$

$$= 40,4042$$

Finalmente; usando los resultados anteriores y la ecuación (44), la “vida útil” del uranio-238 es:

$$\tau_U = \frac{2(1,05352 \times 10^{-14})}{1,44 \times 10^7} e^{80,8084} \quad (52)$$

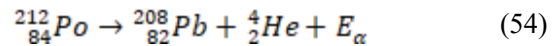
$$= 1,82377 \times 10^{14} \text{ seconds}$$

$$= 5,78315 \times 10^6 \text{ years}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \ln(2) \times \tau_U = 1,26414 \times 10^{14} \quad (53)$$

3.2. “Vida Útil” Del Polonio 212

²¹²Po tiene la siguiente cadena de decaimiento:



de la cual se obtiene:

- Para polonio: $Z = 84, A = 212,$
 $m = 211,988842 \text{ u}$
- Para plomo: $Z = 82, A = 284,$
 $m = 207,976627 \text{ u}$

Siguiendo la misma metodología que fue usada para el uranio, se puede obtener:

$$r_1 = 6,38 \times 10^{-15} \text{ m} \quad (55)$$

$$E_\alpha = 8,95 \text{ MeV} \quad (56)$$

$$v = 2,08 \times 10^7 \text{ m/s} \quad (57)$$

$$\gamma = 20,4 \quad (58)$$

De estos resultados se obtiene la “vida útil” para el polonio-212:

$$\tau_{Po} = \frac{2(6,38 \times 10^{-15})}{2,08 \times 10^7} e^{40,8} \quad (59)$$

$$= 3,2 \times 10^{-4} \text{ seconds}$$

La fórmula de Einstein (35) predice que la energía de las partículas alfa emitidas es:

$$E_\alpha = (238,050784 - 234,043593 - 4,002602)(931)MeV$$

$$= 4,28055 MeV \tag{49}$$

Por otro lado; la velocidad a la que la partícula α es liberada, debido a (****), será:

$$v = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} \tag{50}$$

$$= \sqrt{\frac{2(4,27)}{3727}} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 1,43656 \times 10^7 \text{ m/s}$$

De la ecuación (39), la constante de decaimiento es:

$$\gamma = 1,980 \frac{90}{\sqrt{4,27}} - 1,485 \sqrt{90(10,5352)} \tag{51}$$

$$= 40,4042$$

Finalmente; usando los resultados anteriores y la ecuación (44), la “vida útil” del uranio-238 es:

$$\tau_U = \frac{2(1,05352 \times 10^{-14})}{1,44 \times 10^7} e^{80,8084} \tag{52}$$

$$= 1,82377 \times 10^{14} \text{ seconds}$$

$$= 5,78315 \times 10^6 \text{ years}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \ln(2) \times \tau_U = 1,26414 \times 10^{14}$$

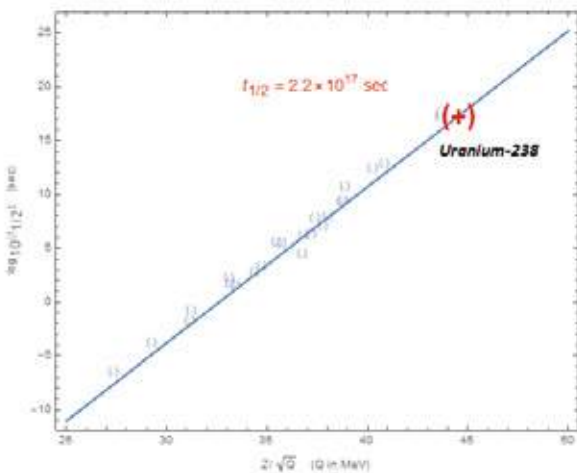


Figura 6. Representación del tunelamiento para Uranio-238.

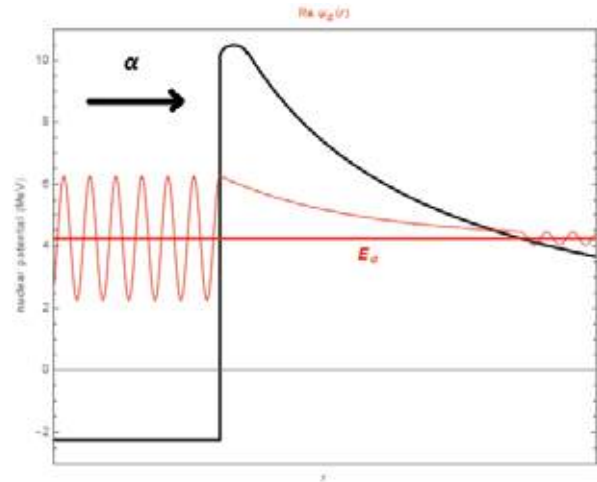


Figura 7. Ley de Geiger-Nuttall para Uranio-238.

4. Conclusiones

Se puede apreciar que la “vida útil” del uranio-232 y polonio-212 diferencian demasiado la una de la otra. Por lo tanto, existe una sensibilidad extrema a las masas nucleares: un pequeño cambio en $E\alpha$ produce enormes cambios en τ .

Comparando la “vida media” del uranio 238 (ecuación 53) con el valor obtenido con la ley de Geiger-Nuttall (Ver figura 7) es posible apreciar diferencias en estos valores, sin embargo, las predicciones reproducen con éxito la tremenda gama de vidas medias y no se desvían mucho de los valores correctos en comparación con ese rango tremendo. Por lo tanto, es difícil imaginar otra teoría diferente al tunelamiento cuántico que podría hacer lo mismo.

5. Referencias

- [1] Leon van Dommelen. Quantum Mechanics for Engineers, Version 5.55 alpha. 2012.
- [2] G. Gamow. Quantum Theory of the Atomic Nucleus. 1928.
- [3] David J. Griffiths. Introduction to Quantum Mechanics (2nd Edition). 2nd. Pearson Prentice Hall. isbn: 0131118927.
- [4] Michael F L’Annunziata. Radioactivity: introduction and history, from the quantum to quarks; 2nd ed. Amsterdam: Elsevier, 2016. url: <https://cds.cern.ch/record/2210635>.
- [5] W.E. Lee M.I. Ojovan. An Introduction to Nuclear Waste Immobilisation; 2nd ed. Elsevier, 2014.

- [6] A C Melissinos and Jim Napolitano. Experiments in modern physics; 2nd ed. New York, NY: Academic Press, 2003. url: <https://cds.cern.ch/record/897801>.
- [7] Eugen Merzbacher. “The Early History of Quantum Tunneling”. In: Physics Today 55.8 (Aug. 2002), pp. 44–49. doi: 10.1063/1.1510281. url: <https://doi.org/10.1063/1.1510281>.
- [8] Curt A. Moyer Raymond A. Serway Clement J. Moses. Modern Physics, Third Edition. David Harris, 2005.
- [9] Thaddeus J. Trenn. “Rutherford on the Alpha-BetaGamma Classification of Radioactive Rays”. In: Isis 67.1 (1976), pp. 61–75. issn: 00211753, 15456994. url: <http://www.jstor.org/stable/231134>.



³José Ignacio Trujillo.- Nació en Quito en 1999. Sus estudios primarios y secundarios fueron realizados en la ciudad de Latacunga. Ha obtenido reconocimientos académicos como abanderado de la ciudad de Latacunga en la Unidad Educativa N°5 de la FAE y Portabanderín del Pabellón Nacional en el Colegio Hermano Miguel. Sus estudios universitarios los está realizando en Yachay Tech habiendo culminado el séptimo semestre de la Carrera de Ingeniería en Nanotecnología.

Autor para correspondencia:
jgtrujillo1@espe.edu.ec

REGISTRO DE LA PUBLICACIÓN

Fecha recepción	10 mayo 2021
Fecha aceptación	15 julio 2021

6. Biografía



¹Teniente Coronel Edison Ramiro Acurio Armas, GR. Administración Aeronáutica, Ingeniero Electrónico en Telecomunicaciones, Maestría en Educación/Jefe del Departamento de Ingeniería de Investigación de la Fuerza Aérea y Centro de Desarrollo, Director de Carrera de Tecnología Superior en Ciencias Militares Aeronáuticas de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Subdirector de la Escuela Técnica de la Fuerza Aérea.



²José Guillermo Trujillo.- Maestría en Diseño y Fabricación Asistida por Computadora, Diploma Superior de Cuarto Nivel en Pedagogías Innovadoras, Diplomado Internacional en Gestión de Competencias, Ingeniero Mecánico, Docente tiempo completo/Instructor de la Escuela Técnica de la Fuerza Aérea y de la Carrera de Tecnología Superior en Ciencias Militares Aeronáuticas de la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE.