

STUDY OF THE VIBRATION IN THE REINFORCED PRECAST JOIST FLOOR SLABS DUE TO PEOPLE'S WALKING

O. Caballero ⁽¹⁾, G. Juárez ⁽²⁾, M. E. Ruiz ⁽³⁾

⁽¹⁾Estudiante de Doctorado, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo # 180, 02200 Ciudad de México, México. caballero12@gmail.com

⁽²⁾Profesor Investigador, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio P4, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 Ciudad de México. gjl@azc.uam.mx

⁽³⁾Profesor Investigador, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio P4, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 Ciudad de México. mrh@azc.uam.mx

Received: November 2017. Accepted: July 2018

ABSTRACT

This paper evaluates an analytical method to calculate the fundamental natural frequency and the pseudo-acceleration of reinforced precast joist floor slabs. The natural frequency and the pseudoacceleration are obtained from free vibration and forced vibration induced by walking, respectively. Two specimens were analyzed to obtain their dynamic response. The experimental results were compared with analytical and numerical solutions. One test was performed in a laboratory and the other test was performed in an apartment building of confined masonry. According to the results, it is observed that the computation of the fundamental frequency is appropriated for the analytical and numerical solutions. However, the peak accelerations computed from each approximation are different between them. Thus, it is necessary to use a representative dynamic load to adequately model people walking.

Keywords: Vibration; slab; people walking; acceleration; test; comparative analysis

ESTUDIO DE VIBRACIÓN EN LOSAS DE VIGUETA Y BOVEDILLA DEBIDA AL CAMINAR DE PERSONAS

RESUMEN

En este trabajo se evalúa un método analítico para calcular la frecuencia natural fundamental y la pseudo-aceleración de losas de vigueta y bovedilla prefabricada. La frecuencia natural por vibración libre y la pseudo-aceleración por vibración forzada debida al caminar de personas. Se realiza un estudio experimental y uno numérico de dos especímenes para obtener sus respuestas dinámicas. Se comparan las pruebas experimentales con soluciones analíticas y numéricas. Uno de los especímenes se probó en laboratorio y el otro en un edificio de mampostería confinada destinado a vivienda. De la evaluación realizada se observa que las soluciones tanto analíticas como numéricas en la obtención de la frecuencia natural fundamental son adecuadas. Sin embargo, la aceleración máxima calculada debida al caminar de personas difiere entre cada aproximación. Por lo que es necesario

utilizar una carga dinámica representativa para modelar adecuadamente el caminar de personas.

Palabras clave: Vibración; losa; caminar de personas; aceleración; prueba; análisis comparativo.

1 INTRODUCCION

Los sistemas de piso son estructuras que por su naturaleza en masa, rigidez y amortiguamiento están sometidas a cargas que pueden inducir vibración excesiva. La vibración en un sistema de piso depende particularmente de la frecuencia natural y la aceleración máxima producida por la acción de una carga dinámica. La primera es una propiedad dinámica que depende de la distribución de masa y rigidez en el sistema. La segunda se caracteriza por dividirse en dos tipos de fuerzas: externas e internas. Como fuente de fuerzas externas se encuentran las debidas a factores ambientales como el tránsito, vibración transmitida por el suelo, actividad industrial, sismo, viento, entre otras. Por otro lado, las fuerzas internas se pueden clasificar como: armónicas, periódicas, transitorias e impulsivas, las cuales se deben en gran medida a la actividad humana. En este estudio se utilizan fuerzas armónicas y periódicas como modelo representativo del caminar de personas.

En el análisis y diseño de losas sujetas a vibración ocasionada por el caminar de personas la frecuencia natural se obtiene de modelos analíticos o numéricos y la carga dinámica se determina por una función que represente adecuadamente el caminar de personas. Las especificaciones que se utilizan actualmente en Norteamérica y otras partes del mundo para este tipo de análisis son las propuestas por el código AISC (2003), para sistemas de piso de acero-concreto.

En su guía de diseño número 11, el código AISC (2003) propone el cálculo de la frecuencia natural fundamental, f_n , con base en vigas simplemente apoyadas en sus extremos con carga distribuida, las cuales se idealizan como un sistema de un grado de libertad. Para determinar la f_n se utiliza la ecuación siguiente:

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta}} \quad (1)$$

donde g es la aceleración de la gravedad y Δ es el desplazamiento en el centro del claro de la viga. Por otra parte, la pseudo-aceleración de un sistema de piso compuesto ocasionada por el caminar de personas, ya sea de vigas o viga con losa de concreto en una dirección se calcula con la ecuación siguiente:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_o e^{-0.35f_n}}{\beta W} \quad (2)$$

a_p/g es la pseudo-aceleración (aceleración representada como una fracción de la aceleración de gravedad), P_o es fuerza constante que representa la excitación, β es relación de amortiguamiento modal y W es el peso efectivo soportado por la viga o sección compuesta. Los valores P_o , β así como los límites de a_p/g son valores

definidos en el AISC (2003) de acuerdo al uso del sistema de piso analizado, como se proporciona en la Tabla 1.

A diferencia de lo establecido en las especificaciones del código AISC (2003) para el análisis y diseño ante vibración debida a actividades humanas de sistemas de piso acero-concreto, en México se han realizado propuestas para losas de concreto reforzado y vigueta y bovedilla. Contreras (1977) propuso una expresión que relaciona el perímetro de una losa maciza y la resistencia nominal del concreto con el peralte óptimo para evitar vibraciones excesivas originadas por la actividad de personas. Este autor propuso la ec.(3), la cual se determinó mediante el análisis estadístico de modelos de losas en los que se aplicó una carga distribuida como fuerza de excitación. Esta expresión es válida para losas con perímetros de entre 10 y 36 m, con resistencias a compresión del concreto $f'c$ comprendidas entre 100 y 300 kg/cm².

$$\text{Peralte mínimo} = 3.67 \left(\frac{\text{Perímetro del tablero, en metros}}{\sqrt[3]{f'c}} \right) \quad (3)$$

Tabla 1 Valores y límites de aceleración máxima (adaptada de AISC, 2003)

Valores para la obtención de la aceleración en la ec. (2)			
	Fuerza constante (P_o)	Amort. β	Límite máximo de aceleración a_p / g x 100
Oficinas, residencias, iglesias	0.29 kN (29.6 kg)	0.02-0.05*	0.5%
Centros comerciales	0.29 kN (29.6 kg)	0.02	1.5%
Pasarelas al aire libre	0.41kN (41.8 kg)	0.01	5.0%
* 0.02 para pisos con pocos componentes no estructurales como áreas de trabajo abiertas e iglesias. 0.03 para pisos con componentes no estructurales, particiones. 0.05 para pisos con particiones de altura completa.			

Recientemente, en la nueva versión propuesta de actualización de las NTCC-17 (Comunicación personal con el Dr. González Cuevas, 2014), se propone el cálculo de un factor de sensibilidad K para el análisis y diseño de losas ante vibración, el cual depende de la frecuencia natural fundamental f en Hz y del desplazamiento d en mm, que provoca una carga dinámica actuante sobre la losa. Este factor de sensibilidad se determina con la ecuación siguiente:

$$K = d \frac{f^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{10}}\right)^2}} \quad (4)$$

donde f_{10} es una frecuencia con un valor de 10 Hz. Para frecuencias f menores que 6 Hz es necesario realizar análisis dinámicos mediante modelos numéricos. En la Tabla 2 se relacionan los valores de K y la intensidad perceptible de vibración.

Por otra parte, en el análisis ante vibración debida al caminar de personas de losas de vigueta y bovedilla de poliestireno existen especificaciones como las propuestas por la ANIVIP (2013), la cual adaptó las ecs. (1) y (2) del AISC (2003) que se utilizan para losas de acero y concreto. El utilizar los mismos términos se debe a que las condiciones de carga y de borde de los sistemas de piso son las mismas independientemente del material que las constituyan.

Tabla 2 Percepción humana de vibraciones estructurales (adaptado de Propuesta para NTCC-17, 2017)

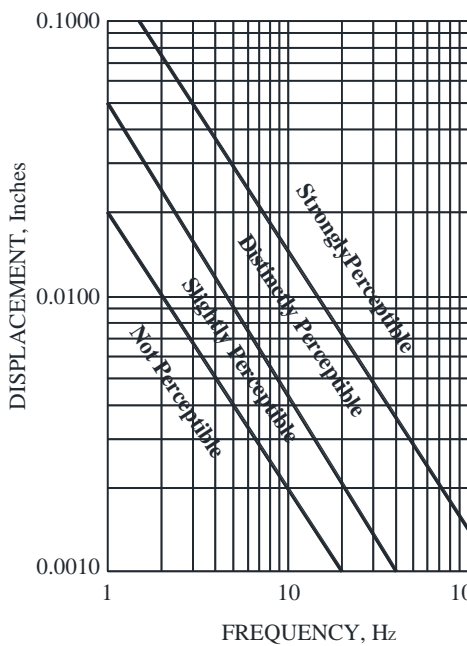
K	Clase	Percepción humana
$K < 0.10$	A	Imperceptible
$0.10 \leq K < 0.25$	B	Ligeramente perceptible
$0.25 \leq K < 0.63$	C	Perceptible
$0.63 \leq K < 1.60$	D	Fácilmente perceptible
$1.60 \leq K < 4.00$	E	Fuertemente perceptible
$4.00 \leq K < 10.00$	F	Muy fuertemente perceptible
$10.00 \leq K < 25.00$	G	
$25.00 \leq K < 63.00$	H	
$63.00 \leq K$	I	

Al igual que otros sistemas de piso, las losas de vigueta y bovedilla se han convertido en un sistema estructural de uso común en edificación, ya que utiliza elementos ligeros de sencillo montaje. Aunque, se tienen especificaciones para el análisis ante vibración (ANIVIP, 2013), es necesario evaluar los procedimientos de análisis, ya que en algunos casos las incomodidades por vibración prevalecen. Por tal razón, en este trabajo se estudian dos modelos de losas de vigueta y bovedilla mediante un análisis comparativo entre soluciones analíticas, numéricas y experimentales.

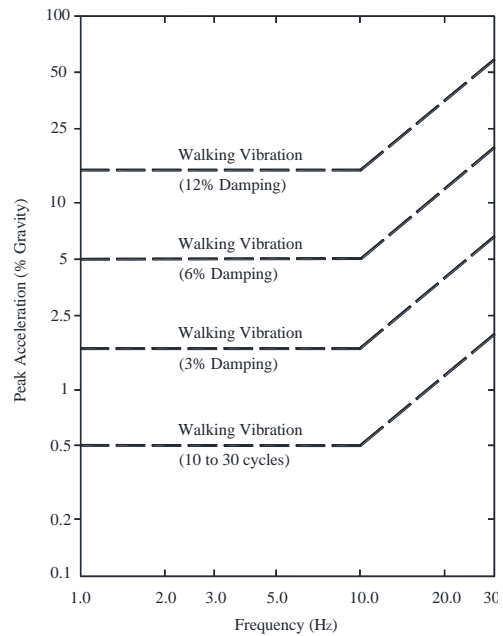
Un método analítico para el análisis ante vibración del sistema de vigueta y bovedilla es el que especifica la ANIVIP (2013) con base en AISC (2003), anteriormente mencionado. En el caso numérico, existen herramientas de análisis como el método de los elementos finitos para modelar la losa como un medio continuo donde sus formas modales se derivan de la energía cinética desarrollada en todos sus elementos. Por otro lado, su respuesta máxima ante el caminar de una persona se obtiene con base en la aplicación de cargas dinámicas existentes en la

literatura como la propuesta por Bachmann *et al.* (1995), la cual es un conjunto de funciones armónicas representadas por una serie de Fourier. El análisis de las pruebas experimentales se realizó mediante pruebas ante vibración libre y al caminar de personas. En cada espécimen se colocaron sensores de aceleración uniaxial en diversos puntos para enviar información a una central de registro digital, la cual se procesó para determinar la frecuencia natural fundamental y la aceleración máxima.

Una manera de realizar una comparativa entre las distintas soluciones que se muestran en este estudio es mediante la utilización de criterios de control de la vibración. Algunos ejemplos de estos criterios se mencionan en AISC (2003), como los desarrollados por Reiher y Meister (1931), Lenzen (1966), Wiss y Parmelee (1974), Murray (1975), Allen y Rainer (1976), entre otros. Los criterios de escala en la respuesta humana más utilizados en Norteamérica son: la escalas de Reiher-Meister modificada (1931), escala CSA Standard (1989), acrónimo de sus siglas en inglés Canadian Association Standard, escala ATC (1999) y criterio ISO (1989), acrónimo de sus siglas en inglés International Standard Organization como los que se muestran en la Figura 1. Este último es adoptado por el código AISC (2003), el cual se utiliza en este trabajo. En general, estos criterios para regular la vibración de los sistemas de piso dependen de su frecuencia natural y del desplazamiento o pseudo-aceleración máximas registradas.



a)



b)

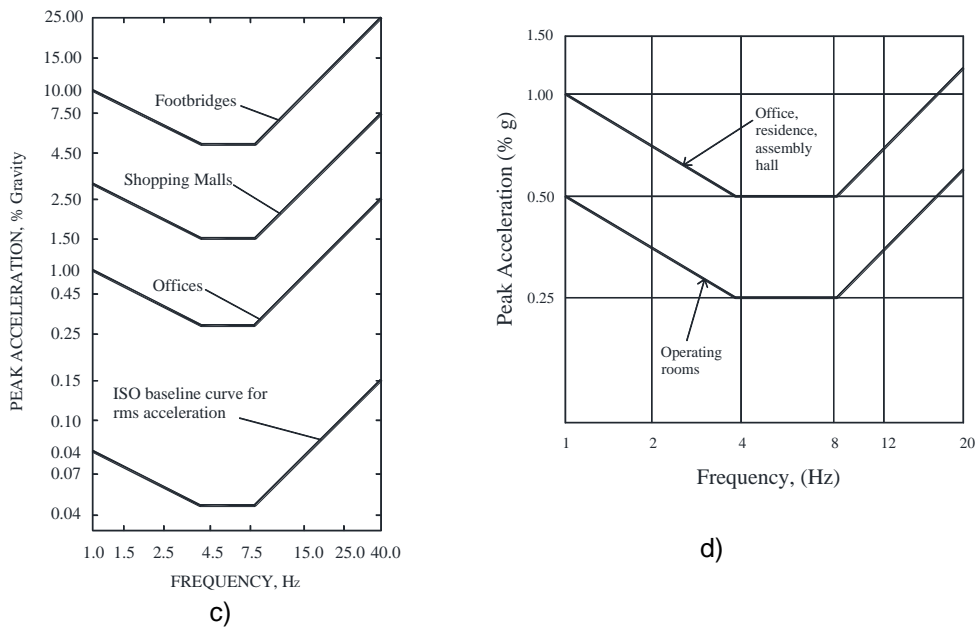


Figura 1. Escalas de aceptación en análisis de vibración: a) Reiher-Meister modificada (1931), b) CSA (1989), c) ISO (1989) y d) escala ATC (1999), (adaptado de AISC, 2003 y ATC, 1999).

Con el objetivo de evaluar y comparar la frecuencia natural y la carga dinámica como parámetros que definen la respuesta dinámica de un sistema de piso de vigueta y bovedilla ante el caminar de personas, en la sección 2 se realiza una descripción de las pruebas experimentales en vibración libre y forzada debida la caminar de personas. En la sección 3 se obtienen registros de aceleración ante vibración ambiental y forzada, de los cuales se determinan las frecuencias naturales y aceleraciones máximas, respectivamente. En las secciones 4 y 5 se realiza un análisis comparativo que involucra los resultados obtenidos experimentalmente con soluciones analíticas y numéricas para cada losa de prueba. Finalmente, se proporcionan las conclusiones y recomendaciones obtenidas de este estudio.

2 DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS

2.1 EQUIPO

En el registro de datos para cada losa de prueba se utilizó: un equipo de registro para procesamiento de señales y sensores de aceleración. El primero consta de un dispositivo digital modelo SIG-LAB 20-42, el cual registra las señales para el posterior procesamiento de datos en un programa de cómputo; mientras que los sensores se caracterizan por ser medidores piezoeléctricos de aceleración uniaxial tal como se muestra en la Figura 2. El registro de la aceleración ante vibración ambiental en cada prueba se realizó con una frecuencia de muestreo de 512 Hz, en un lapso de tiempo de 300 s. Mientras que, para las pruebas ante vibración forzada se utilizó la frecuencia de muestreo antes mencionada con una duración promedio de tiempo de 18 s.

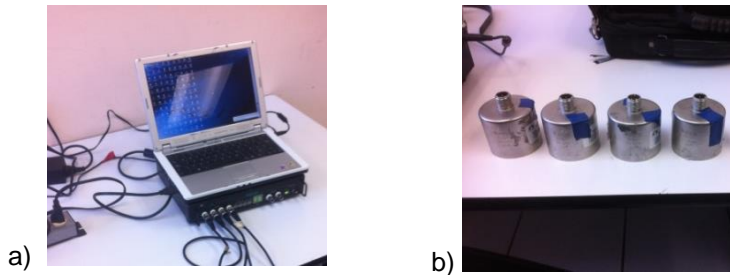


Figura 2. Dispositivos de medición: a) equipo de procesamiento de datos y b) sensores de aceleración

2.2 CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE LOSAS

2.2.1 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre vigas

Esta prueba consta de una losa rectangular apoyada en dos de sus bordes, la cual fue construida en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco. Se elaboró con otros fines de investigación, el cual consistió en determinar su capacidad de carga (Arellano, 2016); sin embargo, se aprovechó el espécimen para determinar experimentalmente su respuesta dinámica. El espécimen es una losa rectangular de vigueta y bovedilla de poliestireno con peralte de 18 cm en una dirección, apoyada en sus dos extremos, la cual presenta una distribución como se muestra en la Figura 3. La capa de compresión es de concreto clase 2 con una resistencia nominal a compresión $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$, módulo elástico $E_c=126491 \text{ kg/cm}^2$ y peso volumétrico de 2200 kg/m^3 ; con una malla electrosoldada que tiene un esfuerzo de fluencia de $f_y=5000 \text{ kg/cm}^2$. La vigueta es del tipo T-5 (Premex, 2013) con una resistencia nominal a compresión del concreto $f'_{c_v}=350 \text{ kg/cm}^2$, así como un módulo elástico $E_{c_v}=261916 \text{ kg/cm}^2$.

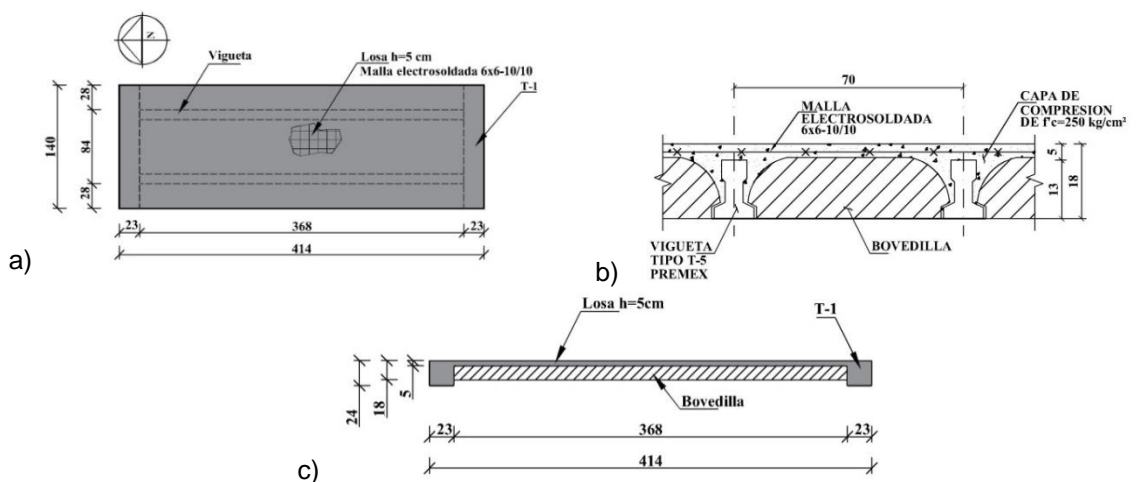


Figura 3. Dimensiones y características físicas de la losa de prueba con vista: a) planta y b) transversal y c) lateral

2.2.2 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre muros

Este espécimen está situado en el nivel 2 de un edificio nuevo de mampostería confinada destinado a uso de departamentos. Consta de una losa apoyada sobre muros de mampostería y trabes, la cual se ubica en la zona sombreada de la Figura 4. La capa de compresión es de concreto clase 1 con una resistencia nominal a compresión $f'c=200 \text{ kg/cm}^2$ y módulo elástico $E_c=197989 \text{ kg/cm}^2$; además, se tiene una malla electrosoldada con un esfuerzo de fluencia $f_y=5000 \text{ kg/cm}^2$. La vigueta tiene una resistencia nominal a compresión del concreto $f'c_v=400 \text{ kg/cm}^2$, así como un módulo elástico $E_{c_v}=280000 \text{ kg/cm}^2$; el peso volumétrico del concreto es 2400 kg/m^3 ; mientras que, el muro de mampostería tiene un espesor de 12 cm con una resistencia nominal a compresión $f^*m=60 \text{ kg/cm}^2$ y módulo elástico $E_m=21000 \text{ kg/cm}^2$.

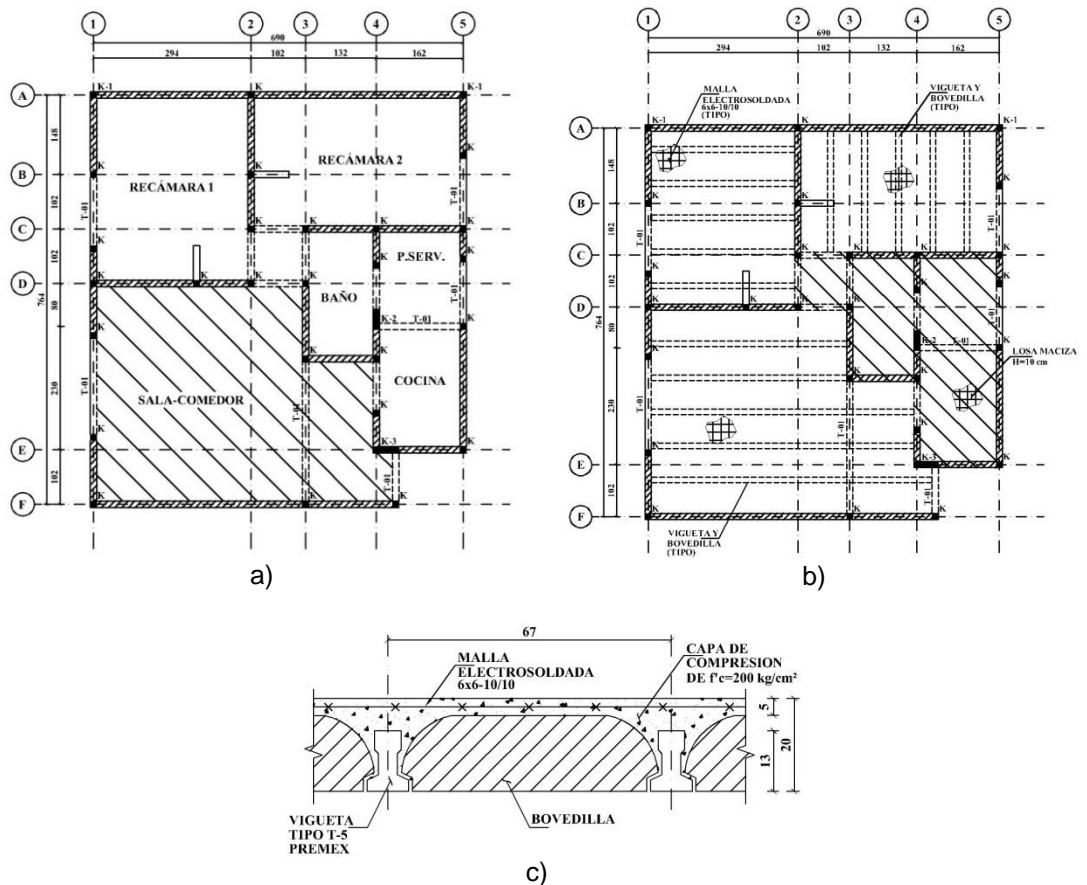


Figura 4. Características de losa: a) ubicación, b) distribución de vigueta y bovedilla y c) dimensiones

2.3 ARREGLOS DE SENSORES

2.3.1 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre vigas

Los sensores se colocaron en zonas donde se espera ocurra una amplitud modal máxima teórica. El sensor 1 (S1) se colocó en el centro, zona donde se

presenta el máximo del primer modo de vibrar; para los modos subsecuentes, se realizó el arreglo A1, colocando los sensores S2 y S3 en la dirección vertical, como se muestra en la Figura 5. Además se realizó el arreglo A2, colocando los sensores S2 y S3 en la dirección vertical, como se muestra en la Figura 6.

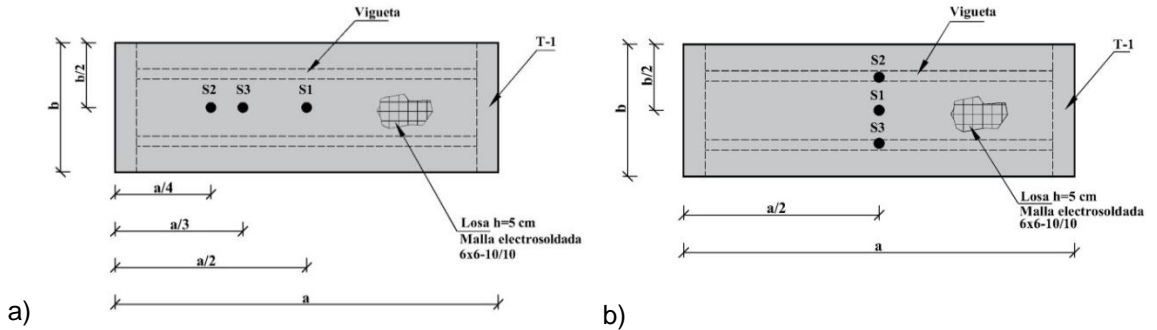


Figura 5. Esquema de la ubicación de sensores en la losa. Arreglos: a) A1 y b) A2



Figura 6. Ubicación de sensores en la losa. Arreglos: a) A1 y b) A2

2.3.2 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre muros

Los sensores se distribuyeron en tres tipos de arreglos con el objetivo de registrar las amplitudes modales máximas de la losa. En el arreglo A1, los sensores se colocaron perpendicularmente al eje de las viguetas, a una distancia de $0.46L_1$, separados a una distancia de $0.25L_2$ como se muestra en la Figura 7a. En el caso del arreglo A2, los sensores se colocaron sobre el eje de la vigueta central, separados a una distancia de $0.25L_1$, sólo el sensor 1 permaneció igual que el arreglo anterior, como se muestra en la Figura 7b. Para el arreglo de sensores A3, los sensores se colocaron en diagonal, donde el sensor 1 permaneció igual al esquema del arreglo A1; mientras que los sensores S2 y S3 se colocaron a una distancia de $0.25L$ de la longitud de cada borde como se muestra en la Figura 7c. El colocado de sensores en la losa durante la prueba se muestra en la Figura 8.

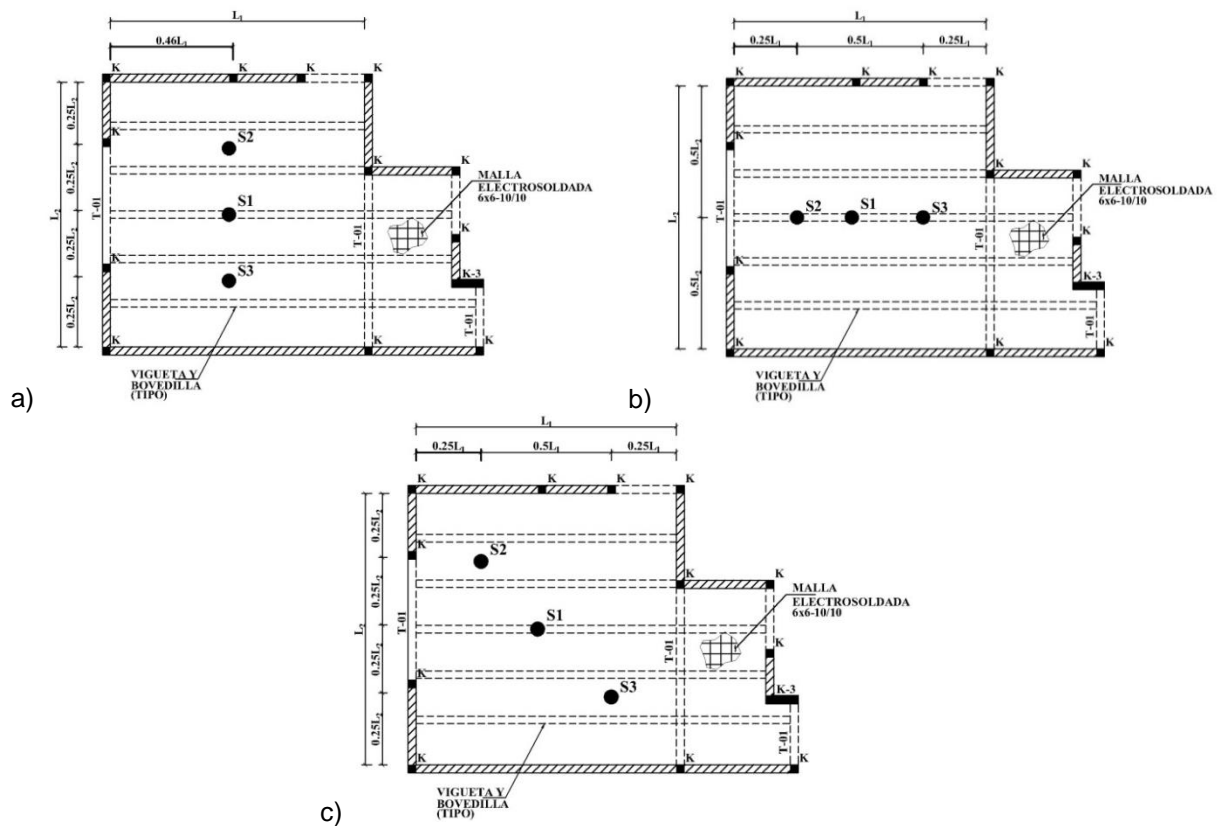


Figura 7. Losa con arreglos de sensores: a) A1 b) A2 y c) A3

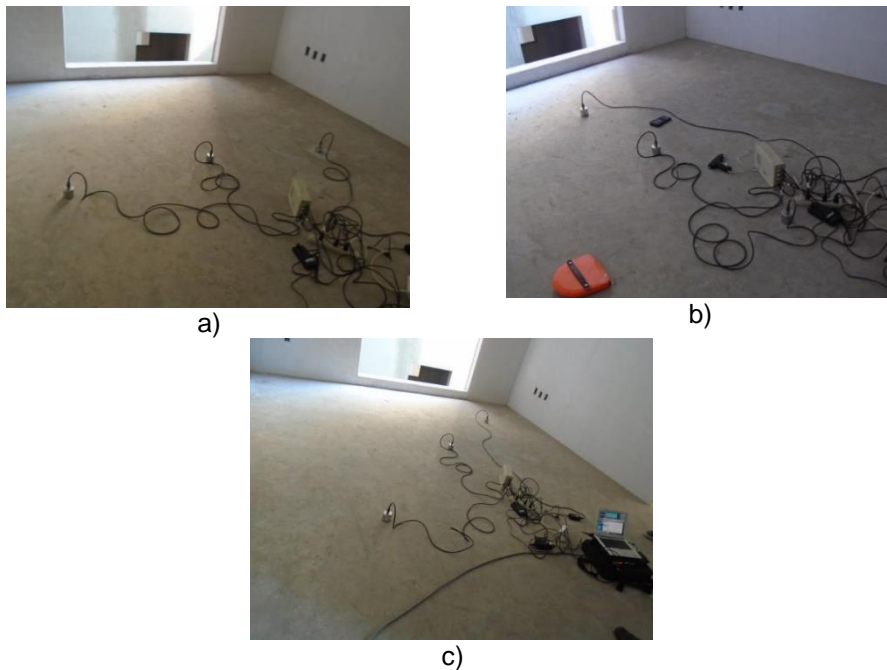


Figura 8. Sensores en la losa de prueba con arreglos: a) A1, b) A2 y c) A3

3 PROCESAMIENTO DE REGISTROS Y ACELERACIONES MÁXIMAS OBTENIDAS

3.1 PRUEBA DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

3.1.1 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre vigas

En la prueba de vibración ambiental se realizó un procesamiento en el dominio de la frecuencia a las señales registradas. En el arreglo de sensores A1, la amplitud máxima del espectro de potencia se presenta en el sensor S1 con una frecuencia de 15.90 Hz, como se muestra en la Figura 9. En el caso del arreglo A2, existe una amplitud máxima de energía en el sensor S1 con una frecuencia de 15.90 Hz, como se muestra en la Figura 10. Por otra parte, se observa que los sensores S2 y S3 presentan dos máximos de amplitud con frecuencias de 15.90 Hz y 32.42 Hz, respectivamente.

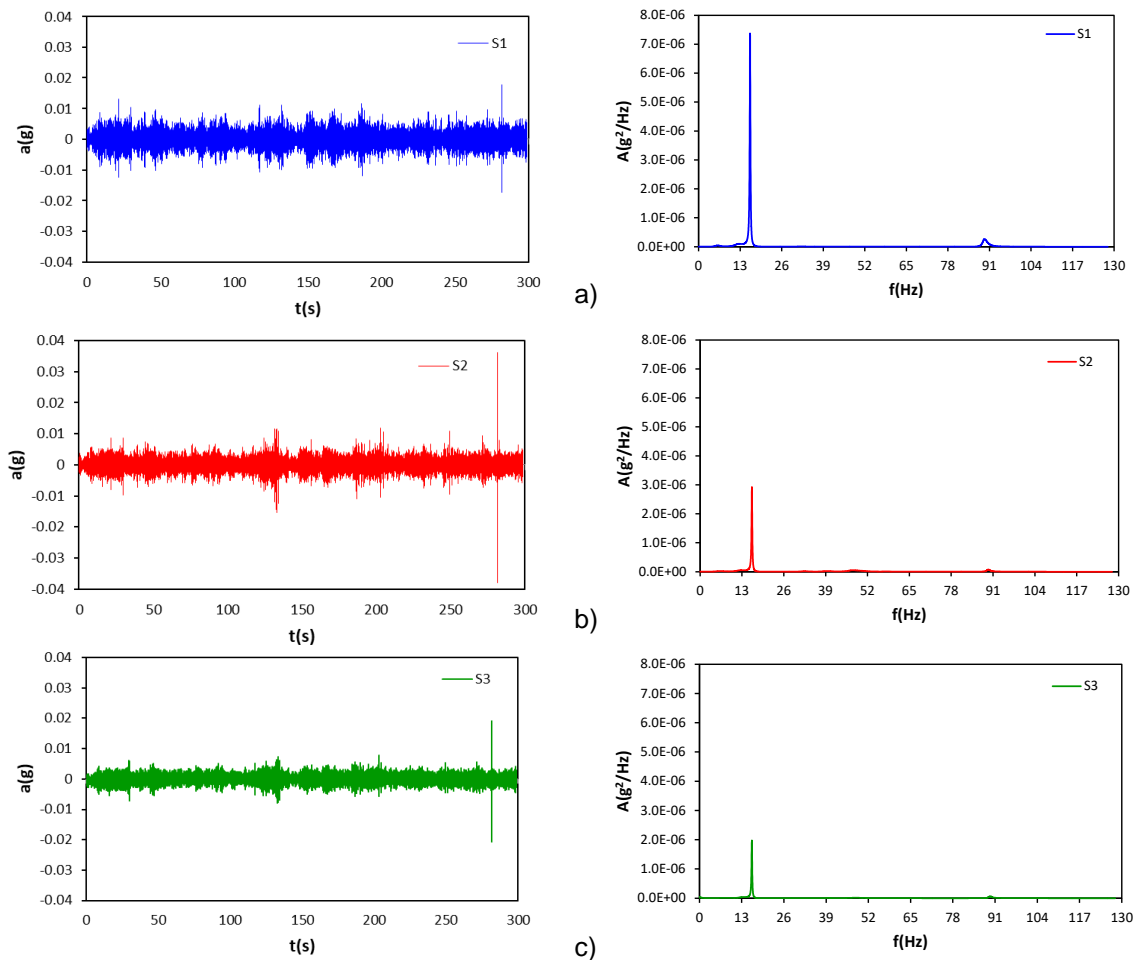


Figura 9. Registros de aceleración y espectros de potencia de arreglo A1 en los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

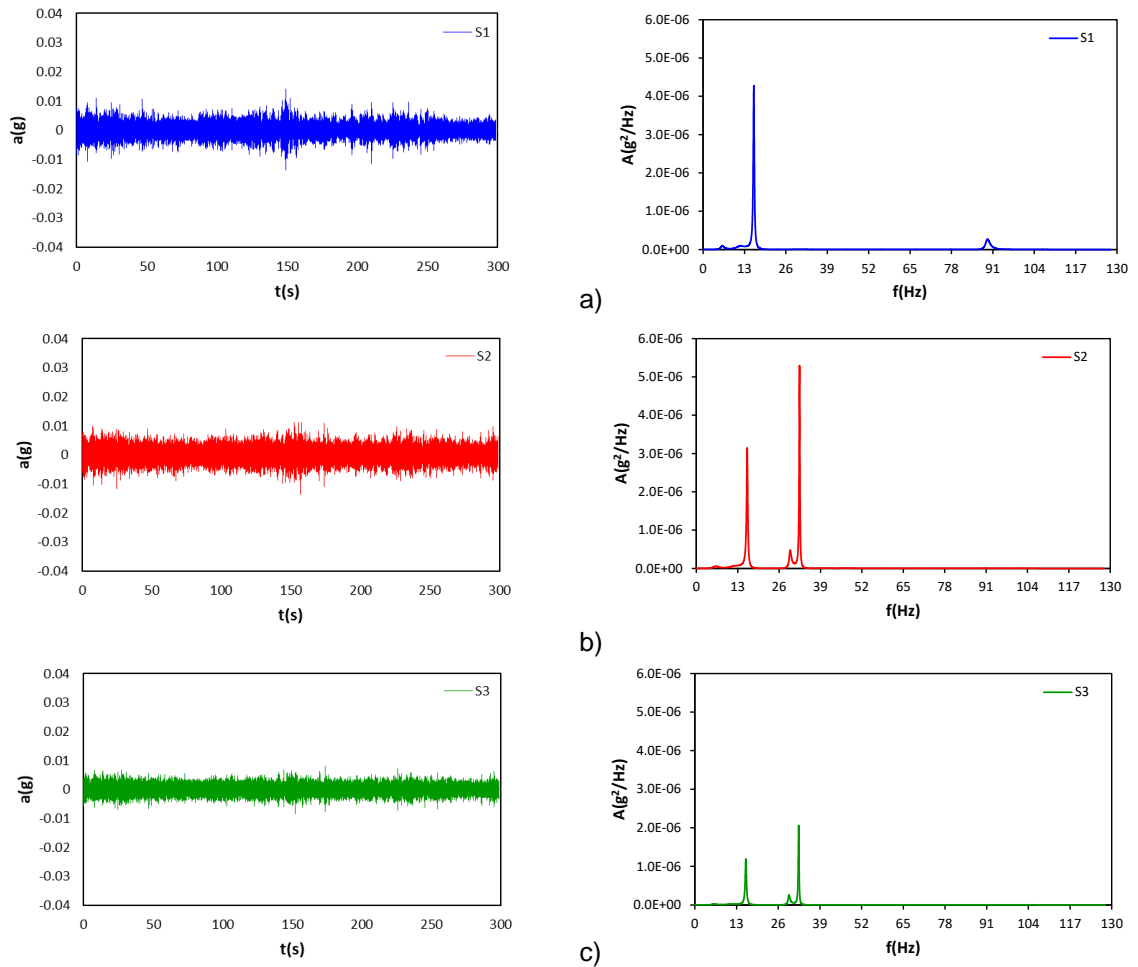


Figura 10. Registros de aceleración y espectros de potencia de arreglo A2 en los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

Al realizar una superposición de los espectros de potencia para cada sensor como se muestra en la Figura 11, se observa que la frecuencia de 15.90 Hz se presenta en todos los sensores de ambos arreglos, por lo que se tiene este valor de la f_n completamente definido para el modo fundamental.

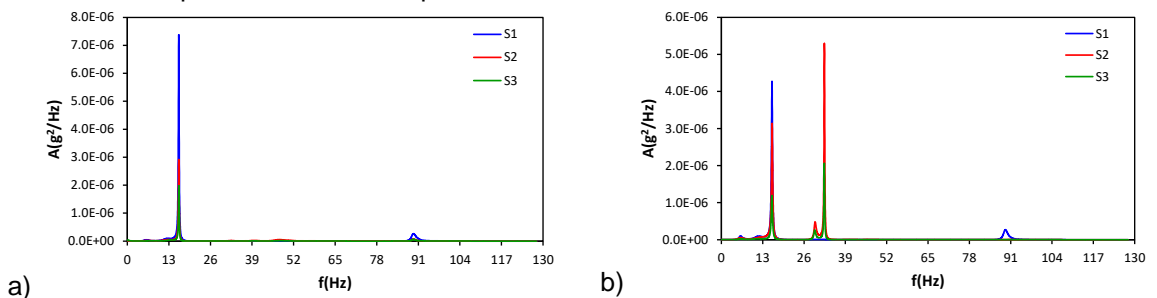


Figura 11. Comparación entre espectros de potencia de pruebas de vibración ambiental en arreglos: a) A1 y b) A2

3.1.2 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre muros

En el procesamiento de las señales en el dominio de la frecuencia para cada uno de los sensores se observan diversas amplitudes de energía y valores de la f_n , esto se debe al registro de otros modos de vibración existentes en el edificio en el momento de la prueba. Sin embargo, en este trabajo la f_n de la losa es la variable de interés. Por lo tanto, para obtenerla se realizan registros para cada arreglo de sensores que tienen un comportamiento como el que se muestra de las Figuras 12 a 14. Se realiza una comparativa entre espectros de potencia para identificar las frecuencias naturales involucradas en la estructura, como se muestra en la Figura 15, donde se observa que el sensor S1 es el que registra una amplitud de energía considerable en todos los arreglos, con una f_n de 24.89 Hz, lo cual muestra que existe un modo de vibrar definido en esa posición.

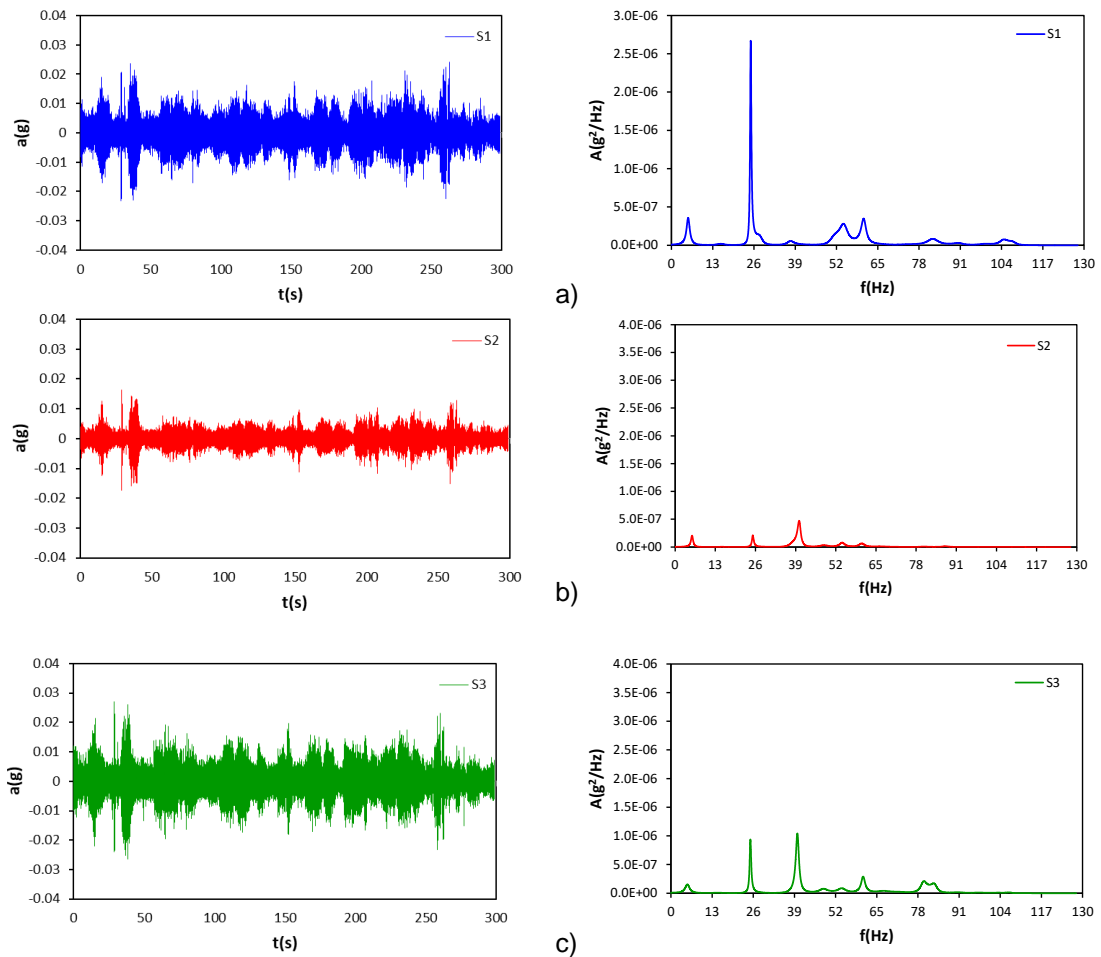


Figura 12. Registro y espectro de potencia en el arreglo A1 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

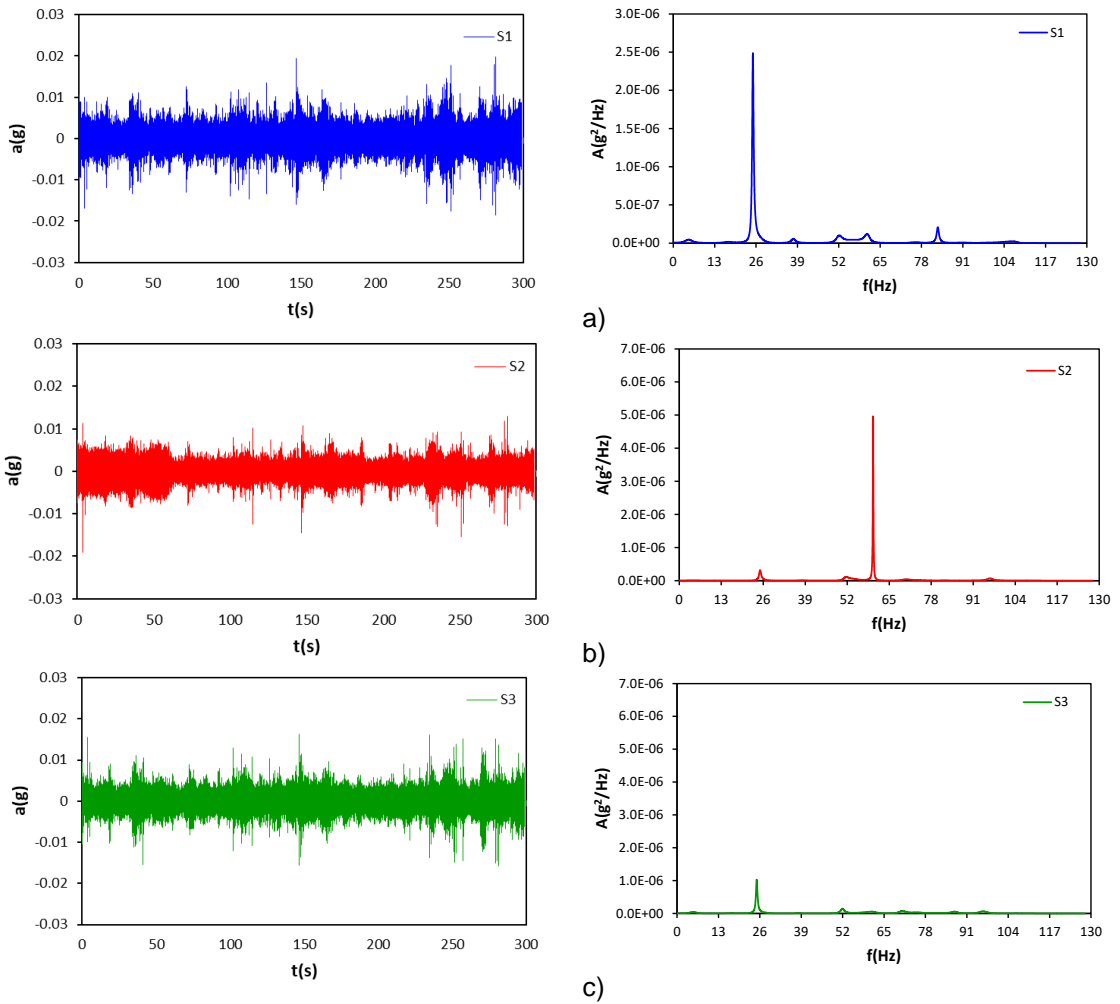
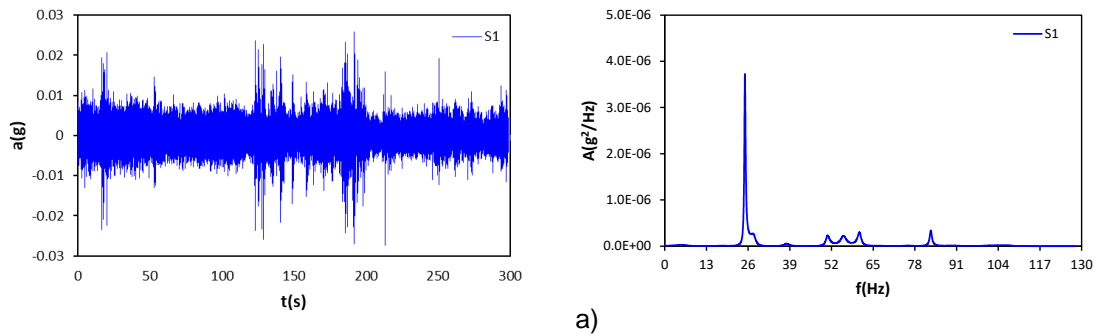


Figura 13. Registro y espectro de potencia en el arreglo A2 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3



a)

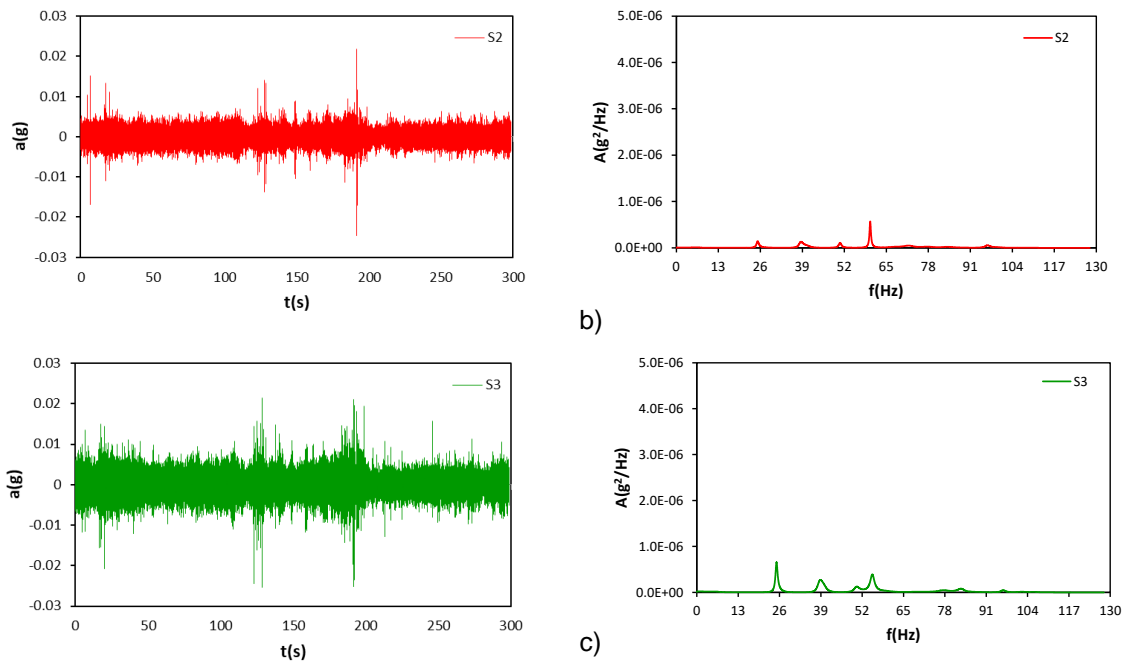


Figura 14. Registro y espectro de potencia en el arreglo A3 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

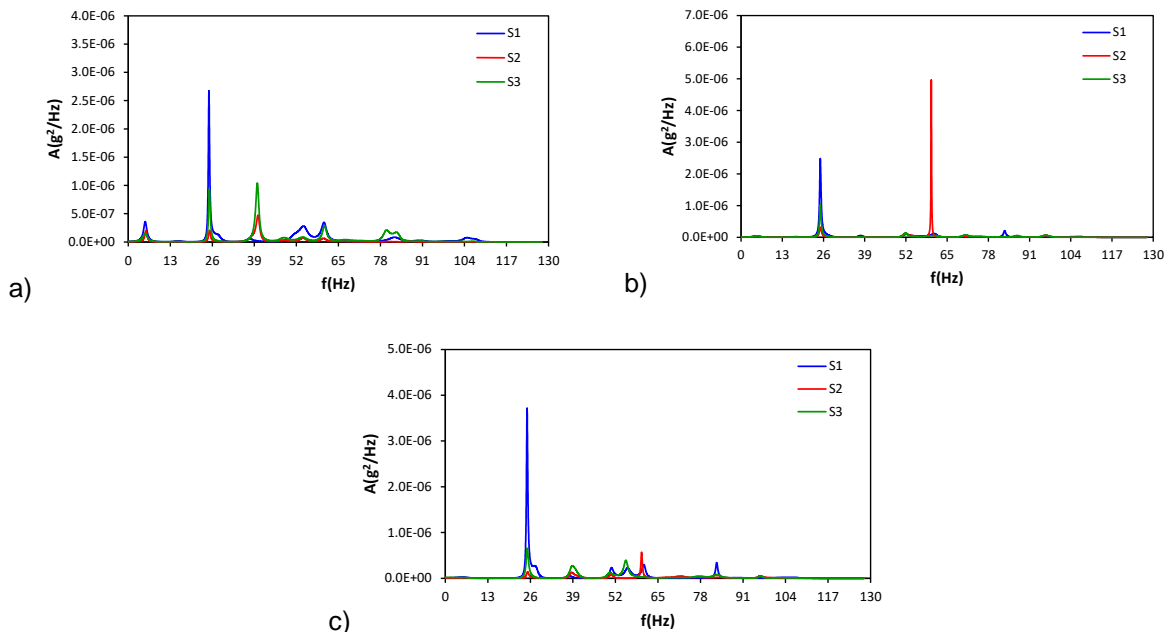


Figura 15. Comparación entre espectros de potencia de pruebas de vibración ambiental en arreglos: a) A1, b) A2 y c) A3

3.2 PRUEBA DE VIBRACIÓN FORZADA

3.2.1 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre vigas

El comportamiento de la losa ante vibración forzada se realizó con dos personas pesando 100 kg y 86 kg caminando simultáneamente en línea recta paralelamente a los bordes libres como se muestra en la Figura 16, donde la frecuencia de paso fue de 2.1 Hz aproximadamente. El registro de cada uno de los sensores se muestra en la Figura 16. Para el arreglo de sensores A1 las aceleraciones máximas en términos de g se muestran al centro de la losa donde se encuentra el sensor S1, como se muestra en la Figura 17. Por otra parte, en el caso del arreglo A2, los sensores colocados en el centro del claro en su mayoría registraron un valor similar de g como se muestra en la Figura 18. Las respuestas máximas se resumen en la Tabla 3, donde se observa que la aceleración máxima debida al caminar de personas en la losa de prueba es aproximadamente 0.77g.



Figura 16. Análisis de vibración forzada debida al caminar de personas en losa de prueba

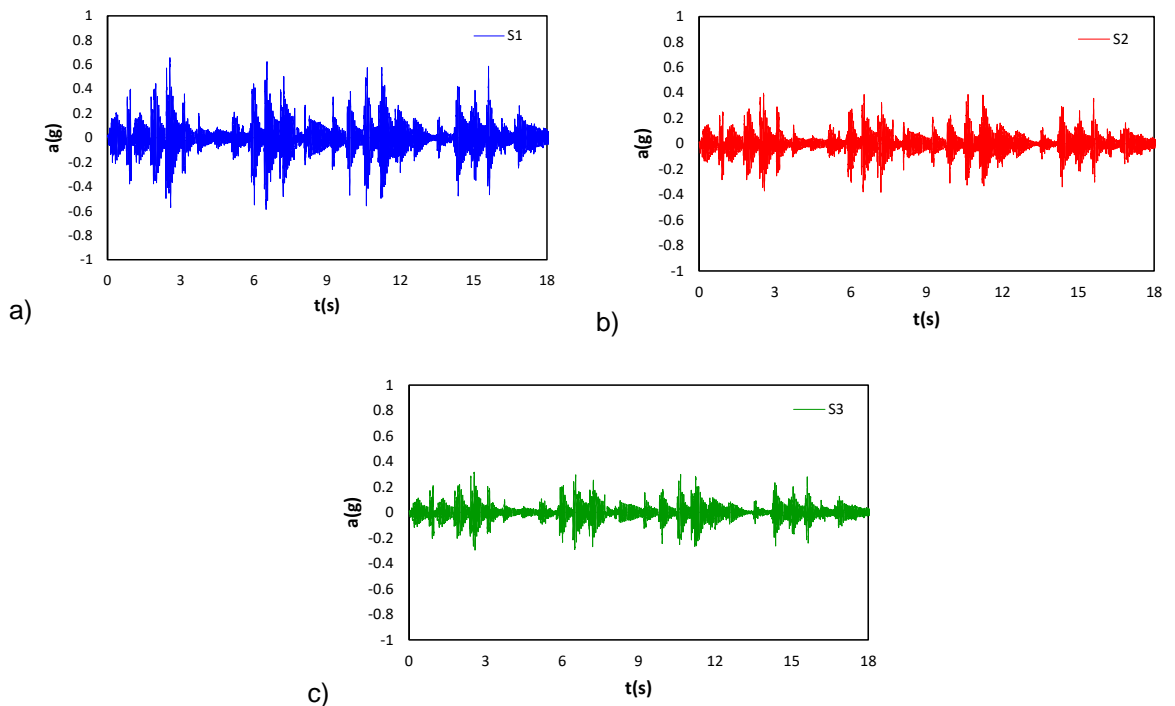


Figura 17. Aceleraciones en prueba de vibración forzada en el arreglo A1 en los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

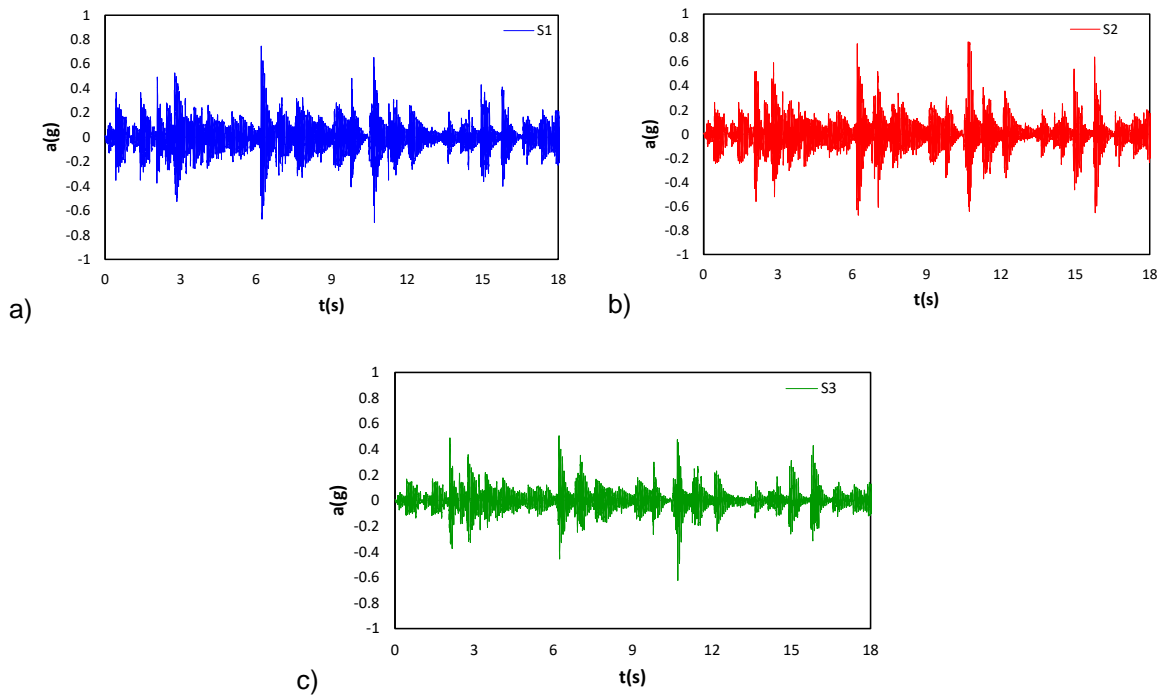


Figura 18. Aceleraciones en prueba de vibración forzada en el arreglo A2 en los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

Tabla 3 Aceleraciones máximas en losa de prueba ante al caminar de dos personas

Aceleración máxima (g)		
Sensor	Arreglo	
	A1	A2
S1	0.65	0.75
S2	0.40	0.77
S3	0.31	0.62

3.2.2 Losa de vigueta y bovedilla apoyada sobre muros

En esta prueba, la losa se sometió a vibración forzada ante el caminar de dos personas cuyos datos de peso y frecuencia de caminado son iguales a la prueba anterior como se muestra en la Figura 19. El registro de las aceleraciones de cada sensor consistió en dos casos: primero y segundo. En el primer caso se obtuvo la respuesta para la actividad de una persona con peso de 86 kg caminando sobre la superficie total de la losa de manera aleatoria, haciendo énfasis en trayectorias diagonales con el fin de obtener la respuesta máxima. Por otra parte, en el segundo se realizó el mismo procedimiento para el caminado simultáneo de dos personas.



Figura 19. Análisis de vibración forzada debida al caminar de personas en losa de prueba

La respuesta dinámica ante el caminar de una persona se obtuvo para los 3 arreglos de sensores, donde el arreglo A1 registró las respuestas máximas como se muestra de las Figuras 20 a 22. En el caso del caminar de dos personas, las aceleraciones máximas ocurrieron en el arreglo A2 mostrado de las Figuras 23 a 25.

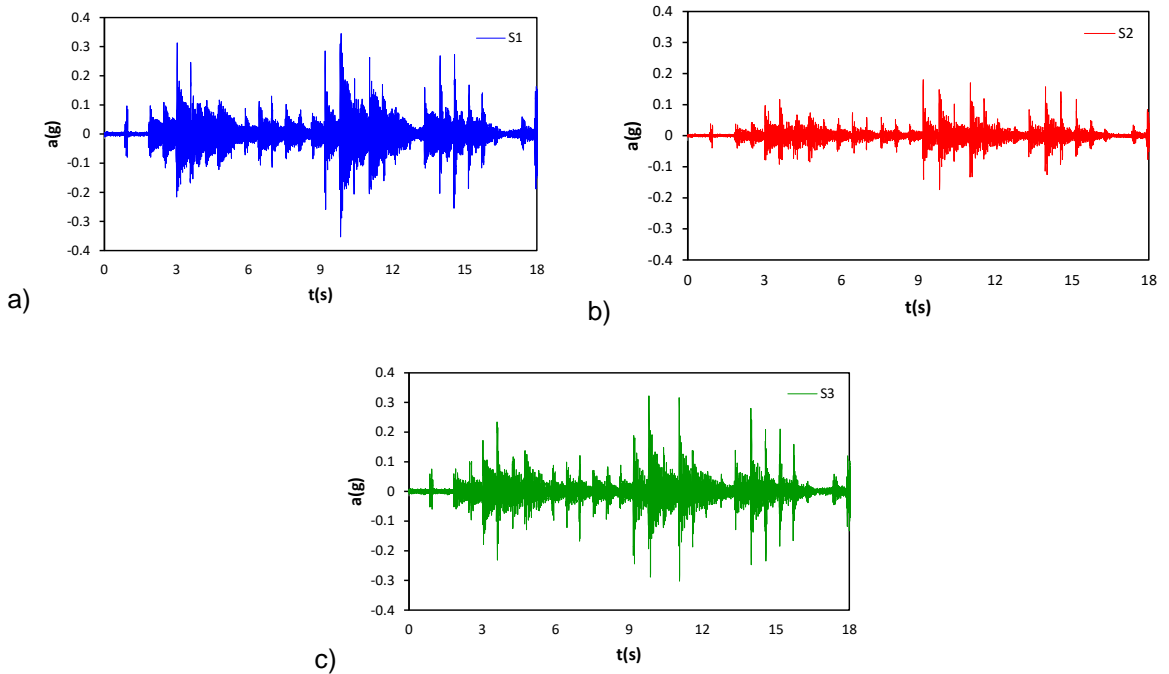


Figura 20. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de una persona en el arreglo A1 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

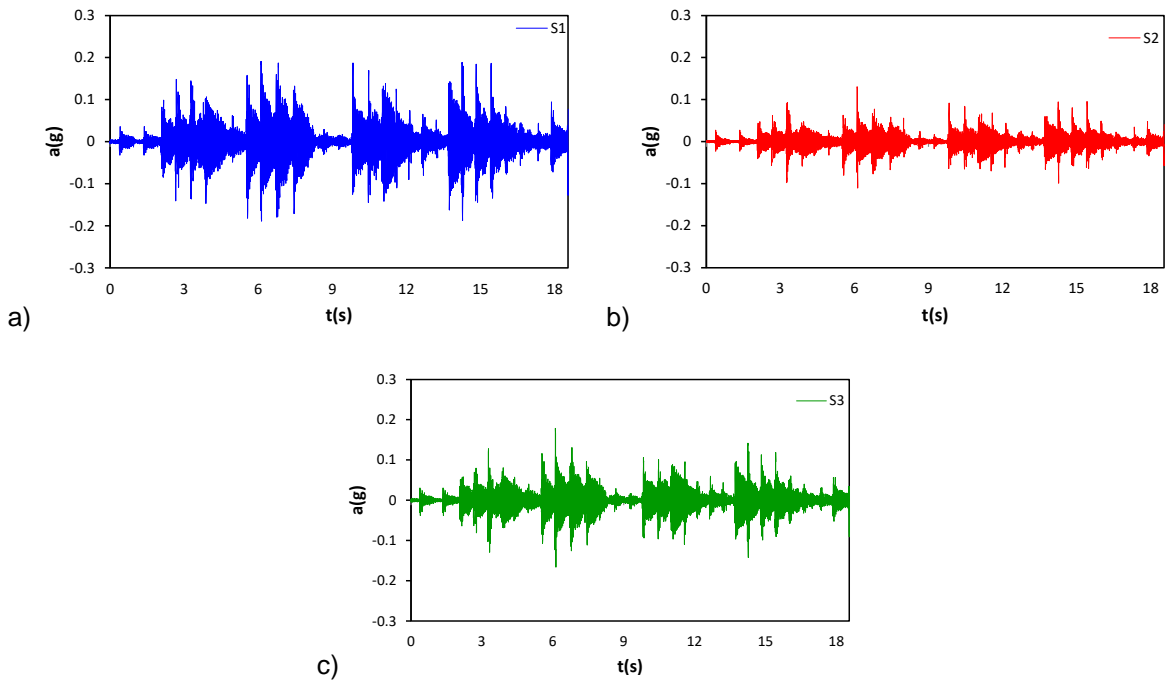


Figura 21. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de una persona en el arreglo A2 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

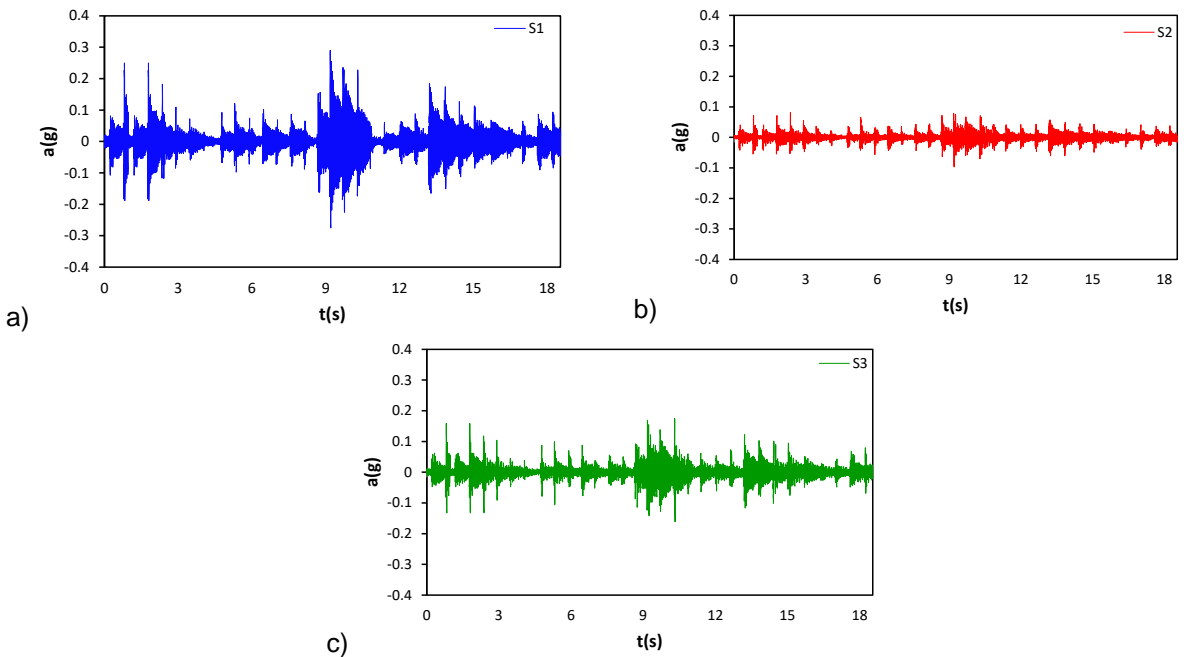


Figura 22. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de una persona en el arreglo A3 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

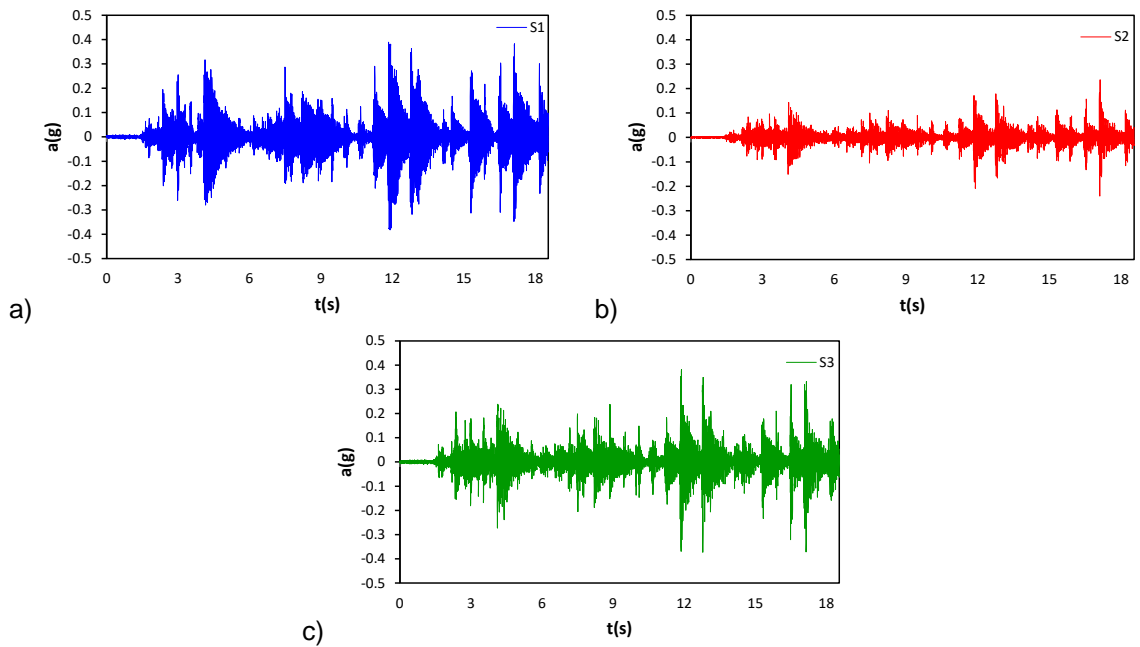


Figura 23. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de dos personas en el arreglo A1 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

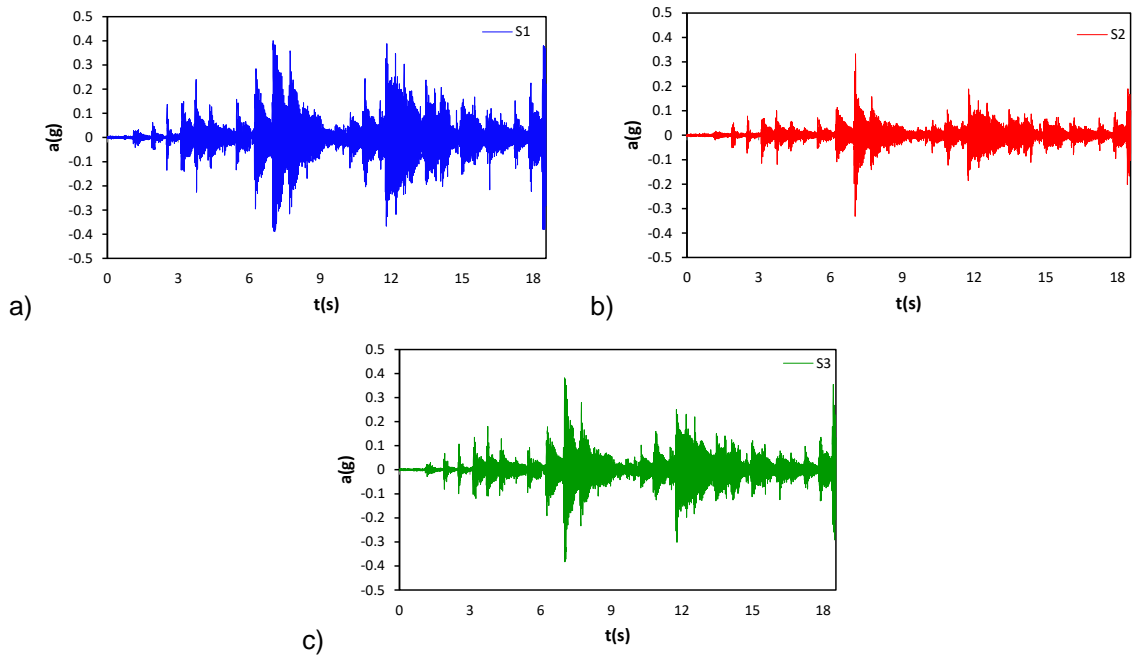


Figura 24. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de dos personas en el arreglo A2 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

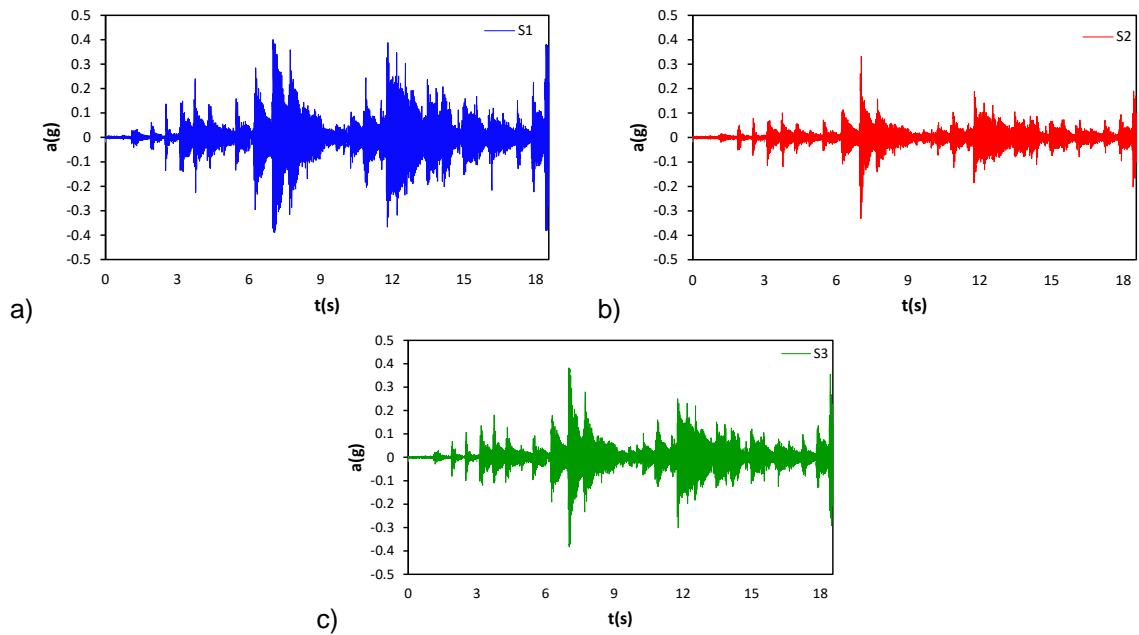


Figura 25. Aceleraciones en prueba de vibración forzada ante el caminar de dos personas en el arreglo A3 de los sensores: a) S1, b) S2 y c) S3

Los valores máximos de cada registro se muestran en las Tablas 4 y 5, donde se observa que para el caso del caminar de una persona el valor máximo es de 0.35g en el sensor S1; mientras que para el segundo caso la aceleración máxima es de 0.39g para el sensor S2. Con ello, se obtiene que el incremento de la magnitud de la respuesta en el centro de la losa para esta prueba sea del 11 %. La variación en los valores máximos de aceleración se debe principalmente a dos factores: la posición de los sensores y la aleatoriedad en el movimiento de las cargas de excitación debida a las personas, ya que había ocasiones en que ambas personas coincidían en sus pasos en el centro del claro, la cual una es una zona de respuesta máxima en la losa.

Tabla 4 Aceleraciones máximas en losa de prueba ante el caminar de una persona

Aceleración máxima (g)			
Sensor	Arreglo		
	A1	A2	A3
S1	0.35	0.19	0.29
S2	0.18	0.13	0.09
S3	0.32	0.18	0.18

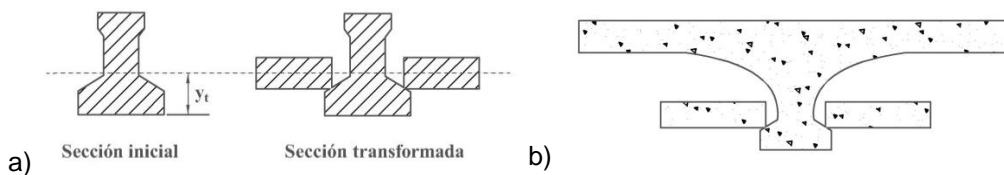
Tabla 5 Aceleraciones máximas en losa de prueba ante al caminar de dos personas

Sensor	Aceleración máxima (g)		
	Arreglo		
	A1	A2	A3
S1	0.38	0.39	0.28
S2	0.24	0.33	0.10
S3	0.38	0.38	0.19

4 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOSA DE VIGUETA Y BOVEDILLA APOYADA SOBRE VIGAS

Con el objetivo de evaluar el nivel de aproximación de soluciones analíticas como numéricas en el análisis y diseño ante vibración debida al caminar de personas en losas de vigueta y bovedilla, se realiza una comparación de ambas con la solución experimental obtenida. En el caso analítico, se utilizan las especificaciones que propone la ANIVIP (2013) para el análisis y diseño ante vibración debida al caminar de personas de losas de vigueta y bovedilla, considerando las propiedades de los materiales mencionados en la sección 2.2.1.

Debido a la diferencia entre propiedades mecánicas que tienen los materiales que constituyen la losa y vigueta, se utilizó el concepto de sección transformada en la vigueta, donde la relación de módulos de elasticidad es $n = E_{\text{vigueta}}/E_{\text{firme}} = 2.07$. Por lo que la sección transformada se muestra en la Figura 26a, donde la sección vigueta incrementa 107% de su área original, manteniendo su centro de gravedad. Por lo tanto, la sección transformada es como la que se muestra en la Figura 26b.

**Figura 26.** Sección viga-losa: a) sección vigueta y b) sección transformada

La aceleración de la sección viga-losa primero se obtuvo a partir de la ec.(2), propuesto por el AISC (2003) para sistemas de losa-acero y el ANIVIP (2013) para sistemas de vigueta-bovedilla, donde el desplazamiento Δ se obtiene a partir del peso de la sección y el momento de inercia de la sección transformada, obteniendo así una frecuencia natural fundamental f_a de 12 Hz como se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6 Cálculo de la f_a de sección viga-losa

f_a	
Concepto	Magnitud
n	2.07
I(cm ⁴)	14707
w(kg/m)	106.52
Δ (cm)	0.22
f_a (Hz)	12

Las especificaciones de la ANIVIP (2013) recomiendan que la f_a de un sistema de piso debe tener una magnitud mínima necesaria para evitar vibraciones excesivas debidas al caminar de personas como muestra la ec. (5).

$$f_{\min} \geq 2.86Ln \left(\frac{K}{\beta W} \right) \quad (5)$$

donde K y β son una constante y el factor de amortiguamiento, respectivamente, los cuales dependen del uso de la estructura. En este caso para uso residencial como se muestra en la ANIVIP (2013). W es el peso efectivo del sistema losa-viga, donde para obtenerlo se recomienda que el ancho B es igual a la longitud del claro L por ser un elemento considerablemente rígido a torsión. Por lo tanto, para el caso que se estudia se tiene que $12 \text{ Hz} < 12.37 \text{ Hz}$, por lo que no se cumple con el requisito de frecuencia mínima calculado en la Tabla 7. Es evidente que el espécimen tendrá vibraciones excesivas debido al caminar de personas. Sin embargo, el valor de la f_a es útil para calcular la aceleración del sistema como se muestra posteriormente.

Tabla 7 Cálculo de la f_{\min} de sección viga-losa

f_{\min}	
Concepto	Magnitud
K(kg)	5914
β	0.03
w(kg/m ²)	152
B(m)	4.14
L(m)	4.14
W(kg)	2608
f_{\min} (Hz)	12.37

El cálculo de la aceleración se realizó con base en la expresión utilizada por la ANIVIP (2013), definida como ec. (2), donde utilizando los valores de la Tabla 1 se tiene que la pseudo-aceleración es $a_p/g=0.55$ como se muestra en la Tabla 8.

Tabla 8 Obtención de la pseudo-aceleración máxima en losa de prueba

Aceleración máxima	
Concepto	Magnitud
P_o (kg)	29.6
f_a	12
β	0.03
W(kg)	2608
a_p/g (%)	0.55

Teniendo una solución analítica y experimental, se procede a obtener una solución numérica mediante un modelo con elementos finitos tipo lámina y viga como se muestra en la Figura 27, donde se obtiene una f_{exp} de 14.88 Hz, con una diferencia del 6.4% con respecto a la solución experimental.

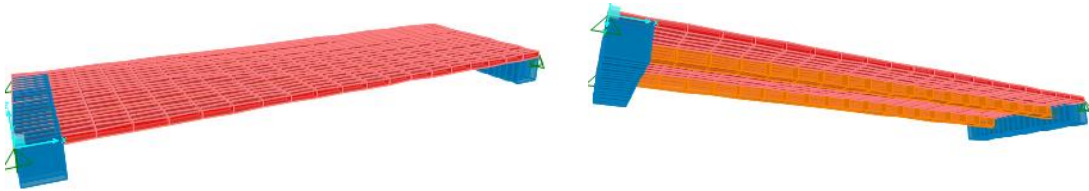


Figura 27. Modelo numérico de losa de vigueta y bovedilla

Para el análisis de la respuesta se consideraron dos cargas dinámicas: el caminar de una persona y una actividad rítmica debida a ejercicios aeróbicos. Estas cargas se definen en el estudio de Bachmann *et al.* (1995), con la expresión siguiente:

$$P(t) = w_p + \sum_{i=1}^n w_p \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \tag{6}$$

donde $P(t)$ es la carga dinámica en función del tiempo, w_p es el peso de una persona igual a 90 kg, α_i es el factor de carga dinámica o coeficiente de Fourier del i -ésimo armónico, f_p es la frecuencia de la actividad (Hz), i es el número del i -ésimo armónico, n es el número total de contribuciones armónicas, t es el tiempo, y ϕ_i es el ángulo de desfaseamiento del i -ésimo armónico con respecto al primer armónico. La densidad de personas se consideró de 1 personas/m² para el caso del caminar de una persona y de 0.25 personas/m² para actividad rítmica debida a ejercicios aeróbicos. Considerando los valores de la Tabla 9, correspondientes a lo establecido por Bachmann *et al.* (1995), se obtienen las funciones de carga que se muestran en la Figura 28.

Tabla 9 Coeficientes de cargas dinámicas (Bachmann *et al.*, 1995)

Concepto		Caminar de personas	Aeróbicos
Frecuencia de paso	f_p (Hz)	2.40	3.00
Coeficientes de Fourier	α_1	0.40	1.70
	α_2	0.10	1.10
	α_3	0.10	0.50
Ángulo de fase	ϕ_1	0	0
	ϕ_2	1.57	1.26
	ϕ_3	1.57	1.26

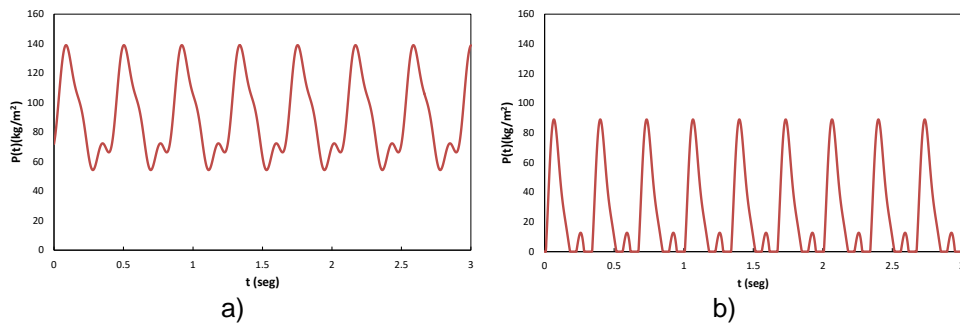


Figura 28. Funciones de carga para: a) caminar de una persona y b) actividad rítmica de aeróbicos

Debido a que la respuesta del espécimen de prueba se obtuvo mediante un análisis experimental, analítico y numérico, se observa que la frecuencia natural fundamental entre todas es similar. Sin embargo, en la pseudo-aceleración existe una diferencia considerable para el caso numérico, como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10. Comparación entre solución analítica y experimental de losa

Solución	Frecuencia natural (Hz)		a_{max} (%g)
Analítico	12		0.55
Experimental-Dos personas	15.90		0.77
Numérico-Paso de personas	14.88		0.02
Numérico-Aeróbicos	14.88		0.28

Las frecuencias y pseudo-aceleraciones obtenidos analítica, experimental y numéricamente se colocaron en el nomograma de perceptibilidad de vibración de la ANIVIP (2013) como se muestra en la Figura 29, donde se observa una tendencia similar en las frecuencias. Sin embargo, el resultado analítico tiene una baja aproximación en la pseudo-aceleración respecto al modelo experimental. La similitud entre las frecuencias se atribuye a las propiedades mecánicas de los materiales, así como la geometría y posición de los elementos que conforman la losa. Por otra parte, la diferencia entre las pseudo-aceleraciones muestra que la carga dinámica del modelo analítico subestima a las cargas en campo. Además se observa que las cargas propuestas por Bachmann *et al.* (1995) difieren considerablemente de las demás soluciones para el caso del caminar de una persona; mientras que para la respuesta obtenida con la carga rítmica (actividad aeróbica), existe una menor diferencia. Lo cual muestra que estas cargas son poco adecuadas para el análisis ante vibración debida actividades humanas.

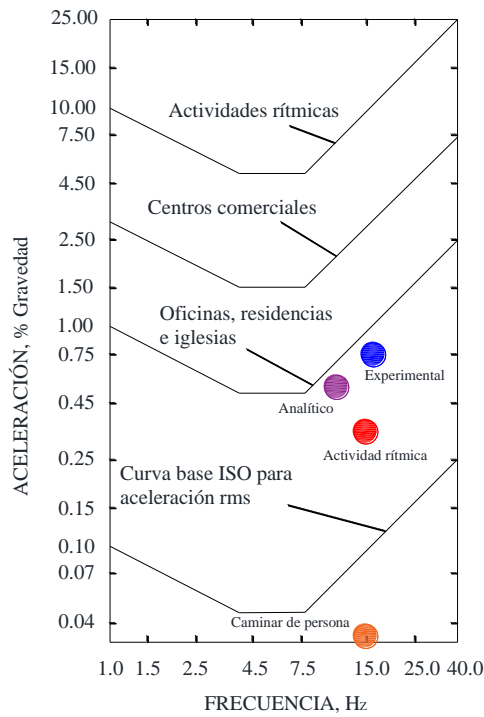


Figura 29. Comparativa entre soluciones en el análisis ante vibración de losa de prueba (adaptado de AISC 2003 y ANIVIP 2013)

5 ANÁLISIS DE LOSA DE VIGUETA Y BOVEDILLA APOYADA SOBRE MUROS DE MAMPOSTERÍA CONFINADA

Dadas las características que presenta el espécimen de prueba es necesario realizar una comparativa entre las soluciones experimental, analítica y numérica para evaluar el nivel de aproximación de las dos últimas. Al igual que el espécimen anterior, se utilizan las especificaciones que propone la ANIVIP (2013). Como existe una diferencia entre propiedades mecánicas que presentan los materiales que constituyen la losa y vigueta, se utiliza el concepto de sección transformada como se muestra en la Figura 30.

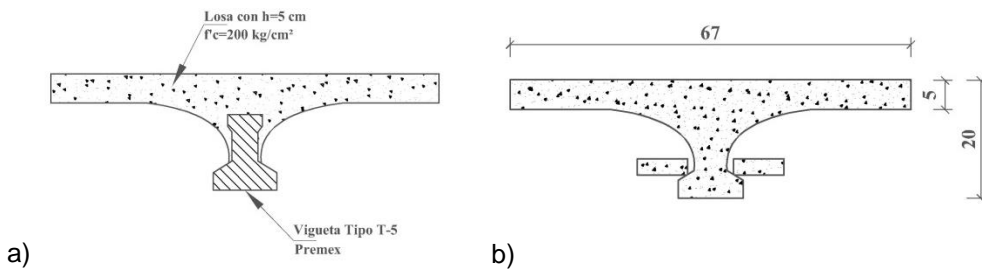


Figura 30. Sección viga-losa: a) sección original y b) sección transformada

Con las propiedades mostradas anteriormente, se obtiene la f_n del sistema de piso, considerando cargas muertas debidas por peso propio y un peso adicional por firme de yeso como se muestra en la Tabla 11. El momento de inercia se calculó a partir de la sección transformada vista en la Figura 30, donde, al igual que en la prueba anterior, se considera la incertidumbre que presenta la capa de compresión en las condiciones de mezclado y colocación del concreto. Por lo tanto, teniendo que $f'c= 200 \text{ kg/cm}^2$; $t=1.28$ y un coeficiente de variación $V=0.15$, obtenidos de tablas (González y Robles, 2006) se tiene que $f_p=247.52 \text{ kg/cm}^2$. Por ello, en este análisis se propuso una resistencia a compresión del concreto de 250 kg/cm^2 . Entonces el valor de la relación de módulos de elasticidad es $n=1.26$.

Obteniendo el desplazamiento Δ en el centro del claro y sustituyendo en la expresión $f_n = 0.18\sqrt{g/\Delta}$, donde $g=9.81 \text{ m/s}^2$, se obtiene la f_a de 15.92 Hz como se muestra en la Tabla 12. En el caso de los requerimientos por f_{min} se obtiene un valor de 11.92 Hz como se muestra en la Tabla 13, cumpliendo así con la especificación. Por otra parte, el cálculo de la aceleración se realizó con base en la expresión utilizada por la ANIVIP (2013), $ap/g = P_0 e^{-0.35f_n} / \beta W$ donde los valores P_0 , β son valores definidos en tablas. Por lo tanto, la pseudo-aceleración es $ap/g=0.12$ como se muestra en la Tabla 14.

Tabla 11 Cargas muertas en sección vigueta-losa

Peso de sección (kg/m²)	
W_{propio}	179.41
$W_{propio_adicional}$	15
Total	194.41

Tabla 12 Cálculo f_a de sección viga-losa

f_a	
Concepto	Magnitud
n	1.26
L(cm)	396
I(cm ⁴)	14898
w(kg/m)	130.25
Δ (cm)	0.12
f_a (Hz)	15.92

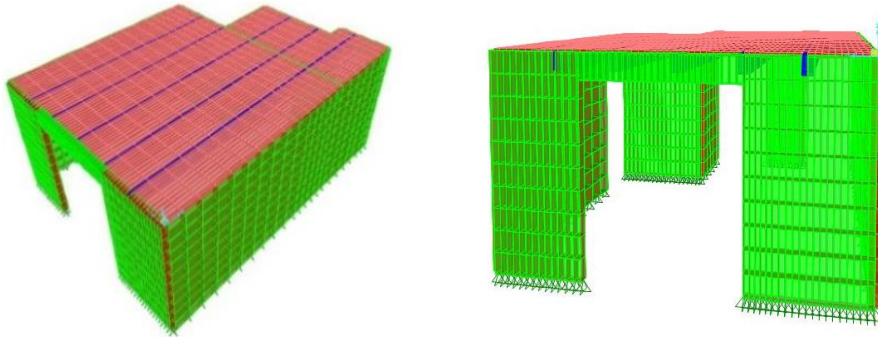
Tabla 13 Cálculo de f_{min} de sección viga-losa

f_{min}	
Concepto	Magnitud
K(kg)	5914
B	0.03
w(kg/m ²)	194.41
B(m)	3.96
L(m)	3.96
W(kg)	3049
f_{min} (Hz)	11.92

Tabla 14 Cálculo de la pseudo-aceleración máxima en losa de prueba

Pseudo-aceleración máxima	
Concepto	Magnitud
$P_o(\text{kg})$	29.6
f_a	15.92
B	0.03
$W(\text{kg})$	3049
a_p/g (%)	0.12

Una vez que se tienen soluciones analíticas y experimentales, se obtiene una solución numérica mediante un modelo con elementos lámina y viga como se muestra en la Figura 31. En el que el valor de la relación de módulos de elasticidad es $n=1.26$. Como resultado del modelado numérico se tiene una f_{exp} de 24.41 Hz, con una diferencia del 2% con la solución experimental.

**Figura 31.** Modelo numérico de losa de vigueta y bovedilla

Para el análisis de la respuesta se utilizaron las dos cargas dinámicas mencionadas en el experimento 1: el caminar de una persona y una actividad rítmica debida a ejercicios aeróbicos, las cuales están definidas por Bachmann *et al.* (1995). Al calcular la respuesta dinámica del modelo numérico, se realiza una comparación entre las diversas soluciones obtenidas como se muestra en la Tabla 15 y Figura 32, donde se observa que al utilizar las cargas propuestas por Bachmann *et al.* (1995), las aceleraciones difieren considerablemente de las demás soluciones. Por lo que estas cargas no son adecuadas para el análisis ante vibración debida actividades humanas. Por otra parte, se valida el método de análisis que propone la ANIVIP (2013) para calcular la frecuencia f_a y la pseudo-aceleración en sistemas de piso de vigueta y bovedilla.

Tabla 15 Comparación entre soluciones en losa

Solución	$f(\text{Hz})$	a_{\max} (%g)
Analítico	15.92	0.12
Experimental-Dos personas	24.89	0.39
Numérico-Paso de personas	24.41	0.01
Numérico-Aeróbicos	24.41	0.07

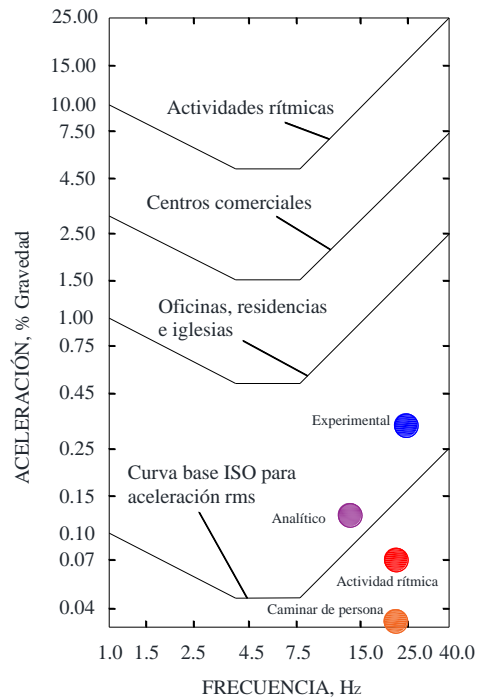


Figura 32. Comparativa entre soluciones en el análisis ante vibración de losa de prueba (adaptado de AISC 2003 y ANIVIP 2013)

6 CONCLUSIONES

Este trabajo se desarrolló un estudio analítico, numérico y experimental de dos sistemas de losa a base de vigueta y bovedilla, en el que se comparan los valores de la frecuencia natural fundamental y la pseudo-aceleración máxima, variables que definen la perceptibilidad a la vibración.

La ubicación de los sensores de aceleración en cada espécimen de prueba se obtuvo con base en análisis modales de losas macizas de concreto reforzado, utilizando elementos finitos lámina. Por lo que, el modo fundamental con un máximo en el centro del claro, es registrado con una amplitud considerable, como lo muestran los espectros de potencia. Sin embargo, es necesario realizar modelos numéricos más detallados para definir la localización de modos superiores.

Se valida la expresión analítica que proporciona la ANIVIP (2013) para el cálculo de la frecuencia natural fundamental f_a en sistemas de losa de vigueta y bovedilla, pues proporciona valores cercanos a los experimentales. Sin embargo, es necesario considerar un sistema continuo para obtener valores de mejor aproximación. Por otra parte, las pseudo-aceleraciones máximas obtenidas con ANIVIP (2013) se consideran de una aproximación aceptable ya que son valores cercanos por debajo de los valores experimentales, lo cual muestra una subestimación de la carga dinámica.

Es necesario definir cargas dinámicas para el análisis de sistemas de piso ante vibración, así como revisar las ya establecidas en la literatura, ya que para el caso de Bachmann *et al.* (1995) se subestima las cargas debidas al caminar de personas considerándose como cargas uniformemente distribuidas.

Teniendo que las soluciones numéricas y analíticas utilizan una carga dinámica que representa el caminar de una persona, es necesario considerar el caso del caminar de dos personas, ya que al considerarla, la aceleración incrementa con valores mayores al 10% respecto al caminar de una persona, como se muestra en el segundo experimento. Por lo que, es necesario revisar la categorización de las cargas, las cuales actualmente están definidas como: el caminar de una persona y actividades de un conjunto de personas o rítmicas.

Considerando el uso destinado a vivienda para los especímenes mostrados, se tiene que para el nomograma utilizado las aceleraciones experimentales que ocasionan incomodidad a las personas son las producidas en el primer espécimen, ya que la aceleración es mayor de 0.5g e incluso mayor que los límites establecidos por el AISC (2003) para cargas rítmicas debidas a un conjunto de personas con valor de 0.7g; mientras que estos umbrales no se exceden en el segundo experimento. Por lo que el tipo de apoyo influye en la excitación del sistema de piso.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca de estudios de doctorado. Los tres autores agradecen a la Universidad Autónoma Metropolitana por las facilidades proporcionadas a la realización de este trabajo. Se agradece al Dr. Eduardo Arellano Méndez y al Ing. Oscar Montoya Delgadillo por brindarnos las facilidades para la realización de la prueba de la losa apoyada en sus extremos y de la losa ubicada en el edificio de departamentos, respectivamente.

REFERENCIAS

- AISC (2003), "Floor vibrations due to human activity", Steel Design Guide 11, *American Institute of Steel Construction, Inc.*, Chicago, EUA.
- ATC (1999), "ATC Design Guide 1: Minimizing Floor Vibration", *Applied Technology Council*, Redwood City, CA.
- ANIVIP (2013), "Guía de diseño por vibración debido a la actividad humana en pisos prefabricados", *Asociación de Nacional de Industriales de la Vigueta Pretensada A.C.*, México, D.F.
- Arellano, E. (2016), Comunicación personal.
- Bachmann, H., Ammann, W.J., Deischl, F., Eisenmann, J., Floegl, I., Hirsch, G.H., Klein, G.H., Lande, G. J., Mahrenholtz, O., Natke, H.G., Nussbaumer, H.,

Pretlove, A., Rainer, J.H., Saemann, E., y Steinbeisser, L. (1995), "Vibration problems in structures", *Practical guidelines*, Berlin: Birkhauser, Alemania.

Contreras, H. (1977), "Vibraciones en losa", *Recomendaciones para reglamento*, Instituto de Ingeniería, UNAM.

González, O.M. (2014) Comunicación personal.

CSA (1989), Canadian Standard CAN3-S16.1-M89: Steel Structures for Buildings-Limit States Design: Appendix G, Guide for Floor Vibrations. Rexdale, Ontario.

González, O.M. y Robles, F. (2006), Aspectos fundamentales del concreto reforzado, Cuarta edición, *Limusa*, México.

ISO (1989), "Evaluation of human exposure to whole-body vibration-part 2: human exposure to continuous and shock-induced vibrations in buildings (1 to 80 Hz)", *International Standards Organization, International Standard*, ISO 2631-2.

NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal". *Gaceta Oficial del Distrito Federal*. México D.F.

PREMEX (2013), Manual técnico de losas prefabricadas PREMEX, *Presforzados Mexicanos de Tizayuca S.A de C.V*, México.

Reiher, H. y Meister F.J. (1931), "The effect of vibration on people," Translated from *Forsch. Geb. Ing. Wes: 2 (11) 381-6*, by U. S. Air Material Command. Translation F-TS616-RE. Wright Field, Ohio.