## COMPARISON OF CRITERIA FOR THE DETERMINATION OF DESIGN SHEAR FORCE IN RC COLUMNS OF DUCTILE BUILDINGS

#### César Iván Camacho Cruz<sup>(1)</sup> y Eber Alberto Godínez Domínguez<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Estudiante, Maestría en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, km 1081, S/N, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. <u>cezar 1701@hotmail.com</u>

<sup>(2)</sup>Profesor, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, km 1081, S/N, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. <u>eber.godinez@unach.mx</u>

Received: November 2019. Accepted: January 2020

## ABSTRACT

A comparison among three different criteria for the assessment of the design shear force of RC columns of ductile buildings (Q=4) is presented in this paper. The following criteria are considered: a) the one established in the Mexican reinforced concrete guidelines (NTCC-17), based on capacity design principles. b) the one proposed by Park and Paulay (1978), in which it is considered that maximum moments do not occur simultaneously at both ends of the column, but that at one end only a fraction of the capacity is developed and, c) one based on a variant of the proposal made by Moehle (2014), which is based on the results of non-linear dynamic analyses. Columns of buildings of six, nine and 12 stories, located in the soft soils of lakebed zone of Mexico City, are considered. The shear forces obtained using each different criterion are compared with those obtained from nonlinear dynamic analyses. From the results obtained, it can be concluded that, ground floor and first story columns should be designed using capacity design principles, as it is proposed in the NTCC-17. However, this criterion overestimates the shear demands in the columns of the upper levels. In this case, the method proposed by Moehle or the one Park and Paulay might be more appropriate.

Keywords: Shear, RC columns, capacity design, ductile buildings

# COMPARACIÓN DE CRITERIOS PARA LA DETERMINACIÓN DEL CORTANTE DE DISEÑO EN COLUMNAS DE EDIFICIOS DÚCTILES DE CONCRETO REFORZADO

#### RESUMEN

Se presenta un estudio en el cual se comparan tres criterios para la determinación de la fuerza cortante de diseño en columnas de edificios de concreto reforzado de alta ductilidad. Los criterios considerados son: a) el estipulado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y

Construcción de Estructuras de Concreto 2017 (NTCC-17), el cual se basa en conceptos de diseño por capacidad, b) el propuesto por Park y Paulay (1978), en el que se considera que no ocurren simultáneamente momentos máximos en ambos extremos de la columna, sino que en un extremo únicamente se desarrolla una fracción de la capacidad y, c) el basado en una variante de la propuesta realizada por Moehle (2014), el cual tiene fundamento en los resultados de análisis dinámicos no lineales. Se consideran columnas de edificios de seis, nueve y 12 niveles, ubicados en la zona del lago de la Ciudad de México. Los resultados obtenidos con cada criterio se comparan con la historia de fuerzas cortantes obtenidas a partir de análisis dinámicos no lineales paso a paso. De los resultados obtenidos, se observa que, para el diseño de las columnas de planta baja y primer nivel, el método de diseño por capacidad propuesto en las NTCC-17 es el que mejor cubre las demandas observadas. Sin embargo, este criterio sobreestima las demandas en las columnas de los niveles superiores. En este caso, el método propuesto por Moehle o el de Park y Paulay podría resultar más adecuado.

Palabras clave: Cortante, columnas de concreto, diseño por capacidad, edificios dúctiles

## 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los aspectos de mayor relevancia y complejidad dentro del proceso de diseño sísmico de edificios dúctiles radica en el adecuado diseño y detallado de las columnas. En varios códigos internacionales de diseño de estructuras de concreto reforzado, como las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto de México (NTCC-17) o el reglamento del Instituto Americano del Concreto de los Estados Unidos (ACI-318-14 2014), se recomienda que las columnas de sistemas estructurales que busquen tener un comportamiento dúctil, se diseñen con el fin de que se desarrollen articulaciones plásticas en sus extremos antes de que se presenten fallas frágiles por cortante. En este sentido, tanto en las NTCC-17 como en el ACI-318 14, se recomiendan criterios de diseño por capacidad para la obtención de un cortante de diseño que brinde suficiente resistencia a cortante tanto en vigas como en columnas de sistemas dúctiles. Sin embargo, para columnas, este criterio puede, en algunos casos, ser demasiado conservador. Por esto, en este artículo se evalúan tanto el criterio recomendado en las NTCC-17, así como dos criterios adicionales, para el cálculo de la fuerza cortante de diseño en columnas que forman parte de sistemas dúctiles. En todos los casos se emplea el criterio de diseño de columna fuerte-viga débil, lo que permite, en teoría, obtener un comportamiento dúctil con un mecanismo de falla estable y consistente ante acciones sísmicas intensas.

Para realizar el estudio, se analizaron y diseñaron edificios regulares de 6, 9 y 12 niveles, estructurados con base en marcos de concreto reforzado de alta ductilidad, por lo que en todos los casos se consideró un factor de comportamiento sísmico Q=4. Los edificios se ubicaron en la Zona del lago de la Ciudad de México. Con base en los diseños estructurales resultantes, se realizaron análisis dinámicos no lineales paso a paso con el fin de determinar la historia de las demandas de fuerza cortante en columnas, y compararlas con los

resultados obtenidos al emplear los tres criterios siguientes para el cálculo del cortante actuante: 1) el estipulado en las NTCC-17 (NTCC-17 2017); basado en conceptos de diseño por capacidad, en el cual se supone que en los extremos de columnas actúan momentos flexionantes nominales, del mismo sentido, que representan una aproximación a la resistencia real a flexión, dividido entre su altura efectiva, 2) el recomendado por Park y Paulay (1978), en el cual se considera que no se desarrollan articulaciones plásticas simultáneas en los extremos de la columna, sino que en un extremo únicamente se desarrolla el 50% de su capacidad, dividido entre el producto de un factor  $\alpha$  y la altura libre del elemento y, 3) una variante del método propuesto por Moehle (2014), el cual se basa en los trabajos realizados por Visnjic (2014), en el que se considera que el cortante de diseño en columnas puede calcularse como el producto del cortante de la columna, calculado a partir de un análisis modal espectral, por un factor que considera los efectos dinámicos y otro que considera la sobrerresistencia del sistema estructural.

Para la realización de los análisis dinámicos no lineales, se generaron acelerogramas sintéticos que representan el peligro sísmico actualmente especificado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS-17 2017). El procedimiento planteado para la obtención de los acelerogramas sintéticos contempla el empleo de las funciones de transferencia empíricas promedio (FTE) obtenidas por Pérez-Rocha (1998) a partir de los registros de la red acelerométrica de la Ciudad de México, y el espectro promedio de escalamiento sísmico empleada se discute con detalle en Pérez-Rocha (1998), Godínez (2005 y 2010), Tena-Colunga *et al.* (2007) y Godínez *et al.* (2012 y 2013).

## 2. EDIFICIOS EN ESTUDIO

## 2.1. Características generales de los edificios

Los edificios se diseñaron conforme a los lineamientos estipulados en el Reglamento de Construcción para el Distrito Federal (RCDF-17) y sus correspondientes Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017), y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS-17 2017). En todos los casos se empleó un factor de comportamiento sísmico Q=4.

Se diseñaron edificios de oficinas de seis, nueve y 12 niveles. Los edificios son regulares en planta y elevación. Como se indica en la figura 1, cuentan con tres crujías en cada dirección, con claros de 7.00 m, por lo que se tiene una planta de 21.0 m por lado. Existen vigas secundarias orientadas en ambas direcciones con el objetivo de fomentar una mejor distribución de las cargas verticales (Tena *et al.* 2012). La altura de entrepiso es de 3.50 m., por lo que la altura total de los edificios es de 21.00 m, 31.50 m y 42.00 m, respectivamente.

En todos los casos se consideró concreto clase I con una resistencia a compresión ( $f'_c$ ) de 250 kg/cm<sup>2</sup> y acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia de 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

En los modelos de análisis estructural de los edificios se tomó en cuenta el aporte de la losa tanto en rigidez como en resistencia, por lo que las vigas se consideraron como secciones T y L, según su ubicación. El espesor de los patines de cada elemento se obtuvo mediante el diseño de las losas, las cuales fueron diseñadas ante cargas verticales y para satisfacer estados límites de deformación y de servicio. Asimismo, las vigas secundarias se diseñaron bajo el efecto de cargas verticales, revisando el cumplimiento del estado límite de servicio.



Figura 1 Planta y elevación de los edificios.

Para identificar cada uno de los modelos se emplea una nomenclatura basada en el número de niveles y el factor de comportamiento sísmico (Q) empleado en el diseño. Así, los edificios en estudio se identifican como: 6NQ4, 9NQ4 y 12NQ4. Por ejemplo, la nomenclatura 6NQ4 hace referencia a un edificio de seis niveles diseñado empleando un factor Q=4.

#### 2.2. Determinación del espectro para diseño sísmico

Los espectros para diseño sísmico se definieron conforme a lo especificado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del RCDF-17 (NTCS-17 2017). Los edificios se ubicaron para su diseño en la Zona del Lago de la Ciudad de México, en las coordenadas 19.37, -99.15. Los parámetros del espectro de diseño se obtuvieron con la ayuda del software denominado Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID). El periodo dominante del terreno ( $T_s$ ) es igual a 1.188 y los parámetros que definen el espectro elástico son: (a) coeficiente de aceleración del terreno  $a_0=0.262$ , (b) coeficiente sísmico c=0.971, (c) k=0.56 y (d) los periodos característicos  $T_a=0.92$  seg. y  $T_b=1.687$  seg.

Para la definición del espectro inelástico de diseño, de acuerdo con lo especificado en las NTCS-17, las ordenadas espectrales correspondientes al

espectro elástico se dividieron entre el factor de sobrerresistencia, R (ec. 1), y el factor de reducción por comportamiento sísmico, Q' (ec. 3). En la figura 2 se presentan los espectros de diseño sísmico elástico e inelástico correspondientes a la ubicación de los edificios.

$$R = k_1 R_0 + k_2 \tag{1}$$

$$k_2 = 0.5 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_a} \right)^{1/2} \right] > 0$$
<sup>(2)</sup>

$$Q' = \begin{cases} 1 + (Q-1)\sqrt{\frac{\beta}{k}} \frac{T}{T_{a}}; si \ T \le T_{a} \\ 1 + (Q-1)\sqrt{\frac{\beta}{k}}; si \ T_{a} < T \le T_{b} \\ 1 + (Q-1)\sqrt{\frac{\beta\rho}{k}}; si \ T > T_{b} \end{cases}$$
(3)

En la ec. 1,  $R_0$  es un factor básico de sobre-resistencia del sistema estructural, que se toma igual a dos para el caso de estructuras de concreto dúctiles,  $k_1$  es un factor de corrección por hiperestaticidad, que se consideró unitario por tratarse de un sistema estructural de concreto que tiene tres o más crujías resistentes a sismo en las dos direcciones de análisis y,  $k_2$  es un factor de incremento para estructuras pequeñas y rígidas, que se obtiene con la ec. 2. En la ec. 3  $T_a$  y  $T_b$  son los periodos característicos que definen el inicio y final de la meseta del espectro, respectivamente, Q es el factor de comportamiento sísmico, k es el cociente entre desplazamientos máximos del suelo y de la estructura,  $\beta$  es un factor de reducción que considera el amortiguamiento suplementario por efectos de interacción suelo-estructura y  $p=k+(1-k)(T_b/T)^2$ .



Figura 2 Espectro para diseño sísmico.

## 3. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS MODELOS EN ESTUDIO

## 3.1. Consideraciones generales para el análisis y diseño estructural

En las figuras 3a y 3b se muestran algunas vistas del modelo estructural del edificio de 12 niveles (la geometría en planta y elevación es la misma en todos los edificios), el cual fue desarrollado en el software para análisis y diseño estructural ETABS (ETABS v16.2.1 2016). En el modelo estructural se identifican, mediante colores, los cambios de sección realizados en vigas y columnas, los cuales se realizaron en diferentes niveles con la finalidad de tratar de evitar la creación de planos de debilidad en elevación. Asimismo, en las figuras 3c a 3e, se muestran, de forma ilustrativa, las tres primeras formas modales y los correspondientes periodos de vibrar del modelo 12NQ4.

Como se comentó, en todos los modelos de análisis estructural se tomó en cuenta el aporte de la losa tanto en rigidez como en resistencia, por lo que las vigas se modelaron como secciones T o L, según su ubicación. El ancho efectivo de los patines que participa en la respuesta estructural, a cada lado del alma, se estimó con base en lo especificado en las NTCC-17 (NTCC-17 2017), donde se indica que no debe exceder de: (a) la octava parte del claro menos la mitad del ancho del alma, (b) la mitad de la distancia al paño del alma del miembro más cercano o, (c) ocho veces el espesor del patín. Este criterio es similar al establecido en el Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014).



Figura 3 Modelo de un edificio en estudio y modos de vibración.

Tal y como se recomienda en las NTCC-17, en el análisis se consideraron los efectos del agrietamiento en los elementos estructurales. Para tal fin, las rigideces de vigas se calcularon con el módulo de elasticidad del concreto,  $E_c$ , y con los momentos de inercia efectivos,  $I_e$ , calculados como fracción del momento de inercia grueso de la sección transversal,  $I_g$ . En este caso, para vigas se consideró una rigidez basada en el 50 % del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.5EI_g$ ) y para columnas una rigidez basada en el 70 % del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.7EI_q$ ).

Para el modelado de la rigidez de las uniones viga-columna, y con esto evitar sobreestimar los desplazamientos laterales, se consideró un factor de zona rígida de 0.5. Este criterio se recomienda en la literatura especializada (Tena 2007) y es congruente con la práctica realizada en los despachos de cálculo estructural.

En la tabla 1, se muestran los periodos fundamentales de cada uno de los modelos en estudio. Además, se muestra la masa modal total, que en todos los casos es mayor al 90% de la masa total de la estructura, con lo que se cumple lo estipulado en las NTCS-17.

Modelo	Periodo fundamental, T (seg)	Σ Masa Modal (%)
6NQ4	0.811	97.97%
9NQ4	1.006	95.34%
12NQ4	1.178	94.40%

Tabla 1 Características dinámicas de los edificios en estudio

El criterio general para el diseño por rigidez global del sistema estructural, se basa en que los elementos estructurales se dimensionaron para cumplir simultáneamente con una distorsión máxima permisible asociada al estado límite de seguridad contra colapso de 0.03, así como una distorsión máxima asociadas al estado límite de servicio de 0.004 (se supuso que los elementos no estructurales están perfectamente desligados de la estructura).

La revisión de desplazamientos laterales se hizo conforme a lo especificado en las NTCS-17:

- a) Para el cumplimiento del estado límite de seguridad contra colapso, se revisó que las distorsiones de entrepiso, obtenidas con el espectro de diseño (figura 2), multiplicadas por QR, no excedieran el valor máximo  $\Delta_{max}$ =0.03.
- b) Para el cumplimiento del requisito de limitación de daños ante sismos frecuentes, las distorsiones máximas de entrepiso se obtuvieron del análisis con el espectro de diseño reducido en función de los factores de comportamiento sísmico y sobrerresistencia, multiplicándolas por Q'R y por el factor K<sub>s</sub>, que se determina mediante la ec. 4. Es importante hacer notar que el criterio para la revisión del estado límite de servicio es uno de los cambios más significativos en las NTCS-17 respecto a la versión previa de esta norma (NTCS-04 2004). En las NTCS-17, para periodos de sitio (T<sub>s</sub>) mayores o iguales que 1.0 seg, K<sub>s</sub> es igual a ¼, valor mucho mayor al considerado en las NTCS-04, donde se consideraba un factor

igual a 1/7. Lo anterior repercute de manera importante en el proceso de diseño sísmico.

$$K_{s} = \begin{cases} \frac{1}{6}; \ si \ T_{s} < 0.5seg\\ \frac{1}{6-4(T_{s}-0.5)}; \ si \ 0.5 \le T_{s} < 1.0 \ seg\\ \frac{1}{4}; \ si \ T_{s} \ge 1.0 \ seg \end{cases}$$
(4)

En la figura 4 se muestran las distorsiones de entrepiso asociadas a los estado límite de servicio y prevención de colapso para cada modelo analizado (en la dirección global *X*). Con línea punteada se indica las distorsiones máximas permisibles especificadas en las NTCS-17. Es importante señalar que, dados los nuevos lineamientos de las NTCS-17 (ec. 4), donde  $K_s=1/4$  para los edificios en estudio, las distorsiones asociadas al estado límite de servicio se incrementaron considerablemente, y por tal razón, los modelos quedan controlados por este estado límite (figura 4).



Figura 4 Distorsiones de entrepiso de los modelos en estudio.

En la tabla 2 se presenta un resumen de las secciones de diseño obtenidas para cada uno de los modelos en estudio. Las vigas secundarias empleadas en todos los modelos tienen las mismas dimensiones (30 cm x 50 cm) y acero de refuerzo.

Modelo	Nivel	Vigas (cm)	Nivel	Columnas (cm)
ENO4	1-3	45 x 70	1-3	70 x70
0/104	4-6	35 x 60	4-6	60 x 60
9NQ4	1-4	50 x 85	1-3	80 x 80
	5-7	40 x 75	4-6	70 x 70
	8-9	30 x 60	7-9	60 x 60
	1-6	50 x 90	1-4	100 x 100
12NQ4	7-9	40 x 80	5-8	90 x 90
	10-2	30 x 65	9-12	80 x 80

Tabla 2 Secciones de diseño

De forma ilustrativa, en la figura 5 se muestran los detalles del acero de refuerzo longitudinal de los elementos estructurales del modelo de nueve niveles. Es importante mencionar que en todos los casos se realizó el diseño/revisión de los nudos por fuerza cortante, conforme a lo indicado en las NTCC-17. Los detalles de cada uno de los diseños pueden consultarse en Camacho (2019). La tipificación empleada, congruente con lo normalmente realizado en los despachos de cálculo estructural, se realiza con la finalidad de evitar la formación de planos de debilidad en elevación por cambios súbitos en la rigidez y/o resistencia lateral, así como por facilidad constructiva.

Marco central			Marco de borde				
	2 # 6 (3/4*)	2 # 6 (3/4")	2 # 6 (3/4")		3 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4")
16 # 6 (3/	3 # 6 (3/4*) 16 # 6 (3/4*)	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4*)
	2 # 6 (3/4*)	2 # 6 (3/4")	2 # 6 (3/4")		3 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4")
16 # 6 (3/	3 # 6 (3/4*) 16 # 6 (3/4*)	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")
	3 # 6 (3/4*)	3 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4")		4 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4")
16 # 6 (3/	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4*) 16 # 6 (3/4*)	16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")	3 # 6 (3/4") 16 # 6 (3/4")
	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*)		5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")
20 # 6 (3/	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4*) 20 # 6 (3/4*)	20 # 6 (3/4*)	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")
	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*)		5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")
20 # 6 (3/	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4*) 20 # 6 (3/4*)	4 # 6 (3/4*) 20 # 6 (3/4*)	20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	4 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")
	5 # 6 (3/4*)	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")		6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")
20 # 6 (3/	5 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*) 20 # 6 (3/4*)	20 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 20 # 6 (3/4")
	5 # 6 (3/4*)	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")		6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")
24 # 6 (3/	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*) 24 # 6 (3/4*)	24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4*)
	5 # 6 (3/4*)	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")		6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")
24 # 6 (3/	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*) 24 # 6 (3/4*)	24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")
	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4")		6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")	6 # 6 (3/4")
24 # 6 (3/	<b>5 # 6 (3/4")</b> 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4*) 24 # 6 (3/4*)	5 # 6 (3/4*) 24 # 6 (3/4*)	24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")	5 # 6 (3/4") 24 # 6 (3/4")

Figura 5 Acero de refuerzo longitudinal del modelo de nueve niveles.

## 4. CRITERIOS CONSIDERADOS PARA DETERMINAR EL CORTANTE DE DISEÑO EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO DE SISTEMAS DÚCTILES

4.1. Criterio de las NTCC-17

En esta sección se presenta, de forma general, el criterio de diseño por capacidad empleado para el diseño de las columnas de los marcos en estudio.

Como lo comentan Tena *et al.* (2008), y Godínez y Tena (2011), en primera instancia se verificó, mediante los correspondientes diagramas de interacción, que en todas las columnas diseñadas se contara con una capacidad de rotación razonable en zonas de las columnas donde pueden formarse articulaciones plásticas. Lo anterior, mediante la limitación de la carga axial de diseño permisible ( $P_{max} < 0.5A_g f'_c$ , figura 6a), pues como es bien sabido (Park y Paulay 1978, 1983), conforme la carga axial crece, la capacidad de rotación de la sección y del elemento disminuyen. Por lo tanto, las combinaciones de carga

axial y momento flexionante no puede estar ubicada dentro de la zona achurada de la figura 6a. Esta limitante de la carga axial de diseño está originalmente expresada como una restricción geométrica en las NTCC-17, donde se limita el área de la sección transversal del elemento a que sea al menos igual a  $P_u/0.5f_c$ .

El momento de diseño de las columnas se determinó con base en el equilibrio de los nodos a los que concurre cada elemento a diseñar. Para esto, se consideró la resistencia a flexión mínima requerida en las columnas de un nudo para asegurar un mecanismo de columna fuerte-viga débil, tal y como se establece en diversos reglamentos internacionales como el ACI-318 (ACI-318-14 2014) y las NTCC-17 (NTCC-17 2017).

Respecto al diseño por fuerza cortante, para evitar fallas prematuras por este efecto, la fuerza cortante de diseño se calculó del equilibrio del elemento en su altura libre (*H*), suponiendo que en sus extremos actúan momentos flexionantes del mismo sentido, numéricamente iguales a los momentos que representan una aproximación a la resistencia real a flexión de esas secciones, con factor de reducción por resistencia igual a uno (fig. 6b, ec. 5). Los momentos flexionantes ( $M_{col}$ ) empleados en el cálculo de la fuerza cortante de diseño se determinaron a partir de los diagramas de interacción de cada elemento, identificando el momento flexionante asociado a la carga axial de diseño ( $P_{Diseño}$ ), es decir, se emplea la carga axial de diseño que conduce al mayor momento flexionante resistente (figura 6a).



 b) Fuerza cortante de diseño en columnas

Figura 6 Criterio de diseño por capacidad para determinar la fuerza cortante de diseño en columnas (Godínez y Tena 2011).

procedimiento para el cálculo de momentos

flexionantes para la estimación de la fuerza cortante de diseño en columnas

$$V_{Diseño} = \frac{2M_{col}}{H}$$
(5)

En el criterio mostrado en la figura 6b (ec. 5), se considera que se desarrollan articulaciones plásticas simultaneas en ambos extremos de la columna, lo cual puede resultar excesivamente conservador, especialmente cuando las columnas se consideran más fuertes que las vigas (Moehle, 2014).

## 4.2. Criterio propuesto por Park y Paulay (1978)

Park y Paulay (1978) indican que, dada la naturaleza frágil de las fallas por cortante, es necesario brindar suficiente protección contra este tipo de falla en columnas. Con el fin de ser coherentes con el diseño por capacidad, se tendría que considerar el desarrollo simultáneo de articulaciones plásticas en ambos extremos de la columna (como se indica en el criterio mostrado en la figura 6b). Sin embargo, ellos indican que sería irracional determinar la fuerza cortante de diseño en columnas considerando momentos flexionantes completos en ambos extremos, ya que comúnmente el momento en un extremo es mucho menor. Por lo tanto, sugieren el empleo de la ec. 6 para determinar la fuerza cortante de diseño en columnas.

$$V_{Diseño} = \frac{1.5M_{max}}{\alpha H} \tag{6}$$

En la ec. 6,  $M_{max}$  es la resistencia a flexión asociada a la carga axial que produce la máxima resistencia a flexión de la columna, H es la altura libre de la columna y  $\alpha$  es un factor de reducción de capacidad por cortante, el cual tiene un valor de 0.85.

#### 4.3. Variante del criterio propuesto por Moehle (2014)

Como lo comenta Moehle (2014), una alternativa para calcular la fuerza cortante de diseño radica en el uso de análisis dinámicos no lineales considerando múltiples movientes del suelo, y seleccionar el cortante de diseño con una evaluación estadística de los resultados. Cuando esto no es factible, el cortante de diseño puede estimarse con base en los resultados de análisis espectrales lineales. Sin embargo, la fuerza cortante calculada a partir de un análisis lineales requiere ajustes que tomen en cuenta los efectos que anticipen la respuesta no lineal de los marcos de los edificios (Visnjic *et al*, 2014). Estos efectos son la sobrerresistencia de la estructura y la respuesta dinámica.

Moehle (2014), con base en los estudios realizados por Visnjic (2014) y Visnjic *et al.* (2014), propone la ec. 7 para la obtención de una mejor aproximación del cortante que deben tomar las columnas considerando de forma explícita los factores mencionados.

$$V_{Diseño} = \omega \Omega_o V_s \tag{7}$$

$$\Omega_o = \frac{M_{b,\Omega}}{M_{b,MRSA}} \tag{8}$$

En la ecuación 7,  $V_s$  es el cortante de la columna, calculado mediante un análisis modal espectral,  $\omega$  es un factor de amplificación dinámica, el cual puede tomarse como 1.3 (similar a lo propuesto en el código de Nueva Zelanda, NZS3101 2006) y,  $\Omega_o$  mide la sobrerresistencia del sistema estructural, y se

define conforme a la ec. 8. En este caso,  $M_{b,\Omega}$  es el momento de volteo resistente del sistema estructural, medido en la base, y  $M_{b,MRSA}$  es el momento de volteo actuante en el sistema estructural, calculado de un análisis modal espectral. El valor de  $M_{b,\Omega}$  puede calcularse realizando análisis estáticos no lineales. Una aproximación simple es  $\Omega_o = \sum M_{pr} \sum M_{u,MRSA}$ , en donde  $\sum M_{pr}$  es la suma de las capacidades a momento probables de todas las articulaciones plásticas de vigas y columnas al considerar un mecanismo de vigas, y  $\sum M_{u,MRSA}$  es la suma de los momentos calculados a partir de un análisis modal espectral en todas las columnas y vigas en donde se formen articulaciones plásticas para el mismo mecanismo de fluencia. Con la finalidad de evaluar un método práctico, en el que no se requiera de la realización de análisis no lineales y sea de fácil aplicación para los ingenieros de la práctica, en este estudio se emplea (y evalúan los resultados asociados) la propuesta de las NTCS-17 para el cálculo de la sobrerresistencia del sistema estructural, es decir,  $R=\Omega_0$  (ec. 1). En esta propuesta se considera la variación de la sobrerresistencia en función del sistema estructural empleado, tal y como se hace en el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (MOC-15 2015, Godínez y Tena 2017). Además, en esta última versión de las NTCS se considera de forma explícita el efecto de la redundancia estructural, el cual ha mostrado ser relevante en la respuesta sísmica de edificios (Tena-Colunga y Cortés-Benítez 2015, Godínez-Domínguez y Tena-Colunga 2016).

Como lo comenta Moehle (2014), la variación de la rigidez y deformaciones locales pueden afectar el cortante de las columnas. La fuerza axial de compresión se incrementa debido al momento de volteo en algunas columnas y decrece en otras, por lo que existe variación de la rigidez efectiva, lo que afecta la distribución de fuerzas contantes de piso. Por lo tanto, para tomar en cuenta dichos efectos, los autores de referencia recomiendan incrementar el cortante de diseño en diez por ciento en las columnas exteriores de los pisos inferiores, aspecto que se tomó en cuenta en este estudio.

## 5. ANÁLISIS NO LINEALES

## 5.1. Consideraciones para los análisis no lineales

Para efectuar los análisis dinámicos no lineales paso a paso se empleó el programa RUAUMOKO (Carr 2014), utilizando modelos con distribución de fuerzas laterales entre los marcos por acción del diafragma rígido. Las vigas y columnas se modelaron mediante elementos tipo viga-columna de su librería (Giberson BEAM member concrete **BEAM-COLUMN** member. У respectivamente), que consideran la posibilidad de formar articulaciones plásticas en sus extremos (figura 7), definiendo en cada caso las superficies de falla conforme lo recomienda dicho programa. El comportamiento histerético tanto de vigas como de columnas se definió por medio del modelo modificado de Takeda (figura 8) con base en lo propuesto por Otani en 1974 (modelo de histéresis número cuatro en la librería de Ruaumoko). Los parámetros que definen la degradación de rigidez ( $\alpha \ y \ \beta$ ) en el modelo modificado de Takeda difieren para el caso de vigas respecto al de columnas, pues en el caso de estas últimas, la degradación de rigidez que se espera es menor, pues el núcleo de concreto tiene un confinamiento mayor al considerado en las vigas (tabla 3). La

influencia de los factores  $\alpha$  y  $\beta$  en el modelo de Takeda, así como los valores considerados en los análisis se comentan con detalle en Godínez (2010) y Camacho (2020).



Figura 7 Elemento viga con articulaciones plásticas en los extremos.

Tabla 3 Parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  empleados en vigas y columnas para la definición del modelo de Takeda

Tipo de elemento	α	β
Vigas	0.10	0.45
Columnas	0.10	0.60



Figura 8 Modelo histerético modificado de Takeda (Carr 2014).

En los análisis se consideró un amortiguamiento viscoso equivalente del 5%, en congruencia con lo supuesto en la definición de los espectros de diseño sísmico de las NTCS-17. Se consideraron los efectos  $P-\Delta$  y se ignoró la interacción suelo-estructura. Se consideraron diez acelerogramas sintéticos de características similares al sismo máximo contemplado en las NTCS-17.

En la figura 9 se muestra el modelo en dirección X empleado en los análisis no lineales paso a paso. Se considera que existe distribución de fuerzas laterales entre los marcos por acción del diafragma rígido. Se muestra únicamente el modelo de nueve niveles, ya que los modelos de 6 y 12 niveles cuentan con la misma configuración.





#### 5.2. Acelerogramas sintéticos

Debido a que se carece de acelerogramas registrados que representen el peligro actualmente especificado en las NTCS-17 en la zona en que se ubicaron los edificios, se generaron acelerogramas sintéticos congruentes con dicho peligro sísmico. El procedimiento planteado para la obtención de los acelerogramas sintéticos contempla el empleo de las funciones de transferencia empíricas promedio (FTE) obtenidas por Pérez-Rocha (1998) a partir de los registros de la red acelerométrica de la Ciudad de México, y el espectro promedio de amplitudes de Fourier (EAF) correspondiente a terreno firme. La metodología de escalamiento sísmico empleada se discute con detalle en Pérez-Rocha (1998), Godínez (2005 y 2010), Tena-Colunga *et al.* (2007) y, Godínez *et al.* (2012 y 2013).

Para conformar la base de acelerogramas sintéticos, inicialmente se identificaron las estaciones acelerométricas ubicadas en la zona de interés. En la figura 10 se muestra la ubicación de las estaciones acelerométricas seleccionadas para los análisis. Como referencia, se indica la zonificación sísmica de las NTCS-04.

En la figura 11 se muestra el registro acelerométrico, así como una comparación entre el espectro de respuesta elástico de cada acelerograma sintético respecto al espectro elástico de diseño empleado. Se observa que los espectros de respuesta asociados a los acelerogramas generados de forma artificial son congruentes con el peligro sísmico considerado. Los registros de aceleración obtenidos mediante el procedimiento mencionado fueron filtrados y corregidos por línea base previo a su empleo en los análisis dinámicos no lineales.



Figura 10 Ubicación geográfica de algunas estaciones acelerométricas de la Ciudad de México (Godínez *et al.* 2012).



Figura 11 Acelerogramas sintéticos empleados en los análisis no lineales.

# 5.3. Evaluación de diferentes criterios para el cálculo del cortante de diseño en columnas

A partir de los resultados de los análisis dinámicos no lineales paso a paso, se obtuvieron, para todas las columnas de los diferentes modelos, las historias de cortante en el tiempo asociadas a los distintos acelerogramas. Lo anterior, con el fin de comparar las máximas demandas de fuerza cortante a las que se encuentran sometidas cada una de ellas respecto a las estimaciones realizadas con base en los tres criterios comentados anteriormente. En las figuras 12 a 14 se presentan las gráficas de las columnas que tienen las mayores demandas de fuerza cortante, la cual es representativa de todas las demás que guardan la misma ubicación y pertenecen al mismo modelo. En todos los casos, se emplea una línea de color negro para identificar los valores asociados al criterio propuesto por Park y Paulay ( $V_{Diseño}=1.5M/\alpha H$ ) y una línea verde para los valores asociados a la variante del criterio propuesto por Moehle y Visnjic ( $V_{Diseño}=1.3\Omega V_s$ , donde  $\Omega=R$ ).



Figura 12 Historia de cortante para columnas del edificio de seis niveles.



Figura 13 Historia de cortante para columnas del edificio de nueve niveles.



Figura 14 Historia de cortante para columnas del edificio de 12 niveles.

De las figuras 12 a 14, se observa que, en general, los cortantes de diseño obtenidos con los tres criterios estudiados son superiores a los cortantes

que se obtienen a partir de los análisis dinámicos no lineales, principalmente en los niveles superiores. Sin embargo, como es normal, los niveles inferiores (primer y segundo nivel) resultan ser los críticos, y por ende, requieren de mayor cuidado en la etapa de diseño, pues como se observa, existen casos en que las demandas de fuerza cortante sobrepasan las estimaciones realizadas, por lo que podría incurrirse en un diseño no conservador en función del criterio seleccionado para el cálculo de la fuerza cortante de diseño.

De forma complementaria, en las figuras 15 a 17 se muestran las máximas solicitaciones de fuerza cortante, en los diferentes niveles, que se presentan para las columnas de esquina, borde y centro, respectivamente. Además, se muestran los resultados que se obtienen con los tres criterios considerados.

De las figuras 15 a 17, se observa que el criterio empleado en las NTCC-17 cubre todos los cortantes obtenidos a partir de los análisis dinámicos no lineales (ADNL). Sin embargo, puede llegar a ser demasiado conservador en algunos casos, obteniéndose valores considerablemente mayores al cortante registrado en las columnas durante los ADNL, principalmente en los entrepisos superiores.

Los valores obtenidos con base en el criterio de Park y Paulay (1978), cubren las demandas de fuerza cortante obtenidas a partir de los ADNL de todos los modelos considerados. En este caso, evidentemente se presentan resultados menos conservadores que el criterio de las NTCC-17.

De las figuras 15 a 17 se observa que las estimaciones basadas en la variante del método propuesto por Moehle (2014), brinda resultados adecuados en las columnas de los niveles superiores de todos los modelos. Sin embargo, no ocurre lo mismo con las columnas de planta baja y primer nivel, en donde los cortantes que se presentan durante los ADNL son mayores que las fuerzas cortantes obtenidas. Es importante aclarar nuevamente que, con fines de aplicación práctica, en este criterio se consideró el cálculo de la sobrerresistencia del sistema estructural con base en la propuesta normativa de las NTCC-17. Es posible que por esto, el incremento del cortante de diseño en 10%, considerado por los autores de referencia en las columnas de los niveles inferiores, no sea suficiente. Sin embargo, con base en los resultados obtenidos, podría considerarse factores de amplificación de 1.70 y 1.35 para las columnas de planta baja y primer nivel, respectivamente.

Como lo comenta Moehle (2014), es importante hacer notar que, el agrietamiento por flexión de las vigas da como resultado su elongación, empujando las columnas hacia afuera. Esto puede tener como consecuencia un incremento considerable de la fuerza cortante de las columnas de planta baja si la base del edificio cuenta con restricciones efectivas contra la expansión lateral. Por tal razón, en algunos códigos de diseño (por ejemplo, NZS3101 2006) se recomienda que dicho efecto se tome cuenta diseñando las columnas de planta baja considerando un cortante asociado a la formación de articulaciones plásticas simultáneas en ambos extremos (criterio de las NTCC-17). Sin embargo, como se muestra en este estudio y en otros (Visnjic *et al.* 2014), dicho procedimiento puede ser conservador.



Figura 15 Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 6NQ4.



Figura 16 Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 9NQ4.



Figura 17 Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 12NQ4.

## CONCLUSIONES

Se presentó un estudio en que se comparan diferentes criterios para la obtención del cortante de diseño de columnas de concreto reforzado que pertenecen a edificios dúctiles (*Q*=4). Los criterios considerados son: a) el estipulado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2017; en el cual se supone que en los

extremos de columnas actúan momentos flexionantes del mismo sentido, que representan una aproximación a la resistencia real a flexión, con factor de resistencia igual a uno, dividido entre su altura ( $V_{Diseño}=2M/H$ ), 2) el recomendado por Park y Paulay (1978), en donde se considera que el cortante puede calcularse considerando que en un extremo se desarrolla toda la capacidad a flexión y en el otro únicamente un fracción de la misma ( $V_{Diseño}=1.5M/aH$ ), y c) una variante del método propuesto por Moehle (2014), en el que se considera que el cortante de diseño en columnas puede calcularse como 1.3 veces el producto del cortante de la columna, calculado a partir de un análisis modal espectral, por un factor que considera la sobrerresistencia del sistema estructural ( $V_{Diseño}=1.3RV_s$ ).

De los resultados expuestos se pueden hacer los siguientes comentarios y conclusiones:

- a) El método recomendado en las NTCC-17 cubre todas las demandas de fuerzas cortantes en las columnas que se obtienen de los ADNL. Sin embargo, en varios casos pueden obtenerse resultados demasiado conservadores, llegando a obtenerse valores diez veces mayores a los que se estiman mediante los ADNL.
- b) La variante del criterio basado en las recomendaciones realizadas por Moehle (2014), representan de manera bastante adecuada las solicitaciones en las columnas de los niveles superiores de todos los modelos que se estudiaron. Sin embargo, si se considera la sobrerresistencia del sistema estructural de forma simplificada, como se propone en este estudio (con base en la propuesta de las NTCC-17), deben considerarse factores de amplificación para la estimación de las demandas de fuerza cortante de diseño en los niveles inferiores (de suma importancia para no comprometer la estabilidad general del sistema estructural). Para los modelos en estudio, podrían considerarse factores de amplificación de 1.70 y 1.35 para las columnas de planta baja y primer nivel, respectivamente. Evidentemente, una generalización de estos factores requiere del estudio de un mayor número de modelos.
- c) Los valores calculados con base en el criterio de Park y Paulay (1978) cubren las demandas de cortante de las columnas de los edificios en estudio, y brinda resultados ligeramente menos conservadores que al considerar el criterio de las NTCC-17.
- d) Con base a los resultados de este estudio (para los modelos en consideración), es posible concluir que el diseño por cortante de columnas de los niveles superiores que pertenecen a sistemas dúctiles puede basarse en criterios menos conservadores que el estipulado en las NTCC-17. Para tal fin, puede emplearse, de manera práctica, la variante propuesta en este artículo del método desarrollado por Moehle (2014) y Visnjic (2014), o siendo más conservadores, pero menos que al emplear el criterio de las NTCC-17, el método propuesto por Park y Paulay (1978). Para las columnas de planta baja y primer nivel, es ampliamente recomendable que el diseño por cortante se base en criterios de diseño por capacidad, como se especifica en las NTCC-17;

sin embargo, un método menos conservador, como el propuesto por Park y Paulay (1978) puede brindar resultados adecuados.

e) Evidentemente, dada la importancia del adecuado comportamiento de las columnas de un sistema estructural ante solicitaciones extremas, es necesario realizar estudios adicionales mucho más extensos y detallados para determinar si es conveniente el uso de métodos alternos a los actualmente estipulados en las NTCC-17 para el diseño por cortante en columnas pertenecientes a edificios dúctiles de concreto reforzado. Asimismo, valdría la pena considerar expresiones alternas basadas en estudios detallados, sustentados en análisis estáticos y dinámicos no lineales, para el cálculo de sobrerresistencias en los diferentes sistemas estructurales, tal y como se especifica en el MOC-15.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo de Conacyt para la elaboración de este estudio, como parte del Proyecto de Investigación de Ciencia Básica No. 258271 a cargo del segundo autor. César Camacho agradece la beca de Conacyt, a través del mismo proyecto, para la elaboración de su tesis de maestría.

## REFERENCIAS

- 1. ACI 318-14. (2014). Building code requirements for structural concrete (ACI-318-14) and commentary. Farmington Hills. (MI, USA) American Concrete Institute.
- 2. Carr, A.J. (2014), "*RUAUMOKO: computer program library*", Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Nueva Zelanda.
- Camacho, C. (2020), "Evaluación de la degradación de rigidez en elevación de elementos estructurales de sistemas de marcos de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Posgrado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas (en desarrollo).
- 4. ETABS. (2016). *ETABS Nonlinear Version v16.2.1, Extended 3D analysis of building systems*. Computer and Structures, Inc., Berkeley, California.
- Godínez, E. (2005), "Evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras existentes en el Distrito Federal. El caso específico del sismo del 19 de septiembre de 1985", *Tesis de Maestría*, Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, mayo.
- 6. Godínez, E. (2010), "Estudio del comportamiento de marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo chevrón", *Tesis de Doctorado*,

Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, julio.

- Godínez, E. y Tena, A. (2011), "Comportamiento no lineal de marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo chevrón. Propuesta de diseño", *Revista de Ingeniería Sísmica*, 85, 61-102.
- 8. Godínez, E., Tena, A. y Pérez, L.E. (2012), "Case studies on the seismic behavior of reinforced concrete chevron braced framed buildings", *Engineering Structures*, **45**, 78-103.
- 9. Godínez, E., Pérez, L.E., y Tena, A. (2013), "Metodología para la generación de acelerogramas sintéticos", *Pakbal*, **Agosto**, 21-29.
- 10. Godínez, E. y Tena, A. (2016), "Redundancy factors for the seismic design of ductile reinforced concrete chevron braced frames", *Latin American Journal of Solids and Structures*, **13 (11)**, 2088-2112.
- Godínez, E. y Tena, A. (2017), "Factores de reducción por sobrerresistencia para marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo metálico tipo chevrón", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **22 (1)**, 57-70.
- 12. Moehle, J.P. (2014). Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings, McGraw Hill Education.
- 13. MOC-15 (2015). *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo.* Comisión Federal de Electricidad.
- 14. Moehle, J.P. y Hooper, J.D. (2016). Seismic Design of Reinforced Concrete Special Moment Frames - A Guide for Practicing Engineers, Second edition, National Institute of Standards and Technology.
- NTCS-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
- NTCC-17 (2017), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial de la Ciudad de México*, No. 220-BIS, diciembre.
- 17. NTCS-17 (2017), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", *Gaceta Oficial de la Ciudad de México*, No. 220-BIS, diciembre.
- NTCCA-17 (2017), "Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones", *Gaceta Oficial de la Ciudad de México*, No. 220-BIS, diciembre.
- 19. NZS3101 (2006), "Concrete structures standard", Standards New Zealand, Wellington, N.Z.

- 20. Park, R. y Paulay, T. (1978). Reinforced concrete structures, primera edición, John Wiley & Sons.
- 21. Park, R. y Paulay, T. (1983). Estructuras de concreto reforzado, segunda reimpresión, editorial Limusa.
- 22. Pérez, L.E. (1998), "Respuesta sísmica estructural: efectos de sitio e interacción suelo-estructura (aplicaciones al valle de México)", *Tesis de Doctorado*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- 23. Tena, A. (2007). Análisis de estructuras con métodos matriciales, primera edición, editorial Limusa, septiembre.
- Tena, A., Godínez, E. y Pérez, L.E. (2007), "Vulnerability maps for reinforced concrete structures for Mexico City's Metropolitan Area under a design earthquake scenario", *Earthquake Spectra*, 23 (4), 809-840.
- Tena, A. y Correa, H. (2008), "Evaluación de los criterios de diseño por sismo del RCDF para marcos dúctiles de concreto reforzado", *Revista de Ingeniería Sísmica*, **78**, 79-101.
- Tena, A., Gatica, G., Urbina, L.A., y Victoria, L. (2012), "Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **17**, 63-85.
- Tena, A. y Cortés, J.A. (2015), "Assessment of redundancy factors for the seismic design of special moment resisting reinforced concrete frames", *Latin American Journal of Solids and Structures*, **12 (12)**, 2330-2350.
- Visnjic, T., Panagiotou, M. y Moehle J. P. (2012), "Seismic Response of Two 20 Story Reinforced Concrete Special Moment Frames Designed with Current Code Provisions", *Memorias, 15th World Conference on Earthquake Engineering*, Lisboa, Portugal.
- 29. Visnjic, T. (2014), "Design Considerations for Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Special Moment Frames", *Tesis Doctoral*, Universidad de California.
- Visnjic, T., Panagiotou, M. y Moehle J. P. (2014), "Seismic response of tall reinforced concrete special moment resisting frames designed with current code provisions", Tenth U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Anchorage, Alaska.