

DAMAGE MODELLING IN SIMPLE AND DOUBLE-LINED SHIELD TUNNELS BY EMBEDDED HINGES IN THICK BEAM-COLUMN ELEMENTS

Gelacio Juárez-Luna ⁽¹⁾, Enrique Tenorio Montero ⁽²⁾

⁽¹⁾ Profesor-Investigador, Departamento de Materiales, Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, CP 02200, México D.F. gjl@azc.uam.mx

⁽²⁾ Profesor-Investigador, Centro Experimental de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Panamá, Avenida Universidad Tecnológica de Panamá, Campus Metropolitano Víctor Levi Sasso, Panamá, Ciudad de Panamá etenorio14@hotmail.com

Received: February 2020. Accepted: March 2020

Published: July 1, 2020

ABSTRACT

In this paper, damage in simple and double-lined tunnels is modelled as the occurrence of hinges. Primary and secondary linings are modelled with a beam-column element with embedded discontinuities, which was developed by Juárez-Luna y Tenorio-Montero (2019). In this element, damage is modelled as the development of hinges under flexural forces, transverse dislocations under shear forces and axial discontinuities under axial forces. This element uses constitutive models of reinforced concrete prismatic sections to include independently the capacities of the moment, shear force and axial force, based on damage mechanics. This beam-column element with embedded discontinuities was calibrated with an experimental test of a simple tunnel lined reported in the literature, the numerically computed load-displacement curve was in agreement with that of the experimental test. Numerical examples of simple and double-lined tunnels were carried out, showing the capability of this finite element for modelling damage. In these numerical examples, ovalisation load vs ovalisation curves were computed, showing that peak ovalisation load-carrying capacity in the double-lined tunnel is approximately the double than the peak ovalisation load-carrying capacity in the single-lined tunnel, but the latter is more flexible.

Keywords: Tunnel; damage; hinge; dislocation; discontinuities

MODELADO DEL DAÑO EN TÚNELES DOVELADOS SIMPLES Y CON DOBLE REVESTIMIENTO MEDIANTE ARTICULACIONES EMBEBIDAS EN ELEMENTOS GRUESOS VIGA-COLUMNA

RESUMEN

En este artículo se modela el daño en túneles con revestimiento simple y doble como la ocurrencia de articulaciones. El revestimiento primario y secundario se modela con el elemento viga-columna con discontinuidades interiores, desarrollado por Juárez-Luna y Tenorio-Montero (2019). En este elemento, el daño se modela como el desarrollo de articulaciones bajo fuerzas flexionantes,

dislocaciones bajo fuerzas cortantes y discontinuidades axiales bajo fuerzas axiales. Este elemento utiliza modelos constitutivos de secciones prismáticas de concreto reforzado para incluir independientemente las capacidades de momento, fuerza cortante y fuerza axial, con base en la mecánica del daño. Este elemento viga-columna con discontinuidades interiores se calibró con una prueba experimental de un túnel con revestimiento simple reportada en la literatura, en el que la curva calculada de la carga contra el desplazamiento es congruente con aquella de la prueba experimental. Ejemplos numéricos de túneles con revestimiento simple y doble se realizaron, mostrando la capacidad de este elemento finito para modelar el daño. En estos ejemplos se calcularon las curvas de cargas de ovalización contra la ovalización, mostrando que la capacidad de carga máxima en el túnel con doble revestimiento es aproximadamente el doble que la capacidad de carga máxima que en el túnel con revestimiento simple, pero el último es más flexible.

Palabras clave: Túnel; daño; articulación; dislocación; discontinuidades

1 Introduction

El daño en túneles se atribuye a cargas actuantes, geometría de la estructura, comportamiento constitutivo de los materiales, entre otros. El incremento del daño en un túnel puede producir su colapso. El daño en túneles ocurre en distintas condiciones, e.g., durante cargas sísmicas, estos se someten a cargas axiales y cortantes que resultan en distintos mecanismos. Estos mecanismos de colapso dependen de la geometría y de su revestimiento, pues túneles continuos y segmentados exhiben mecanismos de falla distintos. El estudio de la ocurrencia del daño y su evolución en túneles es importante para conocer la capacidad máxima y la capacidad residual.

El método de los elementos finitos (MEF) es probablemente uno de los métodos computacionales más utilizados para modelar la ocurrencia del daño y su evolución en elementos estructurales, donde éstos se modelan detalladamente con elementos sólidos o con modelos más simples mediante elementos viga-columna. Estos elementos estructurales se modelan con elementos finitos (EF) a los que se les asignan modelos constitutivos, los cuales incluyen comportamiento no-lineal. Cuando una estructura se modela con EF sólidos 3D, el daño se modela como la ocurrencia de grietas o la degradación del material, pero si la estructura se modela con EF viga-columna 1D, el daño se modela como como la ocurrencia de articulaciones. Con esta última aproximación se tienen resultados razonables y se reduce el tiempo computacional, lo cual se atribuye a que se requieren menos grados de libertad para modelar una estructura que modelarla con EF sólidos; además, el comportamiento constitutivo de las secciones transversales de concreto reforzado se simplifica al modelo constitutivo de una articulación.

Para modelar el daño en estructura, Baker y Hyman (1969) modelaron la ocurrencia del daño como articulaciones en elementos viga-columna, utilizando relaciones constitutivas momento-curvatura con un comportamiento elasto-plástico con endurecimiento isótropo. Sin embargo, esta formulación no incluye el ablandamiento después de alcanzar la carga máxima. Ehrlich y Armero (2004) formularon un EF viga de Timoshenko con discontinuidades embebidas, el cual es capaz de modelar saltos de rotación y transversales; sin embargo, este elemento necesita operadores

para estabilizar su solución. Este EF proporciona una matriz de rigideces no simétrica, la cual puede tener estabilidades numéricas. Estos mismos autores, Armero y Ehrlich (2006), desarrollaron un EF con discontinuidades embebidas basado en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli; este elemento tiene la capacidad de modelar sólo saltos de rotación.

Dujc *et al.* (2010) desarrollaron un modelo multiescala para estudiar discontinuidades embebidas axiales y rotacionales, utilizando EF en 2D para el modelo en microescala y EF vigas de Euler-Bernoulli para el modelo macroescala. Juárez y Ayala (2012) desarrollaron elementos vigas gruesos y delgados con discontinuidades embebidas con base en funcionales de energía, cuya aproximación con el MEF proporciona matrices de rigideces simétricas. Estos elementos finitos con discontinuidades interiores fueron validados con resultados experimentales y numéricos reportados en la literatura. Estos autores además desarrollaron modelos constitutivos momento flexionante contra salto de rotación y fuerza cortante contra salto de desplazamiento transversal, el cual incluye ablandamiento después de alcanzar su valor umbral. Jukic *et al.* (2013) desarrollaron un elemento finito con discontinuidades embebidas con base en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, el cual modela sólo el salto de rotación. La relación constitutiva momento flexionante contra curvatura es similar al modelo desarrollado por Dujc *et al.* (2010), el cual modela el ablandamiento después de alcanzar el momento último. Jukic (2013) desarrolló un EF, incluyendo el comportamiento no lineal axial en vigas de Timoshenko y de Euler-Bernoulli. La sección transversal de la viga se modeló con fibras, las cuales tienen un modelo constitutivo esfuerzo contra deformación. Las fibras presentan esfuerzos axiales producidos por los momentos flexionantes.

Los túneles son un tipo particular de estructuras con forma ovalada. Cuando los túneles se construyen con máquina tuneladora, éstos se construyen principalmente con dovelas prefabricadas como revestimiento primario, y algunos de ellos tienen además un revestimiento secundario de concreto colado en sitio. Blom (2002) trata con el diseño del revestimiento dovelado de túneles en suelos suaves. Él desarrolló una aproximación analítica para calcular los desplazamientos radiales y el momento flexionante tangencial en los anillos, el cual incluye la rigidez rotacional de las juntas longitudinales y la interacción lateral entre anillos para un revestimiento en un medio continuo elástico. Los resultados del desplazamiento radial y del esfuerzo radial tangencial calculados con la solución analítica, modelado con EF viga-columna y con EF sólidos son congruentes con los valores medidos en la prueba a escala natural reportada por Blom y van Oosterhout (2001). Winkler *et al.* (2004) realizaron análisis no-lineales de modelos de EF del revestimiento de un túnel construido con dovelas hexagonales prefabricadas. Estos autores mejoraron un modelo de plasticidad para concreto simple, acoplado daño en tensión con daño en compresión e introduciendo un modelo de daño escalar isótropo. Las trayectorias de agrietamiento calculadas muestran congruencia con el agrietamiento observado en sitio. Lutikholt (2007) además desarrolló modelos de EF de los especímenes a escala natural reportados por Blom y van Oosterhout (2001). Él modeló los especímenes de los túneles con EF en 1D, utilizando EF tipo viga y modelos en 2D, utilizando elementos de esfuerzo plano. Arnau y Molins (2011) realizaron simulaciones numéricas de una prueba en sitio. Esta prueba fue modelada con dos aproximaciones distintas: un modelo es esfuerzo plano en 2D y con elementos cascarón en el programa Diana. En el modelado de la respuesta estructural del revestimiento se incluyeron cuidadosamente el comportamiento post-agrietamiento,

juntas longitudinales y la interacción suelo-estructura; además, se modelaron las fibras de acero como refuerzo en el concreto. Los desplazamientos calculados numéricamente en el revestimiento coincidiendo adecuadamente con las medidas experimentales, los cuales fueron producidos por las juntas y por la rotación de secciones agrietadas. Las similitudes entre las trayectorias de agrietamiento obtenidas numéricamente con las reportadas en sitio corroboran la conveniencia de los modelos utilizados. van der Waart van Gulik (2012) desarrollaron análisis no lineales de modelos de anillos segmentados circundados por suelo, concluyendo que los túneles dovelados con mayor diámetro son más sensibles a inestabilidad que los túneles con diámetros menores. Él modeló el anillo de un túnel con EF tipo viga y las juntas longitudinales con resortes rotacionales. Arnau y Molins (2015) estudiaron el mecanismo de interacción de la sección real de un túnel en escenarios múltiples. Ellos realizaron modelos numéricos con elementos finitos en 3D para simular la respuesta estructural no lineal de once anillos en el programa Diana 9.4. Las dovelas se modelaron con EF tipo cuadriláteros cascarones curvos con 4 nodos, las juntas longitudinales con elementos de interfaz para elementos cascaron, la interacción suelo-estructura con elementos colocados en las direcciones radial, tangencial y longitudinal. Se concluye que la rigidez del suelo circundante determina el grado de interacción posible entre los anillos adyacentes, mientras que la compresión longitudinal del revestimiento determina la carga máxima para la cual se produce una interacción completa. Galván *et al.* (2017) investigaron la respuesta estructural del revestimiento de túneles dovelados al avance de una máquina tuneladora durante la construcción de un túnel típico en México. Ellos realizaron un estudio paramétrico considerando el comportamiento no-lineal de los materiales, la influencia del número de anillos, la carga axial residual y la posición de las juntas continuas. Estos autores concluyen que la carga residual incrementa la capacidad estructural del revestimiento. Además, se muestra que el mecanismo de colapso se modifica con el acoplamiento entre los anillos. Los análisis numéricos de los modelos de túneles los realizaron en el programa Ansys. Las dovelas se modelaron con EF tipo sólido, pero las juntas longitudinales y transversales se modelaron con elementos de contacto. Recientemente, Juárez-Luna y Tenorio-Montero (2019) desarrollaron un elemento finito con discontinuidades embebidas, el cual modela discontinuidades de desplazamiento axial, rotación y desplazamiento transversal. Este elemento fue desarrollado con base en funcionales de energía de una barra y de una viga gruesa, cuya aproximación proporciona una matriz de rigideces simétrica. El acoplamiento de los grados de libertad de elementos tipo barra y tipo viga proporciona un elemento viga-columna que incluye desplazamiento axial, rotación y desplazamiento transversal, así como sus respectivos saltos. Estos autores mostraron la capacidad de este elemento finito al modelado del daño de túneles dovelados con revestimiento simple y revestimiento doble, en la que el daño evoluciona como la ocurrencia de articulaciones.

El contenido de este artículo es como se describe a continuación. En la sección 2, se presentan las matrices de rigideces tangentes del elemento viga-columna con discontinuidades interiores desarrollados por Juárez-Luna y Tenorio-montero (2019). En la sección 3 se proporcionan los modelos constitutivos para describir el comportamiento de las dovelas: las fuerzas contra los desplazamientos continuos y las fuerzas contra los saltos de los desplazamientos. Además se proporcionan el modelo constitutivo del momento contra la curvatura en las juntas longitudinales. En la sección 4 se muestran ejemplos numéricos de túneles con revestimiento simple y con doble revestimiento que muestran la aplicabilidad de este elemento para modelar el

daño. Finalmente, en la sección 6, se presentan las conclusiones derivadas de este trabajo.

2 Elemento viga-columna con discontinuidades embebidas

El elemento finito viga-columna con discontinuidades embebidas fue desarrollado por Juárez-Luna y Tenorio Montero (2019). Este elemento tiene en total nueve grados de libertad (GDL), tres por nodo; los GDL de ambos extremos están asociados a los desplazamientos axiales, u , a los desplazamientos transversales, v , y a los giros θ . Por otra parte los GDL del nodo interno está asociado a los saltos de desplazamiento axial, $[[u]]$, transversal, $[[w]]$, y giro, $[[\theta]]$, donde existe concentración de deformaciones, como se muestra en la Figura 1.

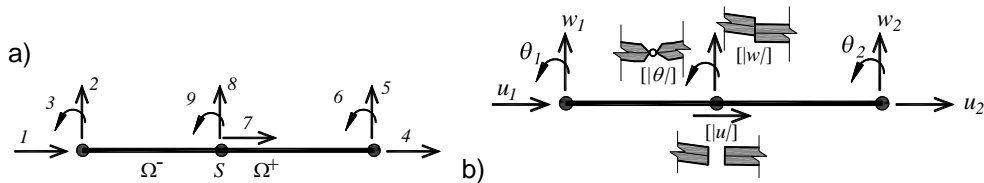


Figura 1. Elemento viga columna con discontinuidades embebidas: a) GDL y b) desplazamientos

La formulación de Juárez-Luna y Tenorio-Montero (2019) la matriz de rigideces del elemento viga-columna gruesa con discontinuidades interiores es:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & -\frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} \\
 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} & 0 & \frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{6} & 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} - \frac{\alpha L}{6} \\
 -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} & 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} \\
 0 & -\frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{6} & 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} & 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} - \frac{\alpha L}{3} \\
 \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} + AC_N^T & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha}{L} + A_s C_s^T & -\frac{\alpha}{2} \\
 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} - \frac{\alpha L}{6} & 0 & \frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} & 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} + IC_b^T
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \Delta d_1 \\
 \Delta w_1 \\
 \Delta \theta_1 \\
 \Delta d_2 \\
 \Delta w_2 \\
 \Delta \theta_2 \\
 \Delta S_1 \\
 \Delta S_2 \\
 \Delta S_3
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 n_1 \\
 f_1 \\
 m_1 \\
 n_2 \\
 f_2 \\
 m_2 \\
 n_s \\
 f_s \\
 m_s
 \end{Bmatrix}
 \tag{1}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}^{(n-1)} &= \begin{bmatrix} n_{ext1} \\ n_{ext2} \end{bmatrix}^{(n)} - \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}^{(n-1)} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [u]^{(n-1)} \\
\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} &= \begin{bmatrix} F_{ext1} \\ F_{ext2} \end{bmatrix}^{(n)} - \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} + \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} [w]^{n-1} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2} & -\frac{\alpha}{2} \\ -\frac{\alpha}{2} & \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} - \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} [\theta]^{n-1} \\
\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} &= 0 + \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{\alpha L}{6} - \frac{EI}{L}\right) \\ \left(\frac{\alpha L}{6} - \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} - \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} [w]^{n-1} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha L}{6} \\ \frac{\alpha L}{3} \end{bmatrix} [\theta]^{n-1} \\
n_s^{(n-1)} &= \frac{AE}{L} [-1 \quad 1] + [u]^{(n-1)} + AT_s [u]^{(n-1)} \\
f_s^{(n-1)} &= 0 + \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} - \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2} & \frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} - \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{L} \end{bmatrix} [w]^{n-1} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2} \\ -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} [\theta]^{n-1} - V([w]^{n-1}) \\
m_s^{(n-1)} &= 0 + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2} & -\frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\alpha L}{6} - \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L}\right) \\ \left(\frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{\alpha L}{6} - \frac{EI}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}^{(n-1)} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2} \\ \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} [w]^{n-1} - \begin{bmatrix} \frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L} \\ \frac{\alpha L}{3} + \frac{EI}{L} \end{bmatrix} [\theta]^{n-1} \\
&-M([\theta]^{n-1})
\end{aligned} \tag{2}$$

Donde:

$C_s^T = \partial V([w]) / \partial [w]$ y $C_b^T = \partial M([\theta]) / \partial [\theta]$ son los operadores tangentes de salto de desplazamiento transversal y de salto de rotación, respectivamente.

En el elemento con discontinuidades interiores, los GDL en el nodo interno (ver Figura 1) pueden condensarse como grados de libertad secundarios, y expresarlos en términos de los GDL (d, w, θ) en ambos extremos del elemento. La matriz de rigideces en la ecu. (1) se reescribe utilizando una partición de submatrices tal que:

$$\begin{bmatrix} K_{ee} & K_{e[e]} \\ K_{[e]e} & K_{[e][e]} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta d_e \\ \Delta [e] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_n \\ R_{[e]} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Donde:

K_{ee} , $K_{e[e]}$, $K_{[e]e}$ y $K_{[e][e]}$ son submatrices asociadas a sus correspondiente GDL, incluyendo las discontinuidades o saltos en el elemento. F_n y $R_{[e]}$ son los vectores que contienen las fuerzas nodales y momentos. Δd_e son los desplazamientos nodales y $\Delta [e]$ son los saltos en la discontinuidad. Estas matrices particionadas son:

$$\begin{aligned}
 K_{ee} &= \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & -\frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} \\ 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} & 0 & \frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{6} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{6} & 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} \end{bmatrix}; \quad K_{e\{\xi\}} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & & & & & \\ & \frac{\alpha}{L} & & & & \\ & \frac{\alpha}{2} & & & & \\ -\frac{AE}{L} & & & & & \\ & -\frac{\alpha}{L} & & & & \\ 0 & \frac{\alpha}{2} & & & & \frac{EI}{L} - \frac{\alpha L}{3} \end{bmatrix}; \quad \Delta[e] = \begin{Bmatrix} \Delta \xi u \\ \Delta \xi v \\ \Delta \xi \theta \end{Bmatrix}; \quad R_{[e]} = \begin{Bmatrix} n_s \\ f_s \\ m_s \end{Bmatrix} \\
 K_{e\{\xi\}} &= \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} \\ 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} - \frac{\alpha L}{6} & 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{L} & \frac{\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha}{L} & -\frac{\alpha}{2} \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{6} & 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} \end{bmatrix}; \quad K_{\{\xi\}\{\xi\}} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} + AC_N^T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{L} + A_3 C_5^T & -\frac{\alpha}{2} \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{\alpha L}{3} + IC_b^T \end{bmatrix}; \quad \Delta d_e = \begin{Bmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta w_1 \\ \Delta \theta_1 \\ \Delta d_2 \\ \Delta w_2 \\ \Delta \theta_2 \end{Bmatrix}; \quad F_n = \begin{Bmatrix} n_1 \\ f_1 \\ m_1 \\ n_2 \\ f_2 \\ m_2 \end{Bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

En la ec. (3), los GDL pueden condensarse, de acuerdo con Tena-Colunga (2007), como:

$$F_n = K_{ee} \Delta d_e + K_{e[e]} \Delta[e] \tag{5}$$

$$R_{[e]} = K_{[e]e} \Delta d_e + K_{[e][e]} \Delta[e] \tag{6}$$

Resolviendo para $\Delta[e]$ en ec. (6), se tiene:

$$\Delta[e] = K_{[e][e]}^{-1} R_{[e]} - K_{[e][e]}^{-1} K_{[e]e} \Delta d_e \tag{7}$$

Substituyendo ec. (7) en ec. (5), se tiene:

$$\left[K_{ee} - K_{e[e]} K_{[e][e]}^{-1} K_{[e]e} \right] \Delta d_e = \left[F_n - K_{e[e]} K_{[e][e]}^{-1} R_{[e]} \right] \tag{8}$$

La cual se representa como:

$$[K_\Delta] \{\Delta d\} = [R^*] \tag{9}$$

La matriz de rigideces condensada, K_Δ , dada en la ec. (8), es:

$$[K_\Delta] = \left[K_{ee} - K_{e\{\xi\}} K_{\{\xi\}\{\xi\}}^{-1} K_{\{\xi\}e} \right] \tag{10}$$

Y el vector condensado que contiene las fuerzas residuales R^* es:

$$[R^*] = \left[F_n - K_{e\{\xi\}} K_{\{\xi\}\{\xi\}}^{-1} R_{\{\xi\}} \right] \tag{11}$$

La matriz de rigideces del elemento viga-columna con discontinuidades interiores, dado en la ec. (1), puede condensarse estáticamente con base en la ec. (8). Consecuentemente, solo los GDL en los extremos del elemento se activan, pero los GDL de los saltos se condensan de acuerdo a las ecs. (9) a (11).

3 Modelos constitutivos

Los modelos constitutivos representan el comportamiento idealizado de los materiales, incluyendo su intervalo elástico y no-lineal. En los modelos de daño continuo, la degradación del material se distribuye en el volumen del elemento finito dañado. Por el contrario, en un modelo de daño discreto, la degradación del material se concentra en una zona de espesor cero dentro de un elemento finito.

En el caso de elementos finitos tipo viga, se requieren relaciones constitutivas continuas entre las fuerzas y los desplazamientos o relaciones constitutivas discretas entre las fuerzas y los saltos de desplazamientos. Un ejemplo de un modelo de daño continuo isotrópico para elementos tipos vigas son los formulados por Juárez y Ayala (2012), dados por las ecuaciones siguientes:

Densidad de energía libre	$\psi(\chi, r) = (1 - d(r))\psi_0$
Ecuación constitutiva	$F = \frac{\partial \psi(\chi, r)}{\partial \chi} = (1 - d)C : \chi$
Variable de daño	$d(r) = 1 - \frac{q}{r}; \quad d \in [0, 1]; \quad q \in [0, r_0]$
Ley de evolución	$\dot{\chi} = \gamma \begin{cases} r \in [r_0, \infty] \\ r_0 = r \Big _{t=0} = \frac{F_0}{\sqrt{C}} \end{cases}$
Criterio de daño	$f(\tau_F, q) = \tau_F - q = \sqrt{F : C^{-1} : F} - q; \quad \begin{cases} q \in [0, r_0] \\ q _{t=0} = r_0 \end{cases}$
Ley de endurecimiento	$\dot{q} = H^d(r)\dot{q}; \quad H^d(r) = q'(r) \leq 0$
Condiciones de carga y descarga	$f(\tau_F, q) < 0; \quad \gamma \geq 0; \quad \gamma f(\tau_F, q) = 0$ $\gamma \dot{\tau}_F = 0$

(12)

donde ψ es la densidad de energía libre, el área bajo la curva del modelo constitutivo, χ es el vector de desplazamiento, C son las constantes elásticas, F es el vector de fuerza, d es la variable de daño, la cual es dependiente de la variable de ablandamiento q , H es el parámetro de ablandamiento y γ es el multiplicador de daño que determinan las condiciones de carga-descarga. La función $f(\tau_F, q)$ delimita el dominio elástico definiendo la superficie de daño en el espacio de las fuerzas. Por otra parte, el modelo de daño discreto para vigas es:

Densidad de energía libre	$\psi([u], \bar{\alpha}) = (1-\omega)\psi_0([u]), \left\{ \begin{aligned} \psi_0([u]) &= \int_0^{ u } T([u]) d[u] \end{aligned} \right.$
Ecuación constitutiva	$F = \frac{\partial \psi([u], \bar{\alpha})}{\partial [u]} = (1-\omega)C[u]$
Variable de daño	$\omega = 1 - \frac{\bar{q}(\bar{\alpha})}{\bar{\alpha}}; \quad \omega \in [-\infty, 1]$
Ley de evolución	$\dot{\bar{\alpha}} = \bar{\lambda} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\alpha}); \quad \bar{\alpha} \in (0, \infty)$
Criterio de daño	$f(T, \bar{q}) = \tau_T - \bar{q}; \quad \tau_T = \ F\ (C)^{-1} = \sqrt{F[C]^{-1}F}$
Ley de endurecimiento	$\dot{\bar{q}}(\bar{\alpha}) = \bar{H}\dot{\bar{\alpha}}; \quad \bar{H} = \bar{q}'(\bar{\alpha}) \leq 0$
Condiciones de carga-descarga	$f \leq 0; \quad \bar{\lambda} \geq 0; \quad \bar{\lambda} f = 0$ $\bar{\lambda} \dot{\bar{\alpha}} = 0$

(13)

donde ω es la variable de daño, la cual depende de la variable de ablandamiento discreto \bar{q} . El resto de las variables se definen con el mismo nombre que el modelo de daño continuo, pero incluyendo el término *discreto*, e.g., \bar{H} es el parámetro de ablandamiento *discreto*.

La razón de cambio de las fuerzas con respecto a los desplazamientos corresponde al operador constitutivo tangente C^T , de un modelo constitutivo continuo. Por otra parte, la razón de cambio de las fuerzas con respecto a los saltos de desplazamientos corresponde al operador constitutivo discreto, C_d^T , de un modelo constitutivo discreto. Estos operadores constitutivos tangentes respectivamente son:

$$C^T = \frac{\partial F}{\partial \chi}, \quad C_d^T = \frac{\partial F}{\partial [|\chi|]} \tag{14}$$

Cuando el material está en condición de carga en el intervalo no-lineal, el operador constitutivo tangente se calcula con la ec. (15), pero para el intervalo elástico o en condición de descarga, estos operadores tangentes de calculan con la ec. (16).

$$C^T = (1-d)C - \frac{q-Hr}{r^3}(C : \chi \otimes \chi : C), \quad C_d^T = (1-\omega)C - \frac{\bar{q}-H\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}^3}(C \cdot [|u|] \otimes [|u|] \cdot C) \tag{15}$$

$$C^T = (1-d)C, \quad C_d^T = (1-\omega)C \tag{16}$$

El elemento viga-columna requiere de un modelo constitutivo que relaciona la fuerza normal, N , la fuerza cortante, V , y el momento flexionante, M , con la deformación normal, ε , deformación por cortante, γ , y la curvatura, κ , respectivamente. Para el caso de los elementos viga-columna con discontinuidades desarrolladas por Juárez-Luna y Tenorio Montero (2019), estos requieren de modelos de daño discreto, $N-[|u|]$, $V-[|w|]$, $M-[|\theta|]$. Estos modelos constitutivos en sus versiones continua y discreta

se muestran respectivamente en las Figuras 2, 3 y 4, donde los subíndices y y u se refieren a las fuerzas de fluencia y última, respectivamente.

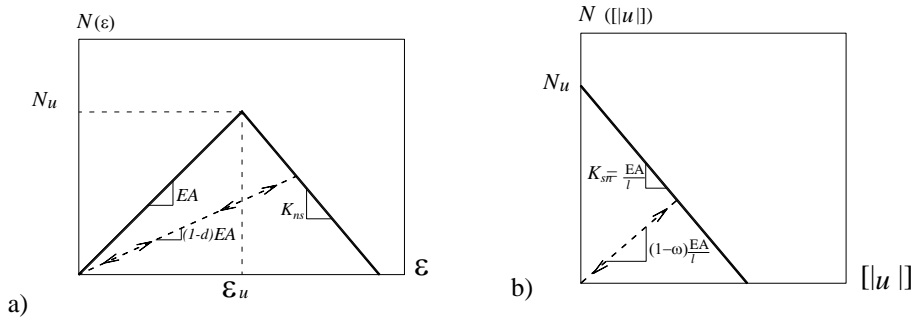


Figura 2. a) Relaciones constitutivas continua fuerza normal contra deformación normal y b) relación constitutiva discreta de la fuerza normal contra el salto de desplazamiento axial.

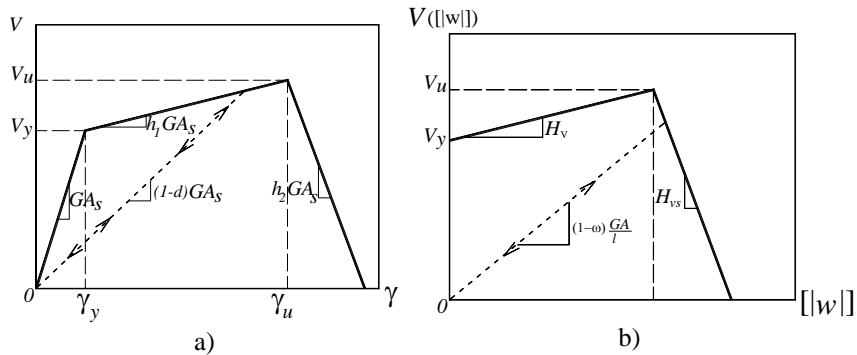


Figura 3. a) Relación constitutiva continua fuerza cortante contra deformación cortante y b) relación constitutiva discreta de la fuerza cortante contra el salto de desplazamiento transversal.

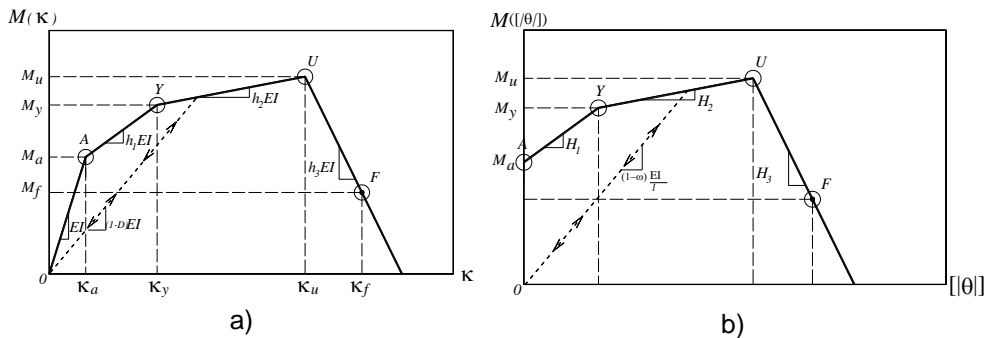


Figura 4. a) Relación constitutiva continua del momento flexionante contra la curvatura y b) relación constitutiva discreta del momento flexionante contra el salto de rotación.

El comportamiento constitutivo de la junta longitudinal en túneles se describe con los resultados del momento contra la rotación reportados por Leonhardt y Reimann (1966), quienes probaron dos piezas de concreto con una junta como se muestra en la Figura 5a. La junta tiene un ancho a y una longitud b . La formulación matemática de este modelo constitutivo fue desarrollado por Jansen (1983), que describe la curva del momento contra la rotación, mostrada en la Figura 5b, con los valores dados en la ec. (17).

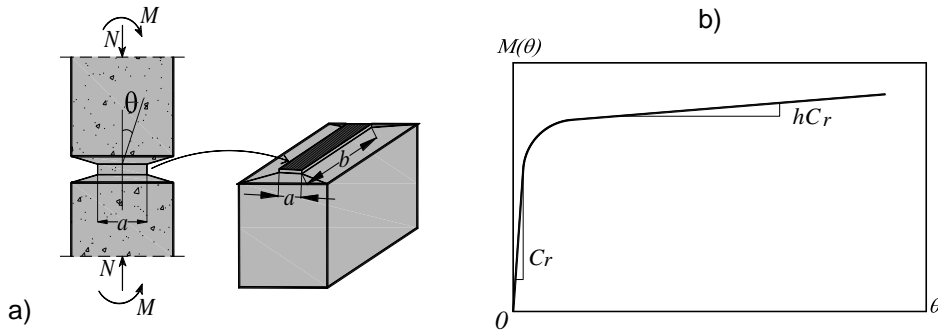


Figura 5. a) Junta probada por Leonhardt y Reimann (1966) y b) curva momento contra curvatura (Janssen, 1983).

$$C_r = \frac{ba^2 E_c}{12}; \quad \theta \leq \frac{2N}{E_c ba} \tag{17}$$

$$hC_r = \frac{9ba \left(\frac{2M}{Na} - 1 \right)}{8N} M; \quad \theta > \frac{2N}{E_c ba}$$

donde E_c es el modulo elástico del concreto, M es el momento flexionante y N es la fuerza normal. El comportamiento constitutivo de la junta longitudinal se idealiza con la curva bilineal mostrada en la Figura 6, en la que el momento se calcula como:

$$M = (1-d)C_r\theta \tag{18}$$

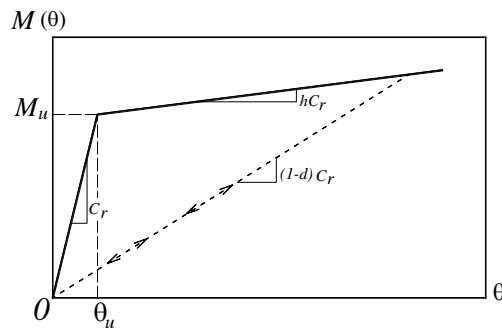


Figura 6. Curva bilineal del momento vs la rotación.

El modelo constitutivo con discontinuidades interiores y los modelos constitutivos se implantaron en subrutinas del programa FEAP (Finite Element Analysis Program) desarrollado por Taylor (2008). Estas subrutinas se escribieron en el lenguaje de programación Fortran.

4 Casos de estudio

4.1 Túnel con revestimiento simple: Túnel Botlek Railway

Este caso de estudio consiste de un espécimen a escala natural de tres anillos del túnel Botlek Railway, el cual fue ensayado en el Laboratorio Stevin II de la Universidad de Tecnología de Delft por Blom y van Oosterhout (2001). El espécimen tiene tres anillos con un ancho de 1.5 m formados por dovelas con espesor de 40 cm, como se muestra en la Figura 7a. Cada anillo tiene un diámetro de 8.65m, que está compuesto por siete segmentos y una dovela llave situada en posiciones distintas en cada anillo. El anillo medio, identificado como anillo 1, tiene su primera junta longitudinal en la posición 0.5 y la dovela de remate en la posición 6.5. Los anillos superior e inferior, identificados como anillo 2, tiene la primera junta longitudinal en la posición 0 y la dovela llave en la posición 5.5 (Blom 2002), como se muestra en Figura 7b. Las juntas entre las dovelas están alineadas entre el anillo superior e inferior, anillos 2. En las juntas entre anillos se utilizó madera contrachapada como material de empaque. Por otra parte, en las juntas longitudinales no se utilizó material de empaque, teniendo una superficie de contacto tipo concreto-concreto.

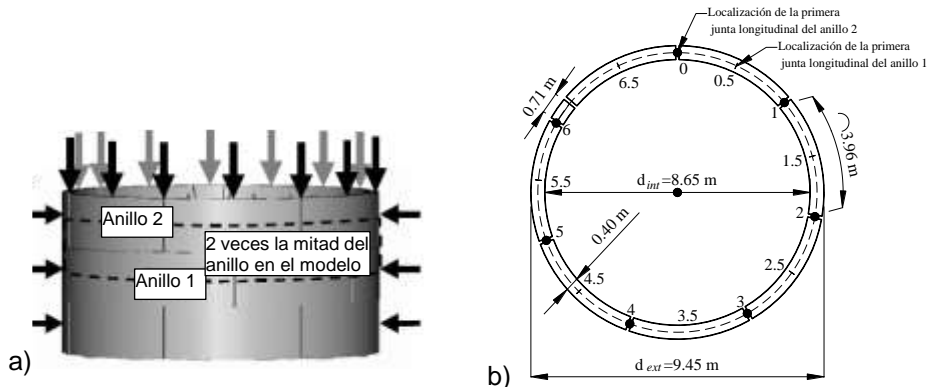


Figura 7. a) espécimen a escala natural y b) localización de juntas longitudinales en geometría (adaptada de Blom 2002).

El espécimen a escala real se cargó para dos distintos valores de fuerza axial. Una carga axial alta con interacción entre los tres anillos, experimento C01, y una carga axial con baja interacción entre los tres anillos, experimento C02. Considerando la baja interacción de este último experimento, se realizó el modelado del anillo central, anillo 2, como una aproximación a la baja interacción de los anillos. De acuerdo a la prueba C02, se aplicó primeramente una carga radial uniforme de 654.94 kN por actuador hidráulico. Posteriormente, se aplicó una carga de ovalización de 25 kN por actuador, resultando las fuerzas por actuador mostradas en la Figura 8. La carga uniforme produce fuerzas normales, contracción del anillo, pero manteniendo la

forma circular. Por otra parte, las cargas de ovalización producen momentos flexionantes, que flexionan al anillo y que produce una forma ovalada del anillo.

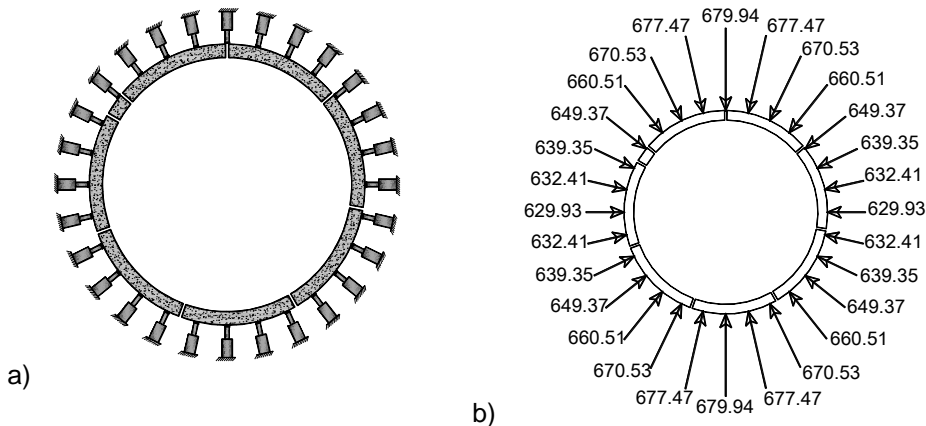


Figura 8. Anillo con: a) actuadores radiales y b) cargas máximas aplicadas (kN).

Cada dovela tiene como refuerzo longitudinal trece barras de refuerzo con un diámetro de 10mm (10.21 cm^2) en la parte superior e inferior, como se muestra en la Figura 9a. El refuerzo transversal consiste de estribos con un área total de 2.85 cm^2 . La junta longitudinal tiene un ancho de $b=1.39 \text{ m}$ y un largo $a=0.17 \text{ m}$, como se muestra en la Figura 9b. Las propiedades mecánicas del concreto son: módulo de Young de $E_c=40 \text{ GPa}$ y esfuerzo último a compresión $f'_c=27 \text{ MPa}$. El acero de refuerzo tiene las propiedades mecánicas siguientes: módulo de Young $E_s=200 \text{ GPa}$ y esfuerzo de fluencia de $f_y=435 \text{ MPa}$.

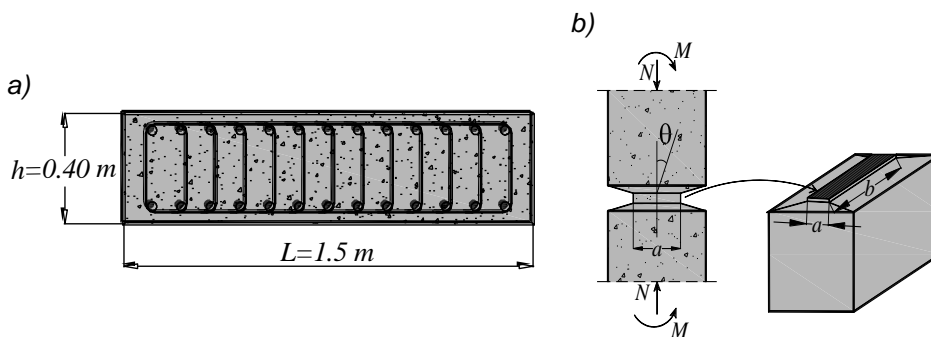


Figura 9. Propiedades: a) sección transversal de la dovela y b) junta longitudinal.

La malla del anillo del túnel se muestra en la Figura 10, cada dovela se malló con ocho elementos finitos tipo viga-columna (56 elementos con las propiedades mecánicas de las dovelas) en el programa GID. Las juntas entre las dovelas se modelaron con elementos tipo resorte rotacional (elementos número 57 a 63), a los cuales se les asignó el comportamiento constitutivo de Jansen (1983). La dovela llave se modeló con un solo elemento ente las dovelas vecinas, al cual se le asignó el elemento número 58. Las relaciones constitutivas asignadas a las dovelas y a las juntas longitudinales se proporcionan en el apéndice A1.

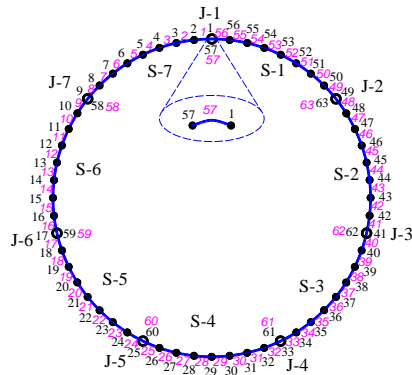


Figura 10. Modelo numérico en 2D del anillo 2 del túnel Botlek Railway.

La curva de la carga de ovalización contra el desplazamiento calculada con los EF con discontinuidades embebidas muestran concordancia con la curva experimental reportada por Blom y van Oosterhout (2001), como se muestra en la Figura 11a. La primera articulación ocurre en la parte inferior a una carga de 13.78 kN/actuador (1). Posteriormente, dos articulaciones ocurren en la parte superior a una carga de 18.20 kN/actuador (2) y finalmente, dos articulaciones ocurren en ambos lados del túnel a una carga de 23.43 kN/actuador (3) como se muestra en la Figura 11b. Se observa que la ocurrencia del daño modelado como articulaciones con elementos viga-columna con discontinuidades embebidas son congruentes con las grietas calculadas con el modelo de agrietamiento distribuido reportadas por Luttikholt (2007), pues las articulaciones y grietas ocurren en la misma posición dentro de las dovelas y de las juntas longitudinales, como se muestran en la Figura 11c. Los elementos mecánicos se muestran en la

Figura 12, donde se muestra que las juntas longitudinales no alcanzan los valores umbrales de fuerza cortante y fuerza normal, 1920 kN y 6814.33 kN, respectivamente. Sin embargo, los momentos flexionantes calculados en las dovelas alcanzan los valores umbrales de 184.89 kN-m.

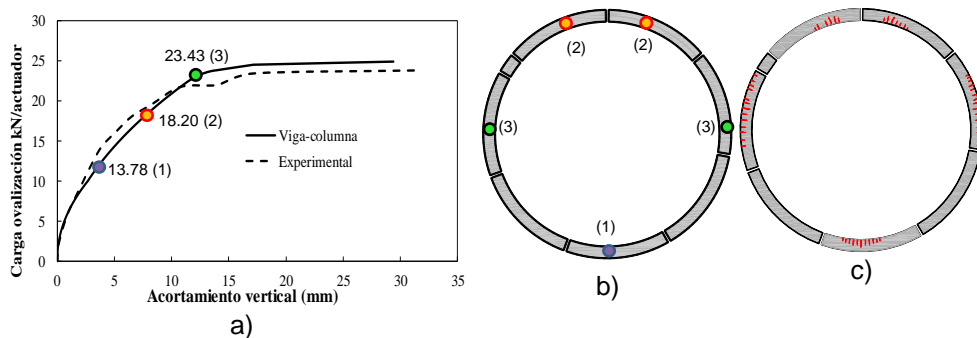


Figura 11. Curva de la carga de ovalización contra el desplazamiento vertical, b) desarrollo de articulaciones en el túnel con revestimiento simple y c) comparación de articulaciones con patrones de agrietamiento ocurridos durante la prueba experimental en el anillo 2 (adaptado de Luttikholt 2007).

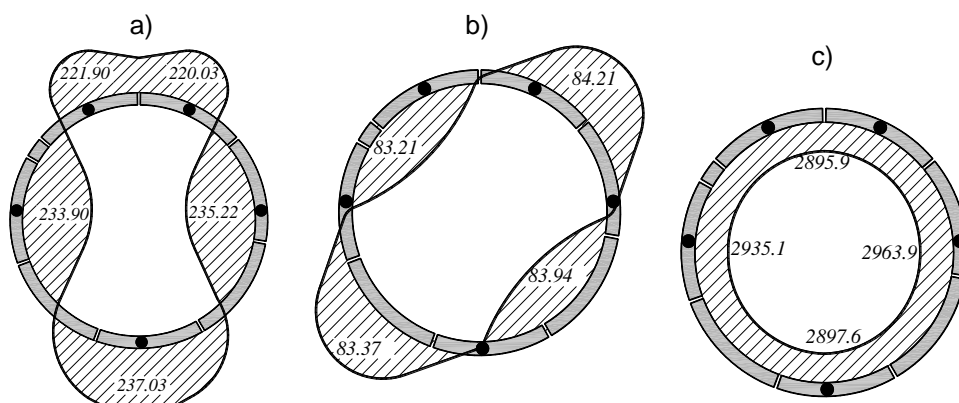


Figura 12. Elementos mecánicos: a) momento flexionante (kN-m), b) fuerza cortante (kN) y c) fuerza normal (kN).

4.2 Túnel con revestimiento simple y doble

Este modelo estudia el espécimen a escala real de un túnel dovelado con doble revestimiento, el cual fue probado en México por Aguilar *et al.* (2011), el revestimiento primario fue construido de dovelas prefabricadas de concreto y el revestimiento secundario fue construido con concreto colado en sitio. El revestimiento primario de dovelas tiene un anillo medio, identificado como anillo 1, con un ancho completo y otros dos anillos, identificado como anillo 2, con la mitad del ancho en la parte superior e inferior. El revestimiento secundario consiste de un anillo interior colado en sitio que tiene un espesor constante en el centro y en la parte superior del túnel, pero tiene un espesor variable en la parte inferior como se muestra en la Figura 13a. Este túnel tiene siete dovelas y una dovela clave como se muestra en la Figura 13b. Las dovelas tienen una longitud de 4.0 m y la dovela clave una de 1.86 m; todas las dovelas tienen un alto de 1.50 m y un ancho de 0.40 m.

Cada dovela tiene un área de acero de refuerzo longitudinal de $A_l=12.5 \text{ cm}^2$ en la parte superior e inferior; además, éstas tienen un área de acero de refuerzo transversal de $A_t=2.85 \text{ cm}^2$ como se muestra en la Figura 13c. El diámetro interno de los anillos es de $d=9.11 \text{ m}$, las juntas longitudinales tiene un espesor $b=1.39 \text{ m}$ y una altura $a=0.17 \text{ m}$ como se muestra en la Figura 9b. Las propiedades mecánicas del concreto son: módulo de Young $E_c=21 \text{ GPa}$, radio de Poisson $\nu_c=0.2$ y esfuerzo último a compresión $\sigma_{cu}=23.5 \text{ MPa}$. Las propiedades mecánicas del acero de refuerzo son: módulo de Young $E_s=200 \text{ GPa}$, radio de Poisson $\nu_s=0.3$ y esfuerzo de fluencia $\sigma_y=412 \text{ MPa}$.

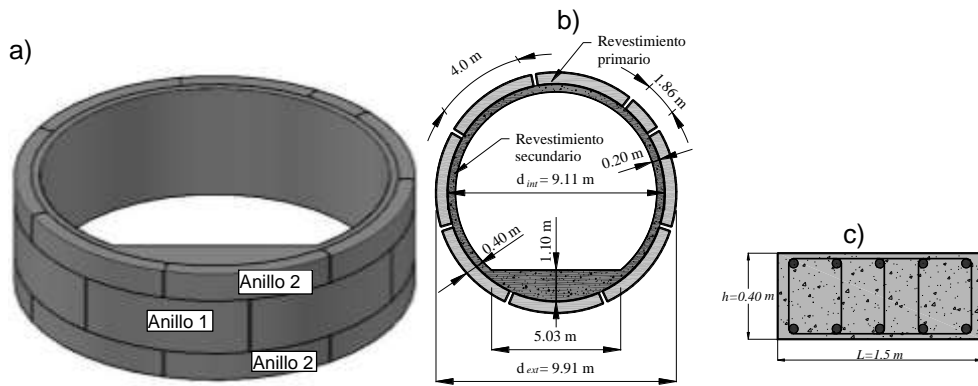


Figura 13. Túnel con doble revestimiento: a) esquema, b) geometría y c) sección transversal de dovela (adaptado de Aguilar *et al.* 2011).

Este espécimen fue probado en dos etapas. Durante la primera etapa, el espécimen sólo tenía el revestimiento primario de dovelas sujeto a las cargas mostradas en la Figura 14a. En la segunda etapa, el revestimiento secundario de concreto colado en sitio, el cual tiene un espesor de 0.20 m a los lados y en la parte superior, pero tienen un espesor de 1.1 m en la parte más ancha en la parte inferior del anillo, como se muestra en la Figura 14b. Las cargas aplicadas tienen un coeficiente lateral del suelo de 0.83 en la primera etapa y de 0.61 en la segunda etapa; estas cargas se aplicaron mediante doce actuadores radiales. Las dovelas fueron sujetadas a un muro de reacción circular interior mediante unas barras pretensadas radialmente, las cuales se colocaron a cada 30° .

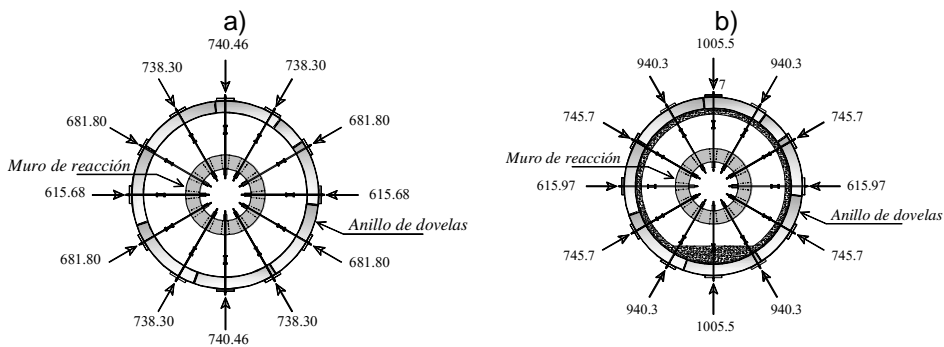


Figura 14. Esquema de cargas durante prueba de túnel: a) en la primera etapa (sólo revestimiento externo) y b) en la segunda etapa (revestimiento interno y externo) (adaptado de Aguilar *et al.* 2011)

En la prueba experimental, doce puntos de control se asignaron como se muestra en la Figura 15a, teniendo la configuración deformada mostrada en la Figura 15b, donde se tiene un acortamiento entre los puntos uno y siete en la dirección vertical, pero se tiene un alargamiento entre los puntos 10 y 4 en dirección horizontal. Los resultados numéricos de las curvas de la carga vertical contra el acortamiento y la curva de la carga vertical contra el alargamiento se compara con los resultados reportados por Aguilar *et al.* (2011), como se muestra en la Figura 16, donde se tienen diferencias hasta del 3.09% y 2.93%, respectivamente.

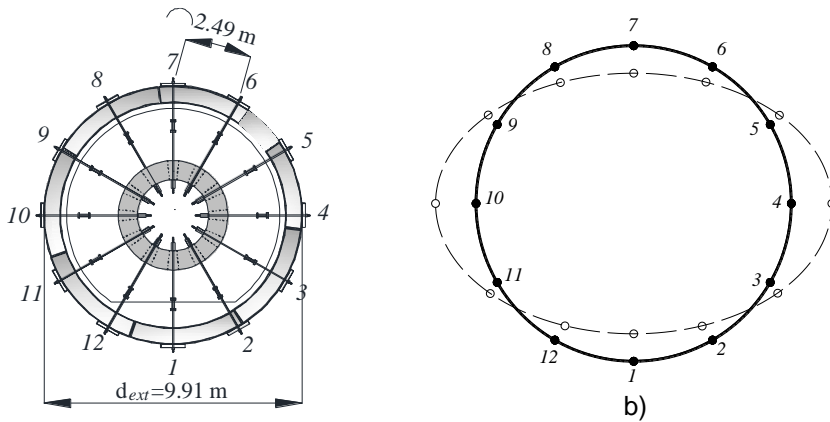


Figura 15. Esquema de referencia: a) puntos de control y b) forma deformada.

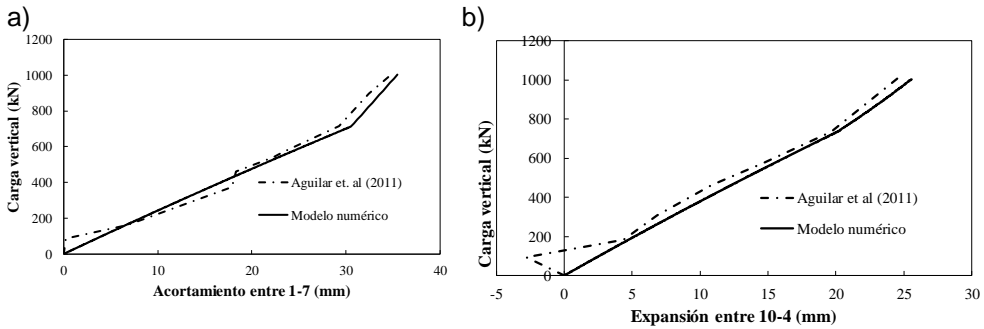


Figura 16. Curva de la carga vertical contra el desplazamiento: a) acortamiento entre puntos 1-7 y b) alargamiento entre puntos 10-4.

Los elementos mecánicos calculados en las dovelas durante la primer etapa de carga se muestran en la Figura 17, los cuales no alcanzan los valores umbrales. Por otra parte, los elementos mecánicos en las dovelas y en revestimiento secundario durante la segunda etapa de carga se muestran respectivamente en las Figuras 18 y 19, los cuales tampoco alcanzan los valores umbrales.

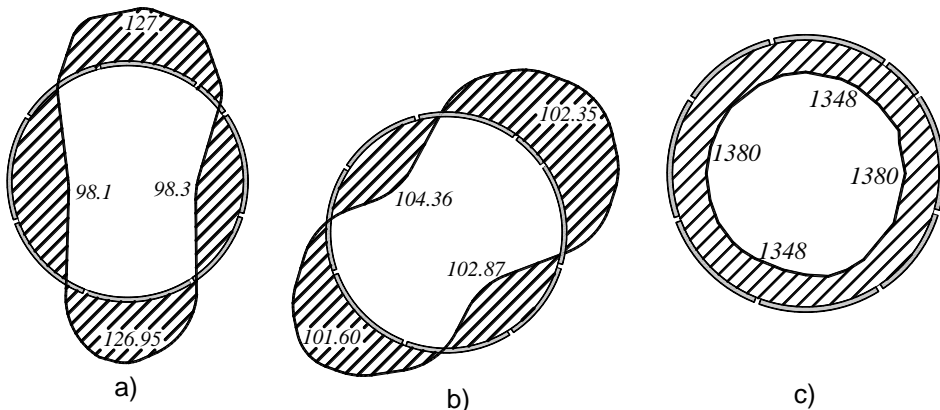


Figura 17. Elementos mecánicos en las dovelas durante la primera etapa de carga: a) momento flexionante (kN-m), b) fuerza cortante (kN) y c) fuerza normal (kN).

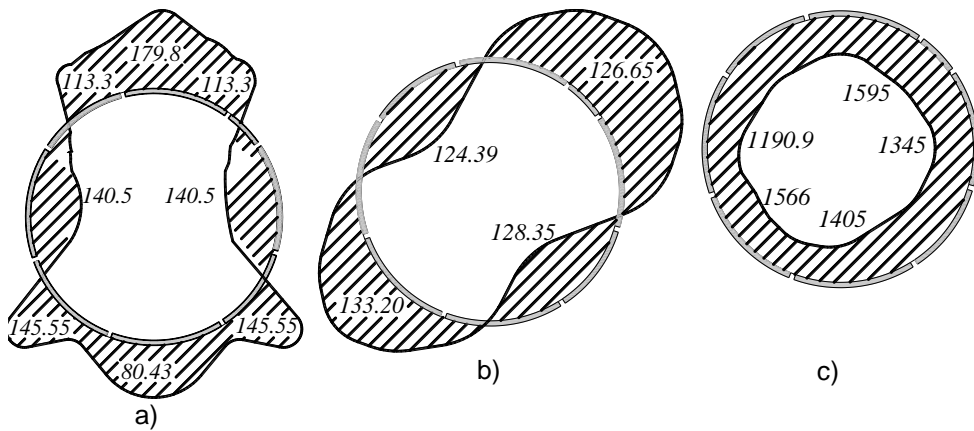


Figura 18. Elementos mecánicos en las dovelas durante la segunda etapa de carga: a) momento flexionante (kN-m), b) fuerza cortante (kN) y c) fuerza normal (kN).

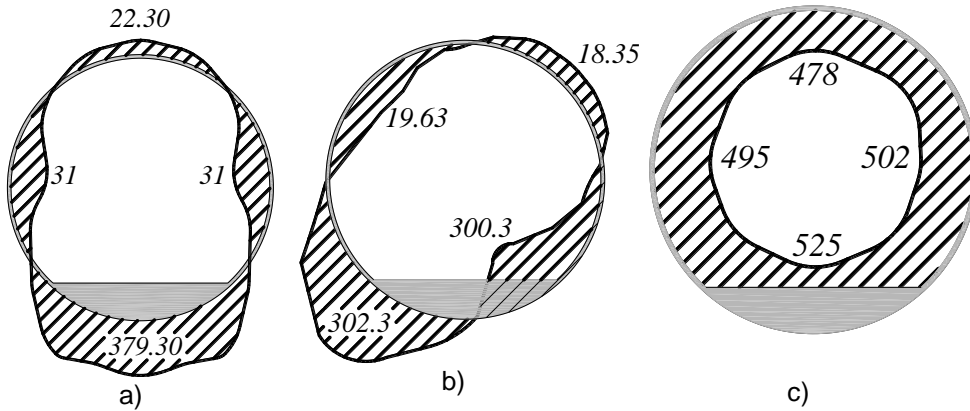


Figura 19. Elementos mecánicos en el revestimiento durante la segunda etapa de carga: a) momento flexionante (kN-m), b) fuerza cortante (kN) y c) fuerza normal (kN).

Aguilar *et al.* (2011) realizaron la prueba de carga en condiciones de trabajo, por lo que las cargas aplicadas, mostradas en la Figura 14, no producen daño en el revestimiento primario ni en el secundario. Sin embargo, en este caso de estudio, las magnitudes de las cargas aplicadas se incrementaron como se muestra en las Figura 20, con la finalidad de estudiar la respuesta estructural de un túnel con revestimiento simple y con revestimiento doble en el intervalo no lineal de material. Cada esquema de carga, mostrados en la Figura 20, se aplicaron en el túnel con revestimiento simple y con revestimiento doble, respectivamente.

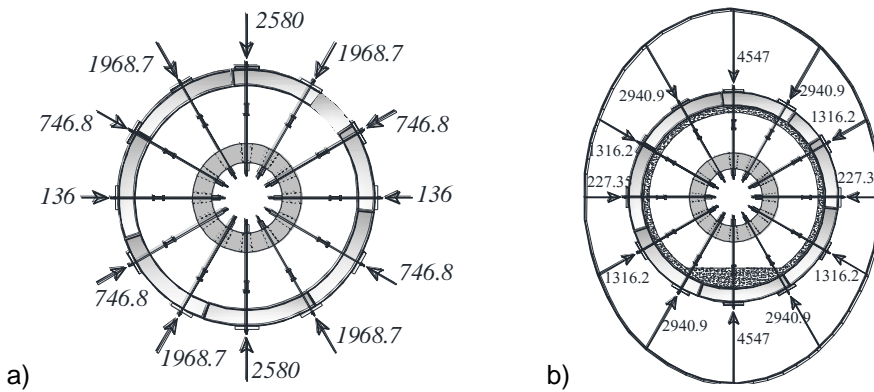


Figura 20. Esquema de carga en los modelos numéricos del túnel con: a) revestimiento simple y b) doble revestimiento.

Las dovelas del revestimiento primario y del revestimiento de concreto colado in situ se modelaron con el elemento viga-columna gruesa con discontinuidades embebidas, la malla de elementos finitos en el programa GID se muestran en la Figura 21. Por otra parte, las juntas entre las dovelas se modelaron con elementos resorte rotacional, a los que se les asignó el modelo constitutivo propuesto por Jansen (1983). Los modelos constitutivos asignados a las dovelas, al revestimiento secundario y a las juntas longitudinales se proporcionan en el apéndice A2.

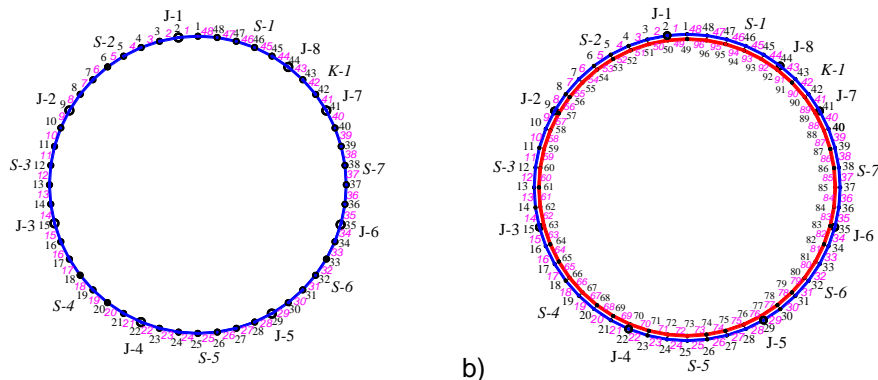


Figura 21. Modelos numéricos utilizados en: a) la primera y b) segunda etapa de carga para el túnel con revestimiento doble.

La carga de ovalización contra la ovalización del anillo con revestimiento simple y del anillo con revestimiento doble se muestran en la Figura 22a, donde se observa que la capacidad de carga máxima en el anillo con revestimiento doble es aproximadamente el doble de magnitud que la capacidad de carga máxima en el anillo con revestimiento simple. La ovalización en el túnel con revestimiento simple es mayor que la del anillo con revestimiento doble, lo que se atribuye a la rigidez de los revestimientos. Después del desarrollo de cinco articulaciones (articulaciones rotuladas de I a III) en el túnel con revestimiento simple y del desarrollo de siete articulaciones (articulaciones rotuladas de 1 a 5) en el túnel con revestimiento doble, las curvas de la carga de ovalización contra la ovalización ablandan drásticamente, respectivamente. El ablandamiento de estas curvas se asocia a la formación progresiva de articulaciones en los revestimientos con el incremento de la carga de ovalización.

En el túnel con revestimiento simple, la primera articulación ocurre en la parte inferior (I). Posteriormente, dos articulaciones ocurren en la parte superior (II) y las últimas dos articulaciones ocurren en los lados (III) como se muestra en la Figura 22b. Un total de cinco articulaciones se desarrollan en el túnel con revestimiento simple como en el revestimiento del túnel Botlek Railway mostrado en la Figura 11b. Por otra parte, en el túnel con revestimiento doble, la primera articulación ocurre en la parte superior del revestimiento primario (1); posteriormente, una articulación ocurre en la parte inferior del revestimiento secundario (2), en la parte más gruesa. Después, dos articulaciones ocurren en ambos lados del revestimiento primario (3). A continuación, una articulación ocurre en la parte inferior derecha del revestimiento primario (5). Más tarde, una articulación ocurre en la parte inferior del revestimiento primario (6). Después, dos articulaciones ocurren en ambos lados del revestimiento secundario (7). Finalmente, una articulación ocurre en la parte superior del revestimiento secundario como se muestra en la Figura 22c. Un total de once articulaciones en el túnel con revestimiento doble, siete articulaciones en el revestimiento primario y cuatro articulaciones en el revestimiento secundario.

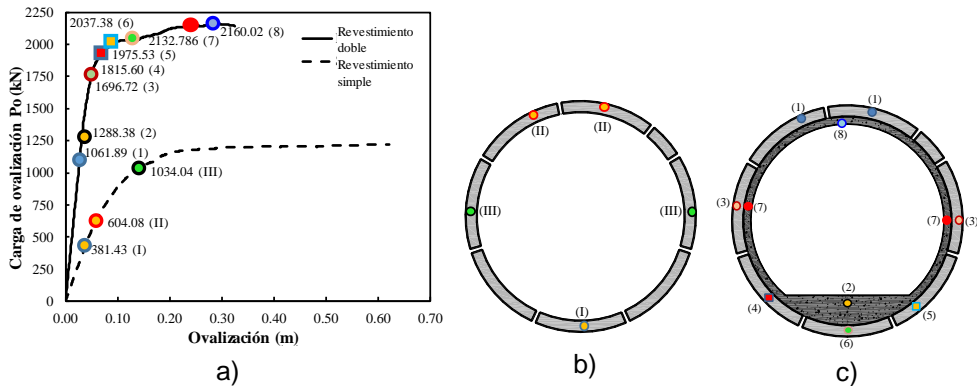


Figura 22. a) Curva de la carga de ovalización contra ovalización y ocurrencia de articulaciones en b) túnel con revestimiento simple y c) túnel con revestimiento doble.

5 Conclusiones

La matriz de rigideces de del elemento finito viga-columna 2D con discontinuidades interiores es simétrico, reduciendo el tiempo de cómputo y evitando problemas de inestabilidad numérica, lo que garantiza una formulación compacta y computacionalmente eficientemente. Los tres GDL adicionales en el nodo interno de este elemento, correspondiente a los saltos de desplazamiento, pueden ser condensados estáticamente como secundarios, reduciendo de nueve a seis GDL. Así, la matriz de rigideces se expresa en términos de los grados de libertad primarios en ambos extremos del elemento, manteniendo constante el número de GDL externos.

En el elemento viga -columna con discontinuidades interiores desarrollado, las articulaciones pueden ocurrir en cualquier lugar dentro de la longitud del elemento, lo cual es una ventaja sobre la forma tradicional de modelar la ocurrencia del daño en marcos, colocando resortes con comportamiento no lineal del material en los

extremos de cada elemento, donde las articulaciones pueden ocurrir, tal que los resultados son dependientes de la malla y los modelos requieren mayor consumo de cómputo. El elemento viga-columna gruesa con discontinuidades interiores modela adecuadamente discontinuidades de desplazamiento axial, rotación y desplazamiento transversal, liberando energía adecuadamente como el desarrollo de articulaciones.

Este elemento fue validado con el modelado de dos túneles con revestimiento simple. En el modelo del túnel Botlek Railway se desarrollaron cinco articulaciones dentro de las dovelas, mostrando que la ocurrencia del daño modeladas como articulaciones son congruentes con las grietas calculadas con el modelo de agrietamiento distribuido realizado por Lutikholt (2007), pues las grietas y articulaciones ocurren en el mismo lugar dentro de los segmentos. Además, se nota que, como se esperaba, la pendiente de la curva de carga de ovalización contra la ovalización se reduce gradualmente conforme las articulaciones se desarrollan dentro de las dovelas. Esta pendiente es casi constante después del desarrollo de las últimas dos articulaciones.

La interacción del revestimiento primario con el revestimiento secundario genera un incremento en la carga necesaria para producir la primera articulación en las dovelas y una reducción de la ovalización del revestimiento. Se muestra que las curvas de capacidad calculadas numéricamente que la contribución del revestimiento secundario produce una respuesta más rígida del revestimiento y un incremento de su resistencia, por lo que, el modelo con doble revestimiento tiene además el doble de la carga máxima que el modelo con revestimiento simple. La degradación de rigidez está asociada con el desarrollo progresivo de articulaciones en el revestimiento con el incremento de la carga de ovalización.

La interacción del revestimiento primario con el revestimiento secundario además provee una distribución de las fuerzas internas. Cinco articulaciones se desarrollaron en el túnel con revestimiento simple y once articulaciones en el túnel con doble revestimiento. En el túnel con revestimiento simple, la primera articulación ocurre en la parte inferior y las últimas dos articulaciones ocurrieron en ambos lados del revestimiento. Por otra parte, en el túnel con doble revestimiento, la primera articulación ocurrió en la parte superior del revestimiento primario y la última articulación en la parte superior del revestimiento secundario.

En los casos de estudio considerados se calcularon las curvas de la carga de ovalización contra la ovalización, así como las magnitudes del inicio de cada articulación. El cálculo de las magnitudes de carga es una ventaja sobre otras simulaciones numéricas reportadas en la literatura, en la que sólo se proporciona la curva de capacidad calculada.

Es importante mencionar que en los túneles con revestimiento simple no solo el daño fue modelado adecuadamente con la evolución de las articulaciones, sino también que la curva calculada de la carga de ovalización contra la ovalización fueron congruentes con las curvas experimentales reportadas en la literatura, destacando que en la solución obtenida con este elemento no hubo problemas de atoramiento de esfuerzos.

El elemento finito con discontinuidades interiores puede utilizarse no sólo para estudiar daño en estructuras de concreto reforzado, pero también en cualquier otro

material. Sólo es necesario asignar las propiedades mecánicas correspondientes a los modelos constitutivos como la fluencia y fuerzas últimas. El desarrollo de una superficie de falla que incluya la interacción del momento flexionante, fuerza cortante y fuerza axial es una mejora al modelo constitutivo para trabajos futuros.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de la Universidad Autónoma Metropolitana. El segundo autor agradece al CONACYT la beca otorgada para sus estudios de Doctorado. Ambos autores agradecen los comentarios del Dr. Arturo Tena Colunga para mejorar las conclusiones.

REFERENCIAS

1. Aguilar O., Mendoza L., Tavera E., Alberto Y. y Morelos, J. (2011) "Prueba de carga en un modelo a escala real de un túnel de dovelas con revestimiento secundario", *Proceedings of the 2011 Pan-Am CGS Geotechnical Conference*, Toronto, Canada.
2. Armero F. y Ehrlich D. (2006), "Numerical modeling of softening hinges in thin Euler-Bernoulli beams", *Computers & Structures*, **84**, 641-656.
3. Arnau O. y Molins C. (2011), "Experimental and analytical study of the structural response of segmental tunnel linings based on an in situ loading test. Part 2: Numerical simulation. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **26**, 778-788.
4. Arnau O. y Molins C. (2015), "Theoretical and numerical analysis of the three-dimensional response of segmental tunnel linings subjected to localized loads", *Tunnelling and Underground Space Technology*, **49**, 384-399.
5. Baker J.B. y Hyman J. (1969), "Plastic design of frames", Cambridge University Press, Vols. I y II.
6. Blom C.B.M. (2002), "Design philosophy of concrete linings for tunnels in soft soils", Tesis doctoral, Delft University of Technology, Delft, Países Bajos.
7. Blom C.B.M. y van Oosterhout G.P.C. (2001), "Full-scale laboratory tests on a segmented lining", Summary report. Ministry of Transport and Water Management, Project Organisation High Speed Line, Project Office North Holland, Management Group Betuweroute, TNO Building and Construction, Delft University of Technology, Países Bajos.
8. Dujc J., Brank B. y Ibrahimbegovic A. (2010), "Multi-scale computational model for failure analysis of metal frames that includes softening and local buckling",

Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **199**, 1371-1385.

9. Ehrlich D. y Armero F. (2004), "Finite element methods for the analysis of softening plastic hinge in beams and frames", *Computational Mechanics*, **35**, 237-264.
10. Galván A., Peña F. y Moreno-Martinez J.Y. (2017), "Effect of TBM advance in the structural response of segmental tunnel lining", *International Journal of Geomechanics. ASCE*, **17(9)**, 1-20.
11. Janssen P. (1983), "Tragverhalten von Tunnelausbauten mit Gelenktübbings". Report No. 83-41 University of Braunschweig. Department of civil engineering. Institute for structural analysis.
12. Juárez G. y Ayala A.G. (2012), "Finite element variational formulation for beams with discontinuities", *Finite Elements in Analysis and Design*, **54**, 37-47.
13. Juárez-Luna G. y Tenorio-Montero E. (2019), "Formulation of beam-column elements with embedded discontinues for modelling hinges in simple and double-lined tunnels", *Tunnelling and Underground Space Technology*, **93**. ISSN: 0886-7798. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2019.103091>
14. Jukic M. (2013), "Finite element for modeling of localized failure in reinforced concrete", Tesis de doctorado, Ljubljana, Univerza v Ljubljana, Eslovenia.
15. Jukic M., Brank B. y Ibrahimbegovic A. (2013), "Embedded discontinuity finite element for failure analysis of planar reinforced concrete beams and frames", *Engineering Structures*, **50**, 115-125.
16. Leonhard F. y Reimann H. (1966). Betongelenke. *Der Bauingenieur*, **41**, 49-56.
17. Lutikholt A. (2007). Ultimate limit state analysis of a segmented tunnel lining - Results of full-scale tests compared to finite element analysis. Tesis de Maestría, Delft University of Technology, Países Bajos.
18. Taylor L.R. (2008), "A finite element analysis program (FEAP) v8.2", Department of Civil and Environmental Engineering, University of California at Berkeley, Berkeley, CA
19. Tena-Colunga A. (2007), "Análisis de estructuras con métodos matriciales", 1ª edición, Editorial Limusa, 559 p., México.
20. van der Waart van Gulik T.G. (2012), "Snap through of large shield driven tunnels- Reserve Capacity", Tesis de maestría, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Países Bajos.
21. Winkler B., Hofstetter G. y Lehar H. (2004), "Application of a constitutive model for concrete to the analysis of a precast segmental tunnel lining", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **28**, 797-819.

A Modelos constitutivos de los elementos estructurales

A.1 Túnel Botlek Railway

Los modelos constitutivos de las dovelas del túnel Botlek Railway se calcularon con sus propiedades mecánicas de los materiales y con las propiedades mecánicas de la sección, incluyendo el acero de refuerzo. La relación constitutiva de las dovelas se muestra en la Figura A1 y la versión discreta se muestra en la Figura A2. Por otra parte, las relaciones constitutivas de las juntas longitudinales se muestran en la Figura A3.

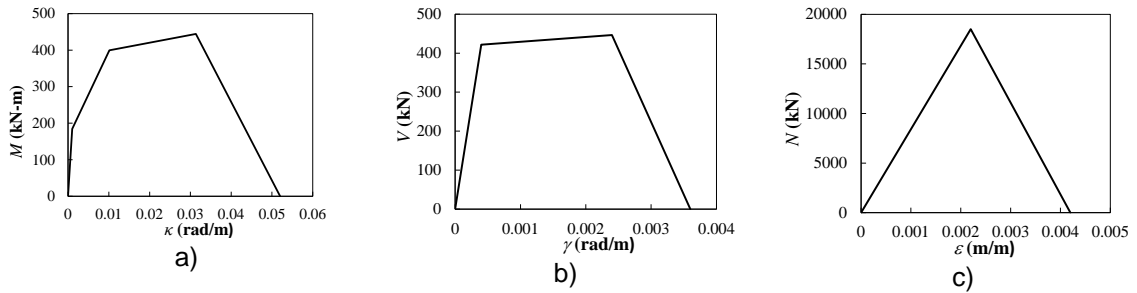


Figura A1. Modelo constitutivo continuo de las dovelas: a) momento contra curvatura, b) fuerza cortante contra deformación por cortante y c) fuerza normal contra deformación axial.

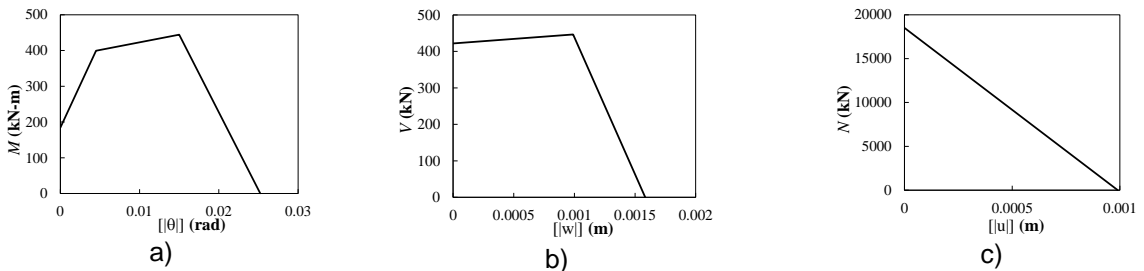


Figura A2. Modelo constitutivo discreto de las dovelas: a) momento contra salto de rotación, b) fuerza cortante contra salto de desplazamiento transversal y c) fuerza normal contra salto de deformación axial.

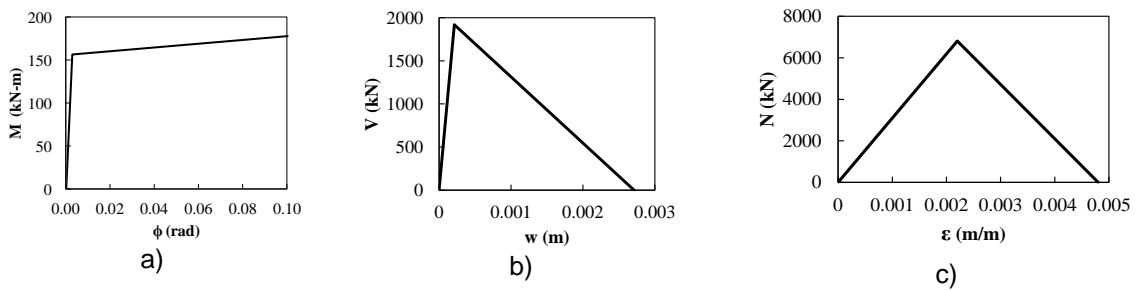


Figura A3. Modelo constitutivo continuo de la junta longitudinal: a) momento contra rotación, b) fuerza cortante contra desplazamiento transversal y c) fuerza normal contra deformación axial.

A.2 Túnel con doble revestimiento

El modelo constitutivo de las dovelas, del revestimiento secundario se muestra respectivamente en las Figuras A4 a A6, en el que los efectos del momento flexionante, la fuerza cortante y de la fuerza normal se consideraron desacoplados. Estos modelos constitutivos se asignaron al elemento viga columna con discontinuidades interiores. Los modelos constitutivos de la junta longitudinal se muestran en la Figura A7, en la cual se asignó a los resortes localizados en los extremos de las dovelas y de las dovelas llave.

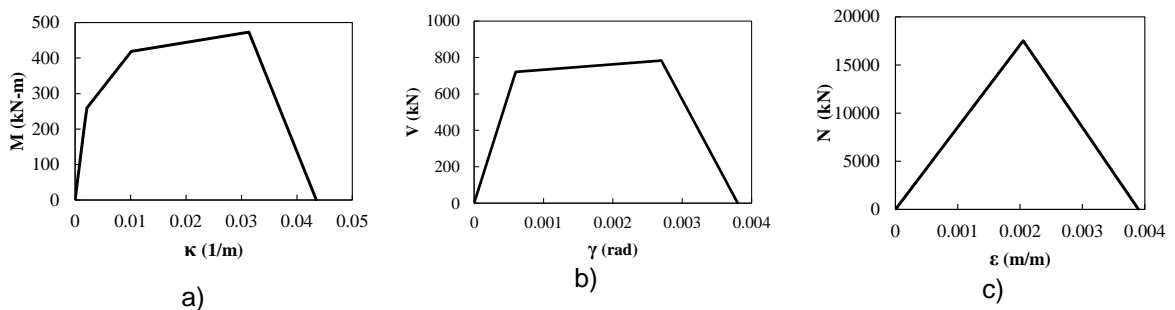


Figura A4. Modelo constitutivo continuo de las dovelas: a) momento contra curvatura, b) fuerza cortante contra deformación por cortante y c) fuerza normal contra salto de deformación axial.

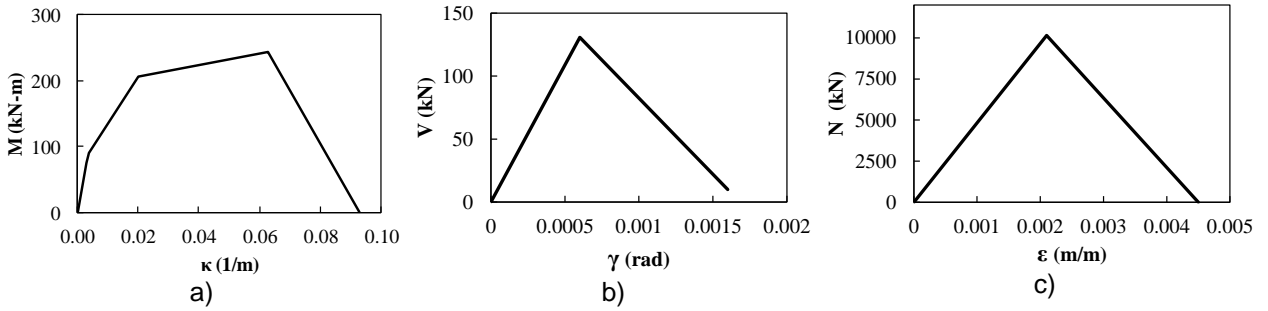


Figura A5. Modelo constitutivo continuo del revestimiento secundario: a) momento contra curvatura, b) fuerza cortante contra deformación por cortante y c) fuerza normal contra salto de deformación axial.

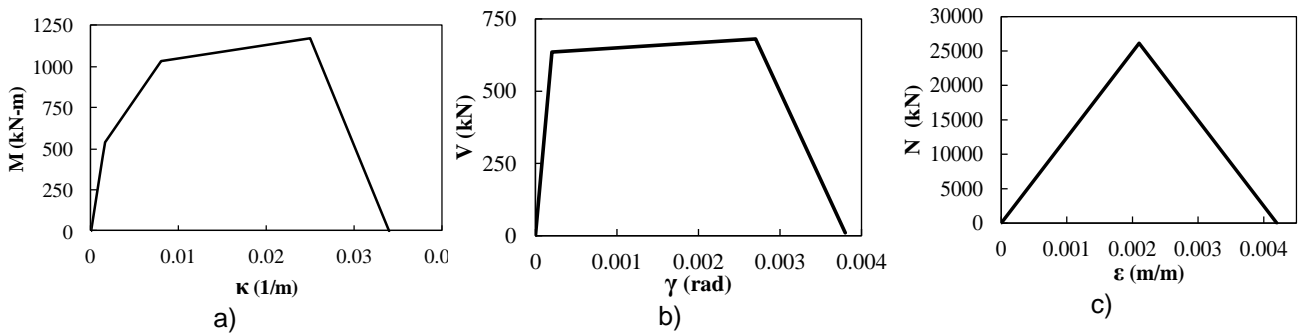


Figura A6. Modelo constitutivo continuo en la parte gruesa del revestimiento secundario: a) momento contra curvatura, b) fuerza cortante contra deformación por cortante y c) fuerza normal contra salto de deformación axial.

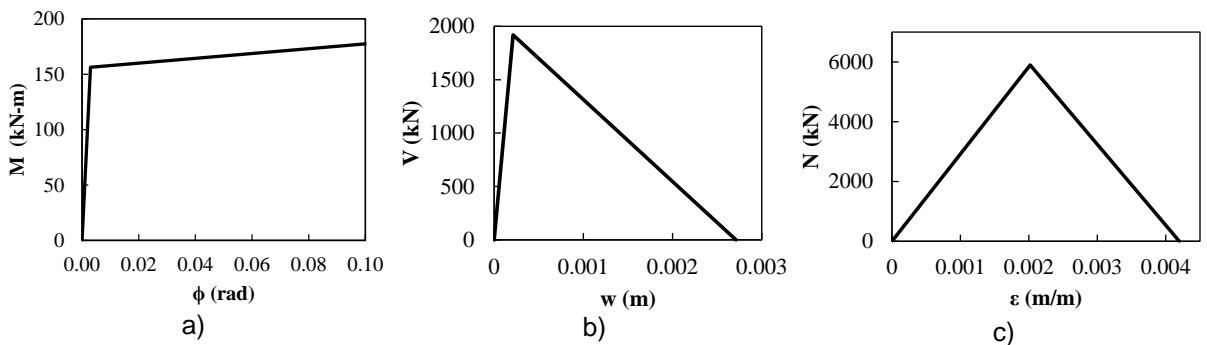


Figura A7. Modelo constitutivo continuo de la junta longitudinal: a) momento contra rotación, b) fuerza cortante contra desplazamiento transversal y c) fuerza normal contra deformación axial.