NUMERICAL ANALYSIS OF THE SERVICEABILITY OF SIMPLY SUPPORTED COMPOSITE BEAMS EMPLOYING CARBON STEEL AND CDP

Jordy Joseph Sosa Rodas⁽¹⁾, Genner Alvarito Villarreal Castro⁽²⁾

⁽¹⁾ Ingeniero Civil, Maestría en Ingeniería Estructural y Sismorresistente, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Campus Quetzaltenango, Calle Rodolfo Robles 29-99, Quezaltenango, Guatemala. <u>ingsosaj@gmail.com</u>

⁽²⁾ Doctor (Ph.D) en Ingeniería Sismorresistente, Profesor Extraordinario, Escuela de Ingeniería Civil, Universidad Católica San Pablo, Campus San Lázaro – Quinta Vivanco s/n Urb. Campiña Paisajista, Arequipa, Perú. Correo: <u>gavillareal@ucsp.edu.pe</u>

> Received: February 2021. Accepted: May 2021 Published: May 2021

ABSTRACT

A parametric study of composite steel and concrete beams connected with shear studs is examined numerically with ABAQUS in this investigation by analyzing their bending behavior in the serviceability limit state. The results will serve as support for future research to optimize the current design and construction regulations, which are still conservative. Modeling is discussed in detail to provide guidance to future numerical modelers in this area. Different options for mechanical interaction, meshing, and conception of constitutive models of materials are also evaluated. The numerical model implemented in the parametric study was validated by replicating the results of a model equivalent to the model developed in (Prakash et al., 2011) which has a reference experimental test for its own validation. Non-linear damage plasticity model is considered to model the brittle behavior of concrete and elasto-plastic bilinear curves are used to model the different types of carbon steel. Model validation was performed by comparing energy absorption capacity, interface slip, concrete cracking and crushing, and local yielding and buckling of the steel beam flanges with the corresponding values obtained from the experiment and numerical model in (Prakash et al., 2011). The energy absorption capacity of the composite beam obtained from the FEA (Finite Element Analysis) proves to be at least 90% correlated with the values measured in the experiment, a value that agrees with the percentage of error expected from simulation results. In respect to normative, it is concluded that it possesses limitations regarding f_y variation in the beam, interface slip effects and high fu variations in shear studs unlike the FEA results.

Keywords: Simply supported composite beams, CDP model, Carbon steel constitutive model, ABAQUS, 3D Stud Modeling, Serviceability, Uniformly distributed load

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA SERVICIABILIDAD DE VIGAS COMPUESTAS SIMPLEMENTE APOYADAS EMPLEANDO ACERO AL CARBONO Y CDP

RESUMEN

Un estudio paramétrico de vigas compuestas de acero y concreto conectadas con pasadores de corte se examina numéricamente con ABAQUS en esta investigación analizando su comportamiento a flexión en estado límite de servicio. Los resultados servirán de apoyo a investigaciones futuras para la optimización de la normativa actual la cual aún es conservadora. El modelado se discute en detalle para proporcionar directrices a futuros modeladores numéricos en esta área y se evalúan las diferentes opciones de interacción mecánica, mallado y concepción de los modelos constitutivos de los materiales. El modelo numérico empleado en el estudio paramétrico se validó replicando los resultados de un modelo equivalente al del estudio (Prakash et al., 2011) el cual posee un ensayo experimental de referencia para su propia validación. El modelo de plasticidad por daño no lineal se considera para modelar el comportamiento frágil del concreto y se utilizan curvas bilineales elastoplásticas para modelar los diferentes tipos de acero al carbono. La validación del modelo se realizó comparando la capacidad de absorción de energía, el deslizamiento en la interfaz, el agrietamiento y el aplastamiento del concreto, y la fluencia y el pandeo local de los patines de la viga de acero con los valores correspondientes obtenidos del experimento y el modelo numérico en (Prakash et al., 2011). La capacidad de absorción de energía de la viga compuesta obtenida del FEA (Finite Element Analysis) demuestra estar por lo menos en un 90% correlacionada con los valores medidos en el experimento, algo que concuerda con el porcentaje de error esperado en resultados de simulación. Respecto a la normativa, se concluye que posee limitantes en cuanto a variaciones de fy en la viga, efectos de deslizamiento en la interfaz y variaciones de fu elevadas en los pasadores de corte a diferencia de los resultados FEA.

Palabras clave: Vigas compuestas simplemente apoyadas, Modelo CDP, Modelo constitutivo de acero al carbono, ABAQUS, Modelado de pernos en 3D, Serviciabilidad, Carga uniformemente distribuida

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad los manuales y códigos de diseño de estructuras de acero, específicamente (AISC 360, 2016), han desarrollado innovadoras técnicas y modelos analíticos que describen el cálculo de rigidez a flexión de vigas compuestas de perfil W en acero y losa de concreto armado. El proceso de desarrollo de estas técnicas tomaron varias décadas y finalmente ha llegado a una ecuación que calcula el límite inferior del momento de inercia (I_{LB}) de la sección de una viga compuesta, la cual está validada por los ensayos en (Zhao & Leon, 2013). Esta ecuación como su nombre lo indica, es un enfoque de límite inferior que proporciona una estimación conservadora de las deflexiones a corto plazo de vigas compuestas bajo cargas de servicio. Los valores

obtenidos por el nuevo enfoque I_{LB} corresponden aproximadamente a un 84% de probabilidad de convergencia respecto a deflexiones reales en un intervalo de una desviación estándar según las 120 pruebas examinadas en estos ensayos. Existen otras ecuaciones más precisas, pero son poco útiles ya que requieren parámetros exactos de un ensayo experimental o son altamente complejas a nivel analítico lo cual las hace ineficientes para su uso en la práctica. Por estas razones en esta investigación se realizó un estudio paramétrico de las propiedades y geometría del sistema variando el f_y de la viga, f_y de los pernos, f[']c, la relación peralte/ancho efectivo de losa y cantidad de pernos, para así poder evaluar el comportamiento de vigas compuestas simplemente apoyadas con carga uniformemente distribuida y comparar los resultados con lo que se tiene en la normativa actual.

El estudio se lleva a cabo en ABAQUS CAE y se utiliza el modelo empleado en (Prakash et al., 2011) el cual modela el sistema en 3D y la conexión compuesta entre los elementos con pernos de tipo sólido. Este modelo posee dos cargas distribuidas de 10cm de ancho simétricamente separadas en la mitad de la viga a diferencia del modelo de este estudio paramétrico el cual evaluará la realidad de vigas compuestas soportando una carga uniformemente distribuida. Además de un apropiado mallado y modelo constitutivo de los materiales, y una adecuada interacción entre la losa de concreto, viga de acero, y pernos, se utiliza un valor de 0.4 para el coeficiente de fricción. Se obtuvieron curvas carga-deflexión de cada variación paramétrica totalizándose 21 vigas compuestas que concordaron con lo esperado de estos sistemas teniendo un porcentaje de error menor a 10%, en términos de energía disipada, por causa de inconsistencias del modelo constitutivo de los materiales respecto a la realidad, variación en la interacción mecánica entre los elementos dependientes del modo de falla y la convergencia en el cálculo.

El diseño de vigas compuestas se rige por el manual del American Institute of Steel Construction (AISC 360, 2016) mayoritariamente en el continente americano, y por (EN 1994-1-1 Eurocode 4, 2004 y EN 1994-2 Eurocode 4, 2005) en lo que es el continente europeo. Además de ser altamente reconocidos en América, ambos tienen normas y ecuaciones que describen el comportamiento de vigas compuestas en cuanto a lo que es el estado límite de resistencia última y estado límite de servicio. Específicamente evaluando el estado del arte del cálculo de la rigidez a flexión de vigas compuestas en condiciones de servicio en la normativa, se tienen ecuaciones que no son tan precisas las cuales son conservadoras hasta en un 30% debido a las distintas condiciones de carga y apoyo y al conocimiento escaso que se tiene actualmente de algunos parámetros en estos sistemas. En este trabajo se comparó la ecuación existente en el manual del (AISC 360, 2016) contra la calidad de los resultados de un FEA en ABAQUS y a su vez se evaluó la precisión de la misma en un estudio de sensibilidad paramétrica. Se justificó que los resultados son pertinentes para ser empleados como directrices en una futura modificación de la normativa citando investigaciones actuales que confirman la confiabilidad de los FEA.

2. MODELADO POR ELEMENTOS FINITOS

El presente estudio utiliza el programa de elementos finitos ABAQUS versión 6.14 en conjunto con el sistema de unidades SI. Se desarrollan modelos tridimensionales de elementos finitos para simular el comportamiento no lineal geométrico y del material de la viga compuesta.

2.1. Representación de Materiales:

Elementos bloque, con integración reducida, isoperimétricos con 8 nodos (C3D8R) se seleccionaron de la biblioteca de elementos para modelar la losa de concreto, pasadores, apoyo, rigidizante y la viga de acero. La integración reducida evita el requisito de elementos sólidos de orden superior sin comprometer la precisión de las respuestas calculadas. Este elemento se ocupa de los problemas de reloj de arena que comúnmente surgen con elementos sólidos lineales continuos.

El elemento losa de concreto está definido por ocho nodos que tienen tres grados de libertad en cada uno, traslación en las direcciones x, y, z. El modelo constitutivo del material es de plasticidad por daño para observar el daño por tracción y compresión durante el proceso de flexión y además tener mejores resultados de las deformaciones plásticas instantáneas en la interfaz alrededor de los pernos. El elemento será capaz de modificar grietas en tres direcciones ortogonales en tensión, modificar aplastamiento en compresión y experimentar deformación plástica.



Figura 1 Mallado de la losa.

Los pasadores de corte serán elementos multidireccionales con capacidad de deflexión por fuerza generalizada no lineal que se puede utilizar en cualquier análisis. Este elemento tendrá una gran capacidad de desplazamiento para la cual puede haber tres grados de libertad en cada nodo. El elemento estará definido por 8 nodos y una curva esfuerzo deformación. Se utilizará acero como un material elásto-plástico para los pasadores de corte y la viga.

Los elementos viga, rigidizante y apoyo tienen tres grados de libertad en cada nodo siendo traslaciones en las direcciones nodales x, y, z. Las deformaciones serán lineales en ambas direcciones dentro del plano. Para el movimiento fuera del plano, se utiliza una interpolación mixta de componentes tensoriales. El elemento tendrá capacidad de plasticidad, fluencia, endurecimiento de esfuerzos, grandes deflexiones y grandes deformaciones.



Figura 2 Mallado de viga de acero.

El contacto entre los cuerpos rígidos con la viga (apoyos) se supone como un contacto de superficie a superficie con sus propiedades basadas en un coeficiente de fricción. La interacción mecánica entre los pasadores y las superficies de concreto se modela utilizando formulación friccional en dirección tangencial y contacto riguroso en dirección normal para evitar la penetración entre ambos. El método de penalización se utiliza para el comportamiento tangencial junto con un coeficiente de fricción de 0.4. Para la interacción normal se permitirá la separación después del contacto en el modelo de interacción ya que esto elucida el comportamiento real entre dos superficies que pueden juntarse y separarse repetitivamente por la acción de las cargas impuestas dependiendo de la línea de fluencia de sus deformaciones y el posible pandeo local que pudiera causar separación en puntos determinados. Esto se puede definir fácilmente en la ventana de edición de la propiedad del contacto con tan solo seleccionar la opción.



Figura 3 Mallado de rigidizante y placa de soporte.

Para la interacción entre la losa de concreto y el patín superior de la viga de acero, la superficie de concreto se modela como slave (esclava) y la superficie del patín superior de la viga de acero se modela como master (maestra). Del mismo modo, la superficie de concreto alrededor del perno se modela como slave y la superficie curva de los pasadores como master. Deslizamiento finito junto con el método de contacto cinemático se utiliza para la interacción entre los pasadores y el concreto, y la viga y el concreto.

Las regiones soldadas como la soldadura de los pasadores con el patín de la viga de acero y la soldadura del rigidizante con el alma de la viga de acero se modelan utilizando restricciones tipo unión que suponen que no hay separación en las ubicaciones de soldadura. Las barras de refuerzo longitudinal y transversal se modelan dentro del concreto con la opción de región embebida.

Las barras de acero son modeladas usando miembros con característica base de cable y sección tipo viga. Este elemento puede usarse para modelar armaduras, cables suspendidos, enlaces, resortes, etc. Se incluye la plasticidad, la fluencia del concreto, la hinchazón, el endurecimiento de esfuerzos y grandes capacidades de deflexión en la interacción de los materiales del modelo.

El algoritmo de contacto de penalización busca penetraciones de nodos esclavos en la configuración actual, incluidas las penetraciones de nodo a cara, de nodo a superficie rígida analítica y de borde a borde. Para el contacto de nodo a cara, las fuerzas que son una función de la distancia de penetración se aplican a los nodos esclavos para oponerse a la penetración, mientras que fuerzas iguales y opuestas actúan sobre la superficie maestra en el punto de penetración. Las fuerzas de contacto de la superficie maestra se distribuyen a los nodos de las caras maestras que se penetran. Para el contacto de borde a borde, las fuerzas de contacto opuestas se distribuyen a los nodos de los dos bordes de contacto.

Cuando se elige el método de penalización para hacer cumplir las restricciones de contacto en la dirección normal, también se usa para hacer cumplir la fricción de adherencia. Consecuentemente, el algoritmo de penalización introduce un comportamiento de rigidez adicional en un modelo, sin embargo, esta rigidez puede influir en el incremento de tiempo estable. Eficazmente, ABAQUS - Explicit tiene en cuenta automáticamente el efecto de las rigideces de penalización en el incremento de tiempo automático, aunque este efecto suele ser pequeño.



Figura 4 Refuerzo longitudinal y transversal de la losa.

Para el análisis lineal y no lineal de los modelos se utilizó ABAQUS -Explicit el cual determina una solución al procesar y evaluar el estado cinemático de un incremento al siguiente, utilizando un incremento de tiempo más pequeño que el usado comúnmente en los análisis implícitos. El tamaño del incremento está limitado por el incremento de tiempo estable. De forma predeterminada, el incremento de tiempo está completamente automatizado en ABAQUS - Explicit. Se prefirió este método debido a que considera la dinámica del comportamiento, a diferencia de ABAQUS – Standard que utiliza el método de Newton-Raphson, el cual está basado en iteraciones para alcanzar un equilibrio estático aproximado.

3. MODELO CONSTITUTIVO DE LOS MATERIALES

El modelo de "daño por plasticidad en el concreto" requiere las siguientes funciones:

 Relaciones esfuerzo-deformación para los comportamientos uniaxiales bajo cargas de compresión y tensión, incluida la descarga y recarga cíclicas. Funciones para la evolución de las variables de daño d_c y d_t bajo cargas de compresión y tracción, respectivamente.

3.1. Concreto en Compresión:

El comportamiento elásto-plástico del concreto en compresión, incluyendo el ablandamiento por deformación se expresa mediante las siguientes ecuaciones según (Carreira & Chu, 1985):

$$\sigma_{c} = \frac{f'_{c} \gamma \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon'_{c}}}{(\gamma - 1) + \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon'_{c}}\right)^{\gamma}}$$
[1]

donde, σ_c es el esfuerzo de compresión en el concreto; ε_c es la deformación unitaria en el concreto; f'_c es la resistencia a la compresión de un cilindro de concreto; ε'_c es la deformación unitaria correspondiente a f'_c en MPa; y y se define como:



Figura 5 Comparación de varias curvas esfuerzo deformación del concreto a compresión contra el estudio desarrollado por (AH Alwathaf, 2012).

La ecuación 5 en la figura es el modelo de (Carreira & Chu, 1985). La deformación unitaria a compresión máxima para el concreto ε'_c se consideró como 0.002 ya que este es el valor que se tiene por lo general. En este FEA no lineal, se supone que el comportamiento esfuerzo-deformación del concreto en compresión es lineal elástico hasta $0.4f'_c$. Tomando en cuenta la confiabilidad de los resultados obtenidos por ambos estudios, esta curva esfuerzo-deformación es la que se utiliza en la validación y estudio paramétrico de esta investigación.

3.2. Concreto en Tensión:

En cuanto a la curva esfuerzo-deformación del concreto sometido a tensión, se tiene que su comportamiento sigue una línea recta hasta llegar al esfuerzo máximo a tensión del concreto f_{ctm} que es aproximadamente el 10% del esfuerzo máximo a compresión del concreto fíc, y luego disminuye con un ablandamiento suave parabólico hasta llegar a una deformación unitaria última que es aproximadamente diez veces más larga que ε_{cr} la cual es la deformación unitaria cuando el concreto alcanza su esfuerzo máximo a tensión f_{ctm}. Para trazar la curva σ_t - ϵ_t se debe definir la forma de la función de debilitamiento o ablandamiento. De acuerdo con el manual del usuario de ABAQUS, la tensión se puede reducir linealmente a cero, comenzando desde el momento en que alcanza la resistencia a la tracción para la tensión total, diez veces mayor que en el momento de alcanzar f_{ctm}. Sin embargo, para describir con precisión esta función, el modelo debe calibrarse con resultados experimentales. Para este estudio el valor de n en la ecuación se tiene que es 0.75 ya que tiene un ablandamiento muy similar a las características descritas anteriormente las cuales se pueden apreciar en la mayoría de investigaciones que definen el comportamiento del concreto a tensión.

La relación adecuada fue propuesta por (Wang & Hsu, 2001), entre otros:

$$\sigma_t = \begin{cases} E_c \varepsilon_t , & \varepsilon_t \le \varepsilon_{cr} \\ f_{cm} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t}\right)^{0.75} , & \varepsilon_t > \varepsilon_{cr} \end{cases}$$
[3 y 4]

Dado que el endurecimiento de la tensión puede afectar considerablemente los resultados del análisis y la relación necesita calibrarse para una simulación dada, se propone utilizar la fórmula de Wang & Hsu modificada para la función de debilitamiento:

$$\sigma_t = f_{cm} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t}\right)^n, \quad \varepsilon_t > \varepsilon_{cr}$$
^[5]

donde n representa la tasa de debilitamiento.

La constitutividad del daño puede introducirse en el modelo y se define por separado en compresión y tensión. De ser necesario el modelo también puede equiparse con regularización visco-plástica que proporciona ductilidad adicional en la estructura y ayuda a superar los problemas de convergencia que se han creado por la localización de grietas y deformaciones que se basan en el enfoque de fisuración distribuida.







3.3. Cálculo de los Parámetros de Daño

Figura 7 Relación esfuerzo-deformación para la carga compresiva (cíclica). (Sinha, Gerstle, & Tulin, 1964).

La evolución del componente de daño por compresión dc está vinculada a la deformación plástica correspondiente ε_c^{pl} , que se determina proporcionalmente a la deformación inelástica $\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \sigma_c E_c^{-1}$ usando un factor constante b_c = 0.7 con 0 < b_c < 1.

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{ck} - \frac{d_c}{1 - d_c} \frac{\sigma_c}{E_0}$$
[6]

Un valor $b_c = 0.7$ encaja bien con los datos experimentales de las pruebas cíclicas (figura 7). La mayor parte del esfuerzo de compresión inelástica se mantiene después de la descarga. En general, la descarga y recarga posterior hasta la ruta monotónica se producen linealmente sin bucles histeréticos.



Figura 8 Apertura de grietas de tensión y relaciones esfuerzo-deformación para carga de tensión (cíclica). (Reinhardt & Cornelissen, 1984).

Similar a el caso de compresión, el daño d_t depende de ε_t^{pl} y un parámetro determinado experimentalmente b_t = 0.1 (figura 8). Por lo tanto, se supone que la descarga vuelve casi al origen y deja solo una pequeña deformación residual.

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \frac{\sigma_t}{E_0}$$
^[7]

3.4. Modelo Constitutivo de los Aceros

La relación esfuerzo-deformación uniaxial para el acero se idealizó como una curva bilineal, que representa el comportamiento elásto-plástico con endurecimiento por deformación. Se supone que esta relación es idéntica en tensión y en compresión, como se muestra en la figura 9. En algunas investigaciones, se supone que el módulo de endurecimiento por deformación (E_T) es (0.02 E_s), esto debido a que asumen un criterio parecido al de (Behnam et al., 2018). En este caso, por haber mayor interés en las condiciones de servicio del sistema, esto es indiferente, no obstante, se usan pendientes más conservadoras que se asemejan más a la realidad en la parte inicial de la plasticidad perfecta, ya que además se tomó en cuenta los esfuerzos de fluencia, análogo a emplear los coeficientes R_y y R_t para el acero según (AISC 360, 2016), buscando que los resultados se ajusten aún más a la realidad.



Figura 9 Curva esfuerzo-deformación idealizada de los materiales de acero a emplear. (Amer & Qussay, 2013)

3.4.1. Ajuste de la Pendiente E_T para el Acero:

El criterio de fluencia de Von Mises con la regla de endurecimiento isotrópico se utiliza para representar el comportamiento real del acero. La relación esfuerzo-deformación es linealmente elástica hasta la fluencia, perfectamente plástica entre el límite elástico y el comienzo del endurecimiento por deformación como se muestra en la figura 10, y sigue la siguiente fórmula constitutiva en la rama de endurecimiento por deformación (Kemp, Dekker, & Trinchero, 1995).



$$\sigma = f_{y} + E_{h}(\varepsilon - \varepsilon_{h}) \left(1 - E_{h} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{h}}{4(fu - f_{y})}\right)$$
[8]



Esta curva esfuerzo-deformación se utilizó para ajustar la pendiente E_T de los aceros utilizados ya que cada uno varía en su pendiente respecto a sus parámetros f_y, f_u, $\epsilon_y \epsilon_u$, y ϵ_h . Estos parámetros se pueden obtener de estudios como (Hortigón, 2015) los cuales poseen una cantidad notable de aceros ensayados. Luego de escudriñar el estudio de (Sadowski A. J. et al., 2017) se utilizaron pendientes de 0.3%E ± 0.175%E para los aceros en su intervalo de plasticidad casi perfecta. Existen algunas investigaciones que utilizan un E_T más elevado tales como (Behnam et al., 2018), que ajustan el valor de la pendiente para que intercepte el σ_u del acero. Esta es otra opción que se puede adoptar que da resultados menos conservadores para una deformación unitaria menor a ϵ_h , intervalo en el cual se obtiene menor plasticidad (o mayor endurecimiento).

4. VALIDACIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Se visualizó en la comparación de los resultados contra el estudio (Prakash et al., 2011) que no era necesario hacer en este caso una validación exhaustiva tal y como se hizo en ese estudio. Esto se debe a que, para el caso de validación de ese primer estudio, al no haber un estudio previo por elementos finitos del estudio experimental ejecutado por él, se debía corroborar factores como energía, agrietamiento, fluencia del acero, etc., para asegurar que sus resultados fueran consistentes con los experimentales. En el caso de la presente investigación ya se tenía un estudio numérico validado previamente como referencia. Esto facilitó este proceso de manera significativa ya que al garantizar tener el mismo modelo de interacción, aunque con algunas diferencias en la constitutividad de los materiales, se notó que tan solo con obtener una correlación aproximadamente equivalente de la curva carga-deflexión, los resultados de carga última, flexión de los pasadores de corte, y demás factores a validar por consecuencia serían consistentes con el estudio numérico (Prakash et al., 2011).

Los resultados si tuvieron algunas diferencias, pero fueron insignificantes tomando en cuenta que no se tenía exactamente las mismas curvas esfuerzo-deformación utilizadas hace nueve años cuando se desarrolló la investigación (Prakash et al., 2011). Por lo tanto, los resultados, especialmente la rigidez en la parte elástica de la curva carga-deflexión, están en el mismo rango de aceptación que los resultados obtenidos en (Prakash et al., 2011) lo cual concluye la validación del modelo de elementos finitos.



Figura 11 Resultado de deflexion a L/2 y pandeo local del patín en este estudio.

4.1. Fluencia y Pandeo Local en la Viga de Acero

La fluencia del patín inferior se examinó para así poder hacer una comparación de la capacidad de carga y la deformación correspondientes de fluencia, basadas en un análisis elástico de la viga contra los resultados experimentales y los resultados del modelo en validación. El pandeo local en el patín superior de la viga de acero se comparó cerca de la carga de falla y demostró tener el mismo mecanismo de deformación en cada localidad.

4.2. Comportamiento de la Curva Carga-Deflexión

Se encontró hasta qué puntos las curvas carga-deflexión tanto de este estudio como las obtenidas en (Prakash et al., 2011) coinciden indicando hasta qué punto la carga inicia el proceso de degradación en la rigidez de la viga. Se comparó la deflexión máxima obtenida numéricamente en el tramo medio y los esfuerzos correspondientes que generan la falla por flexión de la viga y se tuvieron valores casi exactos.

Se examinó el comportamiento descendente posterior al pico ya que este podría variar debido al modelo bilineal utilizado para el acero y al modelo de daño empleado para el concreto los cuales son carentes de parámetros experimentales. La opción de restricción tipo unión se usó para simplificar la carga analítica del modelo de análisis, sin embargo, esta no tiene en cuenta la contribución del collar de soldadura en la parte inferior de los pernos en la resistencia de las fuerzas de la interfaz. Esta y los efectos de confinamiento del concreto son posibles razones que habitualmente justifican las diferencias que se tienen en el comportamiento de la curva carga-deflexión de estos sistemas.





4.3. Comportamiento del Deslizamiento de la Interfaz

El deslizamiento de la interfaz se calcula como la diferencia en el desplazamiento horizontal en dirección longitudinal entre los nodos de elementos finitos adyacentes en la losa de concreto y el patín superior de la viga de acero. En cuanto a los deslizamientos de la interfaz, estos se compararon en base a tres deflexiones distintas cerca de la carga de fluencia y la carga máxima de la viga, las cuales coincidieron de manera aceptable. Es normal que el deslizamiento de la interfaz aumente monotónicamente conforme se acerca al soporte para los resultados del modelo, mientras que los valores experimentales usualmente muestran una ligera disminución cerca del soporte.



Figura 13 Componentes logarítmicos de deformación unitaria LE33 de este estudio.

4.4. Agrietamiento y Aplastamiento en el Concreto

Se determinó la correlación existente entre el modelo y el estudio (Prakash et al., 2011) en cuanto al momento en que comenzaron a aparecer grietas de flexión en la cara inferior de la losa de concreto. Estas grietas crecieron aún más cuando se aumentó la carga hasta que se produjo el aplastamiento en la parte superior de la losa de concreto cerca del punto medio de la viga. Contornos de esfuerzos ayudaron a identificar el daño debido a la compresión cerca de la carga de fluencia en la parte inferior del pasador. Una verificación sustancial fue comparar el aplastamiento cerca del tramo medio y los respectivos valores de esfuerzo y deformación de compresión en el concreto que exhibió la cara superior de la losa, ya que esto validó el modelo constitutivo del material.

4.5. Respuesta de Los Pasadores de Corte

Se analizaron contornos de deformación real, para comparar el patrón en la deformación (o esfuerzo) dentro de la altura del pasador. Los contornos indicaron la inflexión entre las deformaciones de compresión y tracción, que afirman que el perno tiende a deformarse en doble curvatura. Esta observación es importante para comprender la zona de daño en la vecindad de los pasadores. Según el Dr. Prakash y sus colegas se puede inferir con estas observaciones que el perno causa daños debido a las fuerzas de compresión en caras diagonalmente opuestas. Ahora bien, cuando se utiliza la formulación de restricción mecánica de contacto por penalización, los pasadores experimentan esfuerzos opuestos, lo cual significa que ya no se deforman por fluencia debida a esfuerzos cortantes y de tracción en la parte inferior del perno sino por flexión longitudinal. En otras palabras este contacto garantiza que el perno no cederá en su conexión con la viga causando una unión casi rígida así generándose entonces un comportamiento del sistema más rígido y apegado a la realidad como se pudo ver en las curvas carga deflexión con contacto por penalización.



Figura 14 Resultados de flexión en los pernos en este estudio.

5. ESTUDIO PARAMÉTRICO

5.1. Variables del Estudio Paramétrico

Tabla 1 Viga principal y variables					
	Viga Principal	Estudio Paramétrico (20 Vigas)			
Parámetros	Valores	Variables a Examinar de Cada			
	Constantes	Parámetro			
f´c (kg/cm²)	211	281	352	422	493
fy (kg/cm ²)	2539	3029	3518	3875	4222
(t/b _{ef})	0.044	0.064	0.100	0.178	0.225
α (kg)	10841	14794	20781	30227	35459
# de Pasadores	36	48	60	72	84

La viga con los valores de la columna dos fue llamada "viga principal" ya que, para cada parámetro evaluado, cuatro de estos valores (los ajenos al parámetro en estudio) permanecen constantes y son referentes en la variación. De esta manera se puede examinar la variación de los resultados en base al cambio de una sola variable lo cual permitió definir curvas carga-deflexión que describen el cambio del comportamiento de la rigidez a flexión de una viga compuesta respecto a un solo parámetro. El ancho efectivo de la losa de concreto de la viga principal es de 228.6cm y su peralte es de 10.16cm. Los patines de la viga de acero tienen un espesor de 1.7272cm y un ancho de 22.86cm. El espesor del alma de la viga es de 1.1176cm y su peralte es de 60.706cm.

5.2. Resultados del Estudio: Curvas Carga-Deflexión

Las cargas ilustradas a continuación son equivalentes a ¼ de la carga total debido a que se utilizaron dos espejos o ejes de simetría para crear y analizar el modelo de manera más eficiente.



Figura 15 Estudio paramétrico del fy de la viga (N vs. mm)



Figura 16 Comparación de ambas formulaciones de restricción mecánica en el estudio de f´c. (N vs. mm)



Figura 17 Estudio paramétrico de f[´]c. Formulación de restricción mecánica de contacto cinemático (N vs. mm)



Figura 18 Estudio paramétrico de f^rc. Formulación de restricción mecánica de contacto por penalización (N vs. mm)



Figura 19 Estudio paramétrico del fy de los pernos (N vs. mm)



Figura 20 Estudio paramétrico de razón peralte/ancho efectivo de losa (N vs. mm)



Figura 21 Estudio paramétrico de la cantidad de pernos (N vs. mm)



Figura 22 Comparación de deflexiones entre carga 0.5M_P y 0.66M_Y (límite inferior) empleando línea de tendencia.



Figura 23 Deflexiones bajo carga de 0.5MP (límite inferior) comparando la aplicación de la línea de tendencia contra el cálculo de ILB teórico.

5.3. Contribución del fy de la Viga

Se conoce que el aumento de fy de los materiales de acero siempre es favorable para la capacidad del sistema pero también afecta la ductilidad del mismo. Este comportamiento fue corroborado en las curvas carga-deflexión del estudio paramétrico de fy, sin embargo, se hace difícil visualizar la falla del sistema en las curvas carga-deflexión por lo que se optó por visualizar la historia en el tiempo del comportamiento de la viga en ABAQUS, el cual permite ver en detalle la deformación del sistema y cada componente en el tiempo. Se pudo notar que la mayoría de vigas, inclusive para los demás parámetros, fallaron entre 77 y 150mm de deflexión, siendo de 113mm la deflexión en el momento de falla para el caso de la viga VP y 77mm para el caso de la viga fy-5 la cual es el límite inferior del estudio paramétrico. Por haber grandes diferencias entre fy y f'c se tiene una rigidez mayor en la viga de acero, por lo tanto, la losa toma entonces mayor fuerza y deformación, debido al aumento de cortante en los pernos transferido por la viga. Esto se pudo notar en la interfaz de los pernos ya que allí se nota como estos fluyen de manera que en la realidad se consideraría como la falla de los mismos y por ende del sistema.

5.4. Contribución del fy de los Pernos

En el caso del incremento de f_u en los pernos se nota poca variación como era de esperarse según lo estipulado por (AISC 360, 2016) el cual limita la capacidad de la fuerza resistente de los pernos a las propiedades de f[']_c y E_c del concreto. La falla de las vigas f_{yp}-3,4 y 5 se dio por el aplastamiento y rotura del concreto a 238mm de deflexión aproximadamente. La falla de la viga f_{yp}-2 se dio por fluencia excesiva de los pernos o falla de los mismos, siendo este a 332mm de deflexión, lo cual se justifica con el hecho de que, a menor rigidez de los pernos, menor es el contraste de rigideces entre los mismos y la losa, permitiendo que la misma sufra menos en la interfaz y por ende no sea el mecanismo de falla.

5.5. Contribución de la Relación Peralte / Ancho Efectivo de Losa

El aumento de peralte en una losa como se sabe tiene un efecto en el comportamiento del sistema lo cual permite alcanzar capacidades más altas. Se pudo notar que es necesario utilizar contacto por penalización en el estudio de este parámetro ya que utilizando un contacto cinemático como en el caso del modelo en (Prakash et al., 2011) no se obtuvo el aumento de rigidez esperado y el aumento de capacidad no es lo suficiente visible o incluso en algunas curvas es inconsistente, especialmente en la parte no lineal. La alta deformación de los pernos no es consistente con el comportamiento esperado ya que los pernos deberían deformarse muy poco por la cantidad de volumen de concreto circundante que va incrementándose. Un modelo de contacto por penalización permitiría menos deformación de los pernos y por ende generaría un comportamiento más real del sistema rigidizándolo y haciendo que falle por fluencia de la viga. Esto se corroboró cambiando algunos de los modelos al final de esta investigación a contacto por penalización como en el caso del estudio de f'c y el número de pernos. Debido a que examinar otro tipo de modelación diferente a la abordada en (Prakash et al., 2011) está fuera del alcance de esta investigación por cuestiones de validación experimental, no se hizo este cambio para este parámetro.

5.6. Contribución del Numero de Pernos

En este estudio se optó por utilizar contacto por penalización en los últimos modelos al finalizar la investigación ya que el contacto cinemático no propicia un buen comportamiento y convergencia a partir de la viga #P-3. Se observó una gran diferencia en el comportamiento de estas vigas ya que todas adoptaron mayor rigidez y capacidad, algo que es bastante congruente con la realidad. El modo de falla tubo una mejor consistencia con lo esperado generándose entonces una falla por fluencia de la viga a cambio de seguir teniendo falla en los pernos como en las vigas inferiores a #P-3. El concreto nunca falló ya que al tener una cantidad de pernos más alta se produce una homogeneidad más uniforme en los esfuerzos de transferencia por lo que el cortante por perno disminuye y por ende las deformaciones y esfuerzos en la losa. La capacidad de #P-4 resultó ser mayor a la de #P-5, sin embargo, esto no es realista y se debe a problemas de convergencia causados por ε_u y el

307

mallado, factores que debieron ser modificados desde el principio y al realizar el aumento de numero de pernos respectivamente, algo que pudo ser ajustado, pero por ser aspectos que están fuera del alcance del estudio, ya no fue realizado.

5.7. Contribución de f´c

Para el caso del incremento de f[']c se obtuvieron casos consistentes con lo esperado y directamente proporcionales con el incremento de capacidad. Sorprendentemente la falla de la mayoría de vigas del sistema se tuvo en este caso por aplastamiento del concreto, esto hasta la viga f'c-4, la cual falló por fluencia de la viga. Lastimosamente el tipo de falla no se puede visualizar en las curvas carga deflexión. Cuando se tienen fíc que permiten a la viga de acero fluir, se obtiene un incremento en MP a diferencia de cuando el concreto es aplastado antes de que un MP y MY mayor sean alcanzados. f'c-2 falló a 272mm de deflexión mientras que f´c-5 falló a 209mm lo cual indica que existe mayor ductilidad cuando se utilizan fíc menores. Las demás vigas fallaron dentro de este intervalo de deflexiones. En este estudio paramétrico también se hizo un cambio en la formulación de la restricción mecánica dejándose de utilizar el método de contacto cinemático y utilizándose el contacto por penalización, ya que como se explicó anteriormente, los pernos obtenían mayor deformación lo cual seguía propiciando la falla en los mismos y no en el concreto o la viga. Lamentablemente por razones de convergencia y sensibilidad en ε_u, en las curvas f´c-3 penalty y f´c-5 penalty no se consiguió el patrón esperado en la parte no lineal, algo que pudo ser alcanzado, pero se prescindió de corregir para ilustrar los problemas que se tienen durante la calibración de ε_u al no ser obtenido de manera exacta en base a ensayos experimentales.

5.8. Comparación de Resultados con ILB

El diferencial de deflexiones entre el ensayo experimental y el modelo analítico obtenidas en el estudio (Prakash et al., 2011) alcanzaron porcentajes hasta de 33% lo cual justifica las diferencias elevadas entre los resultados del modelo numérico (figuras 15-21 sin contar curvas con formulación de restricción mecánica de contacto por penalización) y la ecuación de ILB obtenidas en esta investigación las cuales variaron en promedio aproximadamente un 67%, el doble respecto a los resultados en (Prakash et al., 2011), siendo mayores los porcentajes del estudio de la razón peralte/ancho efectivo. Claro esto utilizando el mismo tipo de modelado que en el estudio (Prakash et al., 2011) y con un mallado bastante parecido pero mayor. Cuando se utiliza la formulación de restricción mecánica de contacto por penalización se recupera aproximadamente hasta en un 99% la rigidez del sistema respecto a la rigidez planteada teóricamente por ILB en la parte inicial de la curva, descendiendo este porcentaje hasta un promedio de 50% aproximadamente a medida que se alcanza MP y obteniéndose deflexiones menores directamente proporcionales a este porcentaje. Sin embargo, las deflexiones siguen siendo exageradamente altas como para poder ser comparadas con la ecuación ILB. Para poder aun brindar utilidad a las curvas, se generó una línea de tendencia que delimita la trayectoria que la pendiente elástica inicial del sistema hubiese seguido si no hubiera problemas

paramétricos y de convergencia como se ha discutido. Obteniendo gráficamente estas deflexiones, se nota que son bastante similares a lo que se esperaba del comportamiento real elástico de las vigas estudiadas.

El Dr. Najm aportó que generalmente el rango de servicio en vigas compuestas se encuentra entre 0.5 y 0.8 de MP y entre 0.66 y 0.9 de MY. Estos rangos fueron utilizados para poder comparar los resultados de la ecuación ILB con los resultados obtenidos de ABAQUS, especialmente con la línea de tendencia descrita anteriormente. Los gráficos 22 y 23. ilustran la comparación de las deflexiones utilizando la línea de tendencia y el cálculo de ILB para el límite inferior del rango de carga de servicio tanto respecto a MP como para MY. Los gráficos ilustran claramente que esta línea de tendencia generada puede ser utilizada en la calibración de la ecuación ILB ya que la misma genera deflexiones menores las cuales podrían ser la deflexión real del sistema. Hay que recordar que la ecuación ILB es conservadora hasta en un 30% lo cual es mayor a los porcentajes obtenidos en los resultados empleando la línea de tendencia, siendo esto un indicador sustancial de la calidad de estos resultados ya que varían desde 1 hasta 18%. Se infiere que los porcentajes pueden llegar hasta un 30% dependiendo las características del sistema, lo cual podría cubrir de manera general la problemática existente en la variación conservadora del porcentaje de rigidez que genera la ecuación ILB. Es decir, esta línea de tendencia podría tomar en cuenta el comportamiento real y el efecto exacto que genera el cambio de distintas variables, algo que no se tiene con la ecuación ILB siendo esta la razón del amplio rango conservador del porcentaje. Estas graficas justifican además el uso de las curvas carga deflexión a pesar de no ser exactas ya que demuestran tener una reacción correcta respecto a los cambios paramétricos hechos en este estudio lo cual es útil para generar tendencias del desempeño del sistema, aunque con un desfase de rigidez. Finalmente, las gráficas expresan mejor las deficiencias de la ecuación ILB y las virtudes de la línea de tendencia, la cual capta mejor los cambios paramétricos de este estudio.

CONCLUSIONES

- Las simulaciones por computadora son herramientas efectivas para estudiar el desempeño y respuesta de los elementos estructurales, especialmente en el rango no lineal. Además, estas simulaciones pueden predecir el comportamiento de la interfaz entre los componentes del sistema, así como las no linealidades geométricas en la respuesta del elemento hasta la falla. Sin embargo, su respuesta no es precisa ni integral con respecto a las características verdaderas de los sistemas debido a problemas de convergencia que siempre se tienen en los modelos.
- 2) Para poder calibrar el modelo analítico de un elemento estructural y que adicionalmente sea una herramienta de análisis confiable, es necesario tener resultados muy precisos que integren la respuesta global del sistema. Esto se logra calibrando el modelo analítico mediante una o más pruebas experimentales en función de los parámetros a analizar.

- 3) A pesar de haber diferencias entre los resultados de este estudio y los resultados analíticos de la fórmula para calcular el límite inferior del momento de inercia ILB, se concluye que sigue siendo una buena estimación, aunque no muy exacta, de la rigidez a flexión de vigas compuestas simplemente apoyadas con acción parcialmente compuesta.
- 4) El aumento de capacidad en una viga compuesta simplemente apoyada debido al aumento del esfuerzo de tensión última en los pernos de anclaje f_u es mínimo (alrededor de 2 kN) lo que justifica los límites de (AISC 360, 2016) para la resistencia de los pernos de anclaje con otra ecuación que depende de E_c y f[']_c.
- 5) Los resultados mostraron que el tamaño de la malla no era un factor crítico en comparación con tener una malla uniforme y consistente en los elementos de la interfaz. El mallado de los elementos y la forma de dividirlos juega un papel fundamental en la convergencia de los resultados. Si no hay un mallado uniforme, los resultados, principalmente en el rango no lineal, se ven muy comprometidos incluso si solo hay un número mínimo de elementos generados que son no conformes o consistentes con el resto.
- 6) En la formulación de la restricción mecánica de los elementos de interacción superficie a superficie, la restricción de contacto por penalización en la interfaz de los elementos resultó ser mejor en la mayoría de los casos de vigas compuestas simplemente apoyadas. La restricción de contacto cinemático, por otro lado, parece ser adecuada solo para casos en los que se anticipa que los pernos de anclaje fallarán ya que permite una mayor deformación de los pernos en comparación con la restricción de contacto por penalización.
- 7) El concreto no falló en el caso de un aumento en el número de pernos de anclaje. Esto puede atribuirse a una transferencia más uniforme de tensiones en la interfaz entre los pernos de anclaje y el concreto. A medida que disminuye el cortante en los pernos individuales, las deformaciones y esfuerzos transferidos al concreto también disminuyen, lo que reduce la probabilidad de que falle.
- 8) Esta investigación expuso la importancia de calibrar la deformación última en el concreto ε_u en base a ensayos experimentales, especialmente ε_{uc} . Esta calibración es necesaria para evitar problemas con la convergencia del modelo, especialmente en la parte no lineal de la respuesta.
- 9) En contraste con la convergencia y capacidad de la respuesta, respecto al tipo de falla que se obtiene, sí existen grandes diferencias cuando se utiliza el concreto como Master respecto al patín y los pernos ya que al volverse la losa el elemento Master, se demora más en fallar debido a que se deforma menos que cuando está definida como slave, transfiriéndose dicha deformación a la viga y los pernos como se esperaría en este tipo de definición.

10) Los resultados numéricos y teóricos resaltaron una divergencia en I_{LB} cuando se aumenta el f_y de la viga de acero, destacando que I_{LB} disminuye pero M_P aumenta como es de esperarse, lo cual demuestra el efecto inconsistente de tener f_y en el denominador en la ecuación I_{LB} y abordar la rigidez del sistema de esta manera.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo del Dr. Husam Najm, Dr. Amar Prakash, M.Sc. Peyman Karampour y M.Sc. Samuel Díaz quienes proporcionaron información valiosa para la elaboración de esta investigación.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

- 1) ABAQUS. (2014). Analysis User's Manual 6.14. DSimulia.ción
- 2) ABAQUS. (2014). Theory Manual Version 6.14. DSimulia.
- 3) AISC 360. (2016). *Specification for Structural Steel Buildings.* Chicago, IL 60601-6219: American Institute of Steel Construction.
- Alfarah, B., López-Almansa, F., & Oller, S. (s.f.). New Methodology For Calculating Damage Variables Evolution In Plastic Damage Model For RC Structures. Barcelona, Spain.
- Alwathaf, A., Thanoon, W., Jaafar, M., & Noorzaei, J. (2012). Mathematical Modelling of Stress-Strain Curves of Masonry Materials. Australian Journal of Structural Engineering, Vol. 13, No. 3.
- Amer, M. I., & Qussay, W. A. (2013). Nonlinear Analysis Of Simply Supported Composite Steel - Concrete Beam. Iraq: Diyala Journal of Engineering Sciences.
- Behnam, H., Kuang, J. S., & Samali, B. (2018). Parametric Finite Element Analysis of RC Wide Beam-Column Connections. Western Sydney University, Sydney, Australia: Computers and Structures -Elsevier.
- Birtel, V., & Mark, P. (2006). Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. Bochum, Germany: 2006 ABAQUS Users' Conference.
- 9) Carreira, D. J., & Chu, K.-H. (1985). *Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression.* ACI Journal.
- EN 1994-1-1 Eurocode 4. (2004). Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. ICS 91.010.30; 91.080.10; 91.080.40.
- EN 1994-2 Eurocode 4. (2005). Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures – Part 2: General Rules and Rules for Bridges. ICS 91.010.30; 91.080.10; 91.080.40; 93.040.

- Hafezolghorani, M., Hejazi, F., Vaghei, R., Jaafar, M. S., & Karimzade, K. (2017). *Simplified Damage Plasticity Model for Concrete*. Selangor, Malaysia: Structural Engineering International.
- Kemp, A., Dekker, N., & Trinchero, P. (1995). Differences in Inelastic Properties of Steel and Composite Beams. Journal of Constructional Steel Research, No. 34, pp. 187-206.
- 14) Kmiecik, P., & Kaminski, M. (2011). Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures With Concrete Strength Degradation Taken Into Consideration. Wrocław, Poland: Archives Of Civil And Mechanical Engineering Vol. XI.
- 15) Lawson, R. M., Aggelopoulos, E., Obiala, R., Hanus, F., Odenbreit, C., Nellinger, S., . . . Sheehan, T. (2017). *Development of Improved Shear Connection Rules in Composite Beams*. Europe: ISBN 978-92-79-65673-6 ISSN 1831-9424 doi:10.2777/923858 KI-NA-28-458-EN-N.
- 16) Leon, R. T. (1990). *Serviceability of Composite Floors.* Illinois: Proceedings of the 1990 National Steel Construction Conference, AISC.
- 17) Leon, R. T., Perea, T., Rassati, G. A., & Lange, J. (2008). Composite Construction in Steel and Concrete VI. Devil's Thumb Ranch, Tabernash, Colorado: The Structural Engineering Institute (SEI) of the American Society of Civil Engineers.
- 18) Leon, R., & Alsamsam, I. (1993). Performance and Serviceability of Composite Floors. Irvine, CA: Structural Engineering in Natural Hazards Mitigation: Proceedings of the ASCE Structures Congress, ASCE, pp. 1,479–1,484.
- 19) López-Almansa, F., Alafarah, B., & Oller, S. (2014). Numerical Simulation Of RC Frame Testing With Damaged Plasticity Model. Comparison With Simplified Models. Istanbul: Second European Conference On Earthquake Engineering And Seismology.
- 20) Mafipour, M. S., Homayoun, F. A., Tatlari, S., & Reza, A. G. (2019). Closed-Form Formulations in Composite Beams Based on Partially-Composite Behavior. 3rd International Confecrence on Applied Researches in Structural Engineering and Construction Management.
- 21) Mark, P., & Bender, M. (2010). Computational Modeling of Failure Mechanisms In Reinforced Concrete Structures. Bochum, Germany: Architecture and Civil Engineering Vol. 8, No 1, pp. 1 - 12.
- 22) Michał, S., & Andrzej, W. (2015). *Calibration of the CDP Model Parameters in Abaqus.* Incheon, Korea: 2015 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics.
- 23) Paik, J. K. (2018). Ultimate Limit State Analysis and Design of Plated Structures. Edition One. January 2003. ISBN: 978-0-471-48632-9.
- 24) Prakash, A., Anandavalli, N., Madheswaran, C. K., Rajasankar, J., & Lakshmanan, N. (2011). Three Dimensional FE Model of Stud Connected Steel-Concrete Composite Girders Subjected to Monotonic

Loading. Taramani, Chennai, 600113, India: International Journal of Mechanics and Applications. CSIR-Structural Engineering Research Centre, CSIR Campus.

- 25) Reinhardt, H. W., & Cornelissen, H. A. (1984). Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. Cement and Concrete Research 14 (2), pp. 263-270.
- 26) Sadowski, A. J., Rotter, J., Stafford, P., Reinke, T., & Ummenhofer, T. (2017). On the Gradient of the Yield Plateau in Structural Carbon Steels. Germany: Journal of Constructional Steel Research 130 120–130.
- 27) Sadowski, A. J., Rotter, M. J., Reinke, T., & Ummenhofer, T. (2014). Statistical Analysis of the Material Properties of Selected Structural Carbon Steels. UK: Structural Safety, 53C, 26-35. DOI: <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.strusafe.2014.12.002</u>.
- 28) Sinha, B. P., Gerstle, K. H., & Tulin, L. (1964). Stress-strain relations for concrete under cyclic loading. Journal of the ACI 61 (2), pp. 195-211.
- 29) Sümer, Y., & Aktaş, M. (2015). Defining Parameters For Concrete Damage Plasticity Model. Department of Civil Engineering, Sakarya University, 54187 Sakarya, Turkey: Challenge Journal of Structural Mechanics.
- Tomasz Jankowiak, T. L. (2005). *Identification of Concrete Parameters*. Poznan University of Technology, Institute of Structural Engineering (ISE): Publishing House of Poznan University of Technology, Poznan.
- 31) Vellasco, P. C., De Lima, L. R., De Andrade, S. A., Vellasco, M. M., & Da Silva, L. A. (2017). *Modelling Steel and Composite Structures*. 50 Hampshire Street, 5th Floor, Cambridge, MA 02139, United States: Copyright © Elsevier Editora Ltda. Published by Elsevier Inc.
- 32) Voyiadjis, G. Z., & Abu-Lebdeh, T. M. (1993). Damage Model for Concrete Using Bounding Surface Concept. Journal of Engineering Mechanics, vol.119, no.9, 1865-1885.
- 33) Wahalathantri, B. L., Thambiratnam, D. P., Chan, T. H., & Fawzia, S. (2011). A Material Model For Flexural Crack Simulation In Reinforced Concrete Elements Using Abaqus. Queensland University of Technology, Brisbane, Australia: eddBE2011 Proceedings.
- 34) Wang, T., & Hsu, T. T. (2001). Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Using New Constitutive Models. Computers and Structures, Vol. 79, Iss. 32, pp. 2781–2791.
- 35) Xiao, Y., Chen, Z., Zhou, J., Leng, Y., & Xia, R. (2017). Concrete Plastic-Damage Factor for Finite Element Analysis: Concept, Simulation, and Experiment. Advances in Mechanical Engineering Vol. 9(9) 1–10.
- 36) Zhao, H., & Leon, R. T. (2013). Elastic Load-Deflection Behavior of Simply-Supported Composite Beams. Virginia Tech, Blacksburg, VA, 95: SEM Report 13/09, Via Department of Civil and Environmental.