

ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF DIFFERENT PARAMETERS ON THE CRACKED AND EFFECTIVE FLEXURAL STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

Eber Alberto Godínez Domínguez ⁽¹⁾, Arturo Tena Colunga ⁽²⁾, Isidro Velázquez Gutiérrez ⁽³⁾, y Román Ernesto Silvestre Pascacio ⁽⁴⁾

⁽¹⁾ Profesor, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, km 1081, S/N, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. eber.godinez@unach.mx

⁽²⁾ Profesor, Universidad Autónoma Metropolitana, Departamento de Materiales, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, 02200 México, D.F.; atc@correo.azc.uam.mx

⁽³⁾ Graduado de la Licenciatura, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, km 1081, S/N, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. isidro_facultad@hotmail.com

⁽⁴⁾ Graduado de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, km 1081, S/N, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. ing.pascacio@hotmail.com

Received: January 2022. Accepted: May 2022. Published: June 2022

ABSTRACT

In this paper, the authors summarize the results of a parametric study devoted to assess the influence of different parameters that may affect the assessment of cracked moments of inertia of reinforced concrete sections subjected to flexure. Among the assessed variables are: the shape of the cross sections (rectangular, inverted L and T), the width (b), the aspect ratio (h/b), the compressive strength (f'_c), the tensile reinforcement ratio (ρ), the relationship between the tensile and compression reinforcement ratio (ρ/ρ'), different section detailing (ductile and non-ductile) and the transverse steel confinement (considered through the specified separation of stirrups, s). Based on the obtained results, it is possible to identify the main variables that influence the definition of the cracked moments of inertia of reinforced concrete beam sections, which could be taken into account during the seismic design process. Also, equations are presented for the assessment of the cracked moments of inertia of reinforced concrete sections. Finally, these equations are used as input information to assess the effective flexural stiffness of beam members.

Keywords: Cracked moment of inertia, effective flexural stiffness, reinforced concrete beams

DETERMINACIÓN DE LA INFLUENCIA DE DIFERENTES VARIABLES EN EL CÁLCULO DE RIGIDECES AGRIETADAS Y EFECTIVAS DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

RESUMEN

Se presentan los resultados de un estudio paramétrico en que se evalúan diferentes variables que pueden influir en la determinación de los momentos de inercia agrietados en secciones de vigas de concreto reforzado. Dentro de las variables evaluadas se encuentran: la forma de las secciones transversales (rectangular, L invertida y T), la dimensión de la base de las secciones (b), la relación de aspecto (h/b), la resistencia a compresión del concreto (f'_c), la cuantía de refuerzo a tensión (ρ), la relación entre las cuantías de tensión y compresión (ρ/ρ'), el detallado de las secciones (dúctil y no dúctil) y, el nivel de confinamiento (considerado en función de la separación especificada del refuerzo transversal, s). Con base en los resultados, es posible identificar las variables con mayor impacto en la determinación de las inercias agrietadas, las cuales podrían considerarse dentro del proceso de diseño sísmico. Además, se presentan ecuaciones para el cálculo de los momentos de inercia agrietados a nivel sección. Finalmente, dichas ecuaciones se emplean como información de entrada para estimar rigideces efectivas a nivel elemento.

Palabras clave: Inercias agrietadas, rigideces efectivas a flexión, vigas de concreto reforzado

1 INTRODUCCIÓN

Los criterios empleados para definir la reducción de la rigidez a flexión debido al agrietamiento de los elementos estructurales (vigas, columnas y muros) que conforman el sistema sismorresistente de los edificios de concreto reforzado representa un aspecto de gran relevancia y controversia tanto en el proceso diseño sísmico mediante métodos elásticos, como en el diseño y/o evaluación de la respuesta sísmica mediante métodos de análisis no lineal. La reducción de la rigidez a flexión de los elementos estructurales tiene impacto directo en el proceso de diseño, pues por ejemplo, conforme mayor sea el nivel de agrietamiento considerado en los elementos, la flexibilidad del sistema estructural crece y, por ende, serán mayores los desplazamientos y/o distorsiones de entrepiso calculados (Godínez *et al.* 2017). En estructuras esbeltas, puede ocasionar una influencia significativa en los efectos de segundo orden, así como en la distribución de las fuerzas internas entre los elementos sismorresistente. Además, es claro que el realizar una inadecuada estimación de la rigidez a flexión de los componentes estructurales puede conducir a estimaciones inadecuadas de las propiedades dinámicas de la estructura, lo cual a su vez liderará a una inadecuada estimación de las aceleraciones y fuerzas de diseño (Tena 2019, Tena-Colunga 2021), impactando el resultado final del diseño.

Con respecto a los métodos de análisis no lineal, los parámetros de diseño que se obtienen usualmente (capacidades de deformación, ductilidades, sobrerresistencias, distorsiones asociadas a los estados límites de fluencia y distorsiones asociadas a los estados límites de colapso), son directamente dependientes del criterio seleccionado para definir las rigideces efectivas a flexión de los elementos estructurales. En la figura 1 se muestran los resultados de un análisis estático no lineal de un edificio de concreto reforzado de cuatro niveles en que se consideran cuatro criterios para definir las rigideces efectivas de los elementos. Tres de dichos criterios corresponden a lo estipulado en diferentes versiones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF), México. Los criterios son: 1) Criterio de las NTCC-17 (vigas con 50% de su inercia gruesa y columnas con 70% de su inercia gruesa), 2) Criterio de las NTCC-04 (vigas con 50% de su inercia gruesa y columnas con 100% de su inercia gruesa), 3) Criterio de las NTCC-87 (vigas y columnas con 100% de su inercia gruesa) y, 4) Vigas: criterio basado en la rigidez a flexión obtenida con base en las curvas momento-curvatura y columnas con 100% de su inercia gruesa. En este caso, como se observa de la figura 2, los valores de la inercia agrietada (I_{cr}) como función del momento de inercia grueso (I_g), expresados en el eje de las ordenadas mediante el factor $I_{mom-cur}/I_g$, pueden ser considerablemente inferiores al 50% (criterio de las NTCC-17), en especial para valores bajos de la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión ($\rho \leq 1\%$).

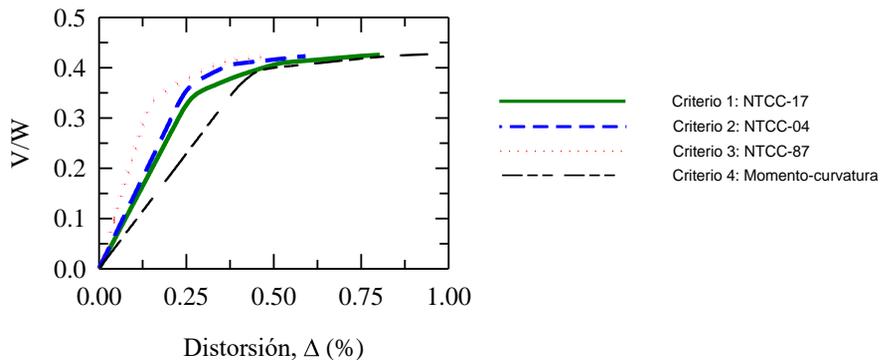


Figura 1 Efecto del criterio empleado para definir la rigidez efectiva a flexión (Ele) en un análisis estático no lineal de un edificio de cuatro niveles

A la fecha, dada la relevancia del tema, se han desarrollado varios estudios analíticos y/o experimentales con la finalidad de proponer criterios y/o expresiones que permitan determinar la rigidez efectiva de elementos de concreto reforzado. El enfoque de los estudios realizados se diferencia claramente, pues en el estudio pionero de Hage y MacGregor (1974), así como en uno recientemente publicado (Tena 2018 y 2019, Tena-Colunga 2021), sí se considera de forma explícita la rigidez efectiva a nivel elemento. Por otro lado, en el resto de los estudios consultados, únicamente se consideran estimaciones de la rigidez efectiva (momento de inercia efectivo) a nivel sección (Duan *et al.* 1989, Al-Zaid *et al.* 1991, Paulay y Priestley 1992, Priestley 2003, Khuntia y Ghosh 2004a y 2004b, Elwood y Eberhard 2007, Godínez *et al.* 2018). Cada propuesta aborda el problema con diferente nivel de detalle y con criterios que

difieren entre sí. Algunos de esos trabajos han servido como base para el planteamiento de las propuestas de los reglamentos de diseño vigentes. Asimismo, desde otra perspectiva, dada la entrada en vigor de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto en 2017 (NTCC-17 2017), se han desarrollado estudios para evaluar el impacto económico derivado de los cambios incluidos en dicho documento referente a los factores mediante los cuales se calculan las rigideces efectivas en columnas (Godínez *et al.* 2020).

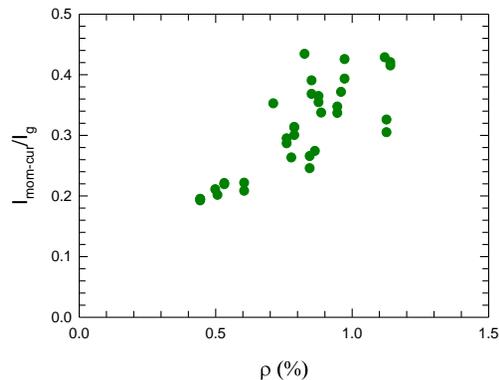


Figura 2 Factores de rigidez obtenidos con base en relaciones momento-curvatura para el cálculo de rigideces efectivas a flexión en vigas

Es importante hacer notar que la estimación adecuada de la rigidez efectiva a flexión de los diferentes elementos estructurales no es tarea simple, pues la degradación de la rigidez no es únicamente dependiente de la condición que induce la carga que actúa en el elemento (axial, flexión, flexocompresión, flexotensión, cortante o torsión), sino también de su ubicación en planta y elevación. Respecto a esto, existen estudios que muestran, por ejemplo, que las vigas y/o entrepisos ubicados en la parte intermedia de edificios regulares de mediana y gran altura sufren mayores niveles de degradación que las vigas y/o entrepisos ubicados en la parte superior, observando en muchos casos comportamiento elástico en los entrepisos superiores (Tena *et al.* 1996, Luna y Tena 1999 y 2000, Tena y Correa 2008, Tena-Colunga *et al.* 2008, Godínez y Tena 2011, Tena *et al.* 2012, Godínez *et al.* 2012, Tena y Nangullasmú 2013, Tena y Cortés 2014, Godínez y López 2014, Nangullasmú y Tena 2016, Camacho 2021), lo cual se observa aún en estructuras con base en marcos de concreto reforzado con fuertes irregularidades estructurales en elevación (Tena 2001, Tena-Colunga 2010).

Además, es importante hacer notar que, en general, los autores de referencia no muestran el nivel de daño asociado a las rigideces efectivas que se proponen, salvo excepciones (Tena 2018 y 2019). En realidad, la rigidez de un elemento de concreto se degrada importantemente sólo en zonas específicas (previamente consideradas para estar sometidas a grandes demandas de deformación, con fines prácticos, la longitud de articulación plástica), permaneciendo el resto del elemento con un nivel de daño menor, e incluso en algunos casos elástico. Lo anterior podría indicar que las actuales reglas aplicadas para la obtención de rigideces efectivas podrían modificarse, de tal

manera que los factores empleados para considerar el agrietamiento en los elementos varíe también en función de la ubicación de los elementos estructurales en planta y/o elevación (Tena-Colunga *et al.* 2008), brindando estimaciones más realistas de la respuesta estructural (amplificación de momentos en análisis elásticos de segundo orden, así como de los desplazamientos y/o distorsiones al realizar análisis de primer orden).

En la versión vigente de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto de 2017 (NTCC-17 2017), se mantiene el formato de la versión anterior, donde, al igual que en muchos otros reglamentos de diseño del mundo (ACI 318-19 2019, NZS-06 2006), se recurre a expresiones simplificadas donde la rigidez efectiva a flexión (EI_e) de los elementos estructurales se calcula con base en el momento de inercia agrietado. Dicho momento de inercia agrietado se calcula como una fracción del momento de inercia grueso de la sección (I_g). Lo anterior representa, en teoría, una simplificación de las expresiones obtenidas con base analítica/experimental en diferentes estudios, como los mencionados previamente. Evidentemente, al realizar este proceso, se dejan de lado, al menos para considerarse de forma clara, todas las variables que pueden influir de forma directa en la estimación de EI_e .

Por lo anterior, el objetivo de este estudio radica en evaluar e ilustrar, mediante un extenso estudio paramétrico, la influencia de diferentes variables en la inercia agrietada a flexión, I_{cr} , de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión. Dentro de las variables evaluadas se encuentran: la forma de las secciones transversales (rectangular, L invertida y T), la dimensión de la base de las secciones (b), la relación de aspecto (h/b), la resistencia a compresión del concreto (f'_c), la cuantía de refuerzo a tensión (ρ), la relación entre las cuantías de tensión y compresión (ρ/ρ'), el detallado de las secciones (dúctil y no dúctil) y, el nivel de confinamiento (considerado en función de la separación especificada del refuerzo transversal, s). Asimismo, con base en los resultados del estudio paramétrico, proponer ecuaciones para el cálculo de los momentos de inercia agrietados a nivel sección, y emplear dichos valores como información de entrada para estimar rigideces efectivas a nivel elemento.

2 CONSIDERACIÓN EN LOS REGLAMENTOS DE DISEÑO

Como lo comentan Paulay y Priestley (1992), el objetivo de cualquier proceso de diseño adoptado debe ser asegurar que la falta de precisión en el cálculo de las fuerzas de los miembros no afecte la seguridad de la estructura cuando ésta se somete a fuerzas sísmicas. Desde un punto de vista de diseño, puede resultar impráctico evaluar las propiedades de varias secciones transversales en cada elemento estructural de un marco de varios niveles, por lo que con la finalidad de hacer más práctica la consideración del criterio de agrietamiento en elementos de concreto reforzado en el diseño sísmico, usualmente se plantean intervalos de valores y valores promedio para cada elemento estructural aplicable a toda su longitud. Varios de los Reglamentos con reconocido prestigio internacional, como el del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-19 2019), el de Nueva Zelanda (NZS-06 2006), el Eurocódigo (EC-8 2010), las NTCC (NTCC-17 2017), así como documentos de referencia como el

de la Agencia Federal para el Manejo de Emergencias de los Estados Unidos de América (FEMA-356 2000), incluyen propuestas para la determinación de las rigideces efectivas (EI_e) en diferentes elementos estructurales basados en dicho criterio. Algunos reglamentos, como el ACI-318-19 (ACI-318-19 2019) permiten el empleo de ecuaciones para el cálculo de los momentos de inercia efectivos. En este caso, dichas ecuaciones corresponden a las propuestas por Khuntia y Ghosh (2004a y 2004b), modificadas a través de un factor reductor igual a 0.875, quienes básicamente calcularon inercias efectivas a flexión de una sección infinitesimal de interés cuando se considera que el acero longitudinal fluye.

En general, el proceso planteado en los diferentes reglamentos de diseño para el cálculo de EI_e consiste en fijar el valor de E (usualmente se considera el módulo de elasticidad del concreto) y obtener el momento de inercia agrietado (I_{cr}), reduciendo el momento de inercia de la sección gruesa (I_g) mediante el empleo de factores, con los cuales, en teoría, se trata de representar la rigidez promedio del elemento ($EI_e = kEI_g$; $k \leq 1$) considerando que fluye el refuerzo longitudinal a flexión en toda su longitud, lo que constituye una aproximación irreal, pues no todo el elemento experimenta fluencias, aún ante demandas de deformación cercanas a su estado de prevención de colapso.

De hecho, en un elemento y sistema estructural cualquiera, y bajo la premisa de que el elemento experimenta fluencia en sus zonas críticas antes de la acción extrema (debatible, Tena 2019), la rigidez elástica es variable, pues conforme se incrementa la demanda de deformación, y por ende de carga, el agrietamiento se distribuye en más secciones y elementos, reduciendo la rigidez elástica efectiva. Para ello, antes de un sismo, el diseño de las vigas a flexión ante la acción exclusiva de cargas gravitacionales debe ser muy justo (cercano a su capacidad resistente última), pues de otra manera, resulta muy difícil que las vigas reduzcan su rigidez efectiva de la sección gruesa (Hage y MacGregor 1974, Tena 2018 y 2019, Tena-Colunga 2021).

En la tabla 1 se presenta un resumen con diferentes propuestas para la determinación de EI_e en vigas y columnas. Como se comentó previamente, en las NTCC-17 (al igual que en el Eurocódigo y el FEMA 356) se considera que para el caso de vigas, las rigideces efectivas se calculen empleando un factor de 0.5; es decir, $EI_e = 0.5EI_g$. Esta disposición normativa es demasiado general, pues no toma en cuenta variables que pueden afectar la inercia efectiva de los elementos, y además no reconoce que la disipación de energía en un sistema estructural no es completamente uniforme en elevación y/o planta (Godínez *et al.* 2021, Camacho 2021). Además, en las NTCC-17 tampoco se diferencia entre vigas de diferente forma, como sí se hace en el Reglamento de Nueva Zelanda, donde se sugieren valores inferiores para el caso de vigas de sección T y L ($EI_e = 0.35EI_g$) respecto al caso de vigas de sección rectangular ($EI_e = 0.40EI_g$). Para columnas, el factor de reducción empleado en las NTCC-17 no es función de los niveles de carga axial a los que está sujeto el elemento estructural en cuestión ($EI_e = 0.70EI_g$).

Tabla 1 Resumen/Comparativa de criterios para considerar el agrietamiento en algunos reglamentos de diseño

Reglamento	Vigas	Columnas
NTCC-17	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$
ACI-318-2019	$0.35EI_g$	$0.70EI_g$
NZS-06 (estado límite último)	“Rectangulares” $0.40EI_g$ “T” y “L” $0.35EI_g$	$0.80EI_g$ si $P_u/f'_cA_g > 0.5$ $0.55EI_g$ si $P_u/f'_cA_g = 0.2$ $0.40EI_g$ si $P_u/f'_cA_g = 0.0$
Eurocódigo	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$ (en compresión) $0.50EI_g$ (en tensión)
Código Canadiense	$0.40EI_g$	$a_c EI_g$
Normas Iraníes	$0.35EI_g$	$0.70EI_g$
Código Rumano	$0.60EI_g$	$0.80EI_g$ (en compresión) $0.20EI_g$ (en tensión)
FEMA 356	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$ si $P_u \geq 0.50A_g f'_c$ $0.50EI_g$ si $P_u \leq 0.30A_g f'_c$
ASCE 4-16	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$

3 ESTUDIO PARAMÉTRICO PARA EVALUAR LA RIGIDEZ AGRIETADA DE SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

Debido a que la rigidez efectiva de un elemento estructural se define por la integración del comportamiento de cada una de las secciones que lo componen (Hage y MacGregor 1974, Tena 2018 y 2019, Tena-Colunga 2021), resulta importante conocer la variación de la rigidez agrietada (EI_{cr}) a nivel sección infinitesimal, más propiamente dicho, la inercia agrietada de una sección del elemento cuando se supone que el refuerzo longitudinal fluye, así como el efecto que diferentes variables tienen en dicho valor.

En este estudio se consideran elementos con detallado no dúctil (nomenclatura de las NTCC-04 2004) a aquéllos que cumplen con los requisitos para estructuras con baja ductilidad (nomenclatura de las NTCC-17 2017, Q=2). Asimismo, los elementos con detallado dúctil (nomenclatura de las NTCC-04 2004) son aquéllos que cumplen con los requisitos para estructuras con alta ductilidad (nomenclatura de las NTCC-17 2017, Q=4).

La rigidez agrietada a flexión de una rebanada infinitesimal del elemento, EI_{cr} , se obtuvo con base en los diagramas momento-curvatura ($EI_e=M/\phi$). Para lo anterior, se realiza una idealización bilineal de la curva $M-\phi$. En este caso, se emplea la recomendación de Paulay y Priestley (1992), quienes indican que un ajuste bilineal adecuado para la determinación de la rigidez a flexión de la sección transversal infinitesimal es aquél que iguala el área bajo de la curva del diagrama momento-curvatura ($M-\phi$) y cumple además con la condición de que la curva idealizada y la curva $M-\phi$ calculada se intercepten en el 75% del momento de fluencia, como se indica en la figura 3.

Para la obtención de los diagramas momento-curvatura, se empleó el programa BIAx, el cual fue originalmente desarrollado por Wallace y Moehle

(1989) y modificado por Wallace e Ibrahim (1996). Este software se basa en un modelo de fibras y permite al usuario discretizar la sección estudiada a conveniencia. Asimismo, cuenta con modelos constitutivos que definen de forma adecuada el comportamiento de los materiales que componen la sección y es flexible para poder introducir información para la definición de los modelos de comportamiento. A cada fibra se le asocia una relación esfuerzo-deformación con base en el material al que pertenezca (concreto no confinado, concreto confinado, acero de refuerzo), por lo que es muy importante realizar una discretización adecuada de la sección transversal. Los diagramas momento-curvatura se obtienen por equilibrio de fuerzas, considerando el área y la posición de cada fibra para el cálculo de su contribución a la fuerza axial y momento flexionante. Las hipótesis y el procedimiento interno en que se basa el programa Biax son las usualmente empleadas para la obtención de relaciones momento curvatura, y pueden consultarse en los textos especializados (por ejemplo: Park y Paulay 1982). Para la obtención de los resultados el software utiliza un algoritmo iterativo que converge mediante un método de bisección simple.

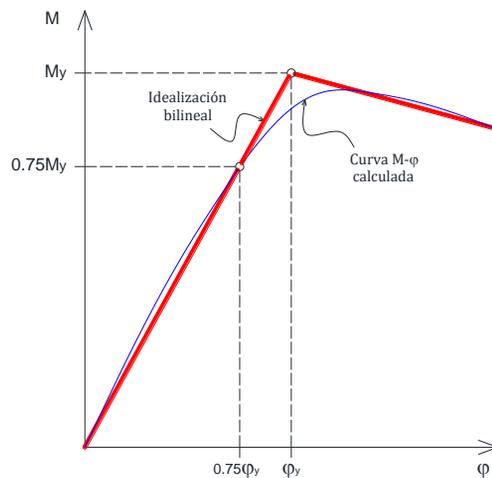


Figura 3 Idealización bilineal considerada para el cálculo de la rigidez agrietada a flexión (EI_{cr}) de una sección transversal (infinitesimal) cualquiera

Para el modelado del concreto en compresión, se empleó el modelo modificado de Kent y Park (Park *et al.* 1982, Scott *et al.* 1982), en el cual tanto las deformaciones como los esfuerzos se incrementan en la curva esfuerzo-deformación por efecto del confinamiento (mediante el uso de un factor identificado con la letra "k"). En la figura 4 se ilustra el efecto de la variable k en la curva esfuerzo-deformación de un concreto confinado, y se compara respecto al modelo de un concreto no confinado.

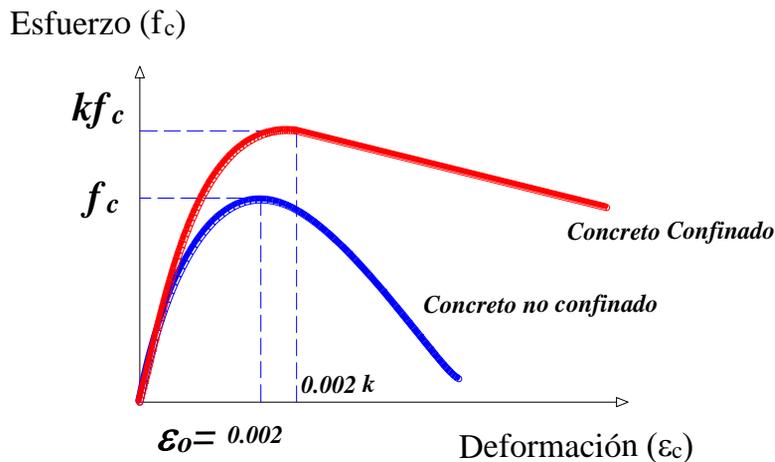


Figura 4 Comportamiento esfuerzo-deformación de concreto en compresión confinado con estribos rectangulares- Modelo modificado de Kent y Park (adaptada de Murugesan 2009)

Para modelar el concreto en tensión se emplea la relación esfuerzo-deformación sugerida por Vecchio y Collins (1986). Además, para tener una aproximación más realista del esfuerzo de fluencia y la capacidad de deformación del acero de refuerzo considerado, el modelo esfuerzo-deformación empleado toma en cuenta las características de aceros de refuerzo producidos en México y se basa en el modelo originalmente propuesto por Mander (Andriono y Park 1986).

El estudio paramétrico, que contempla secciones de concreto reforzado sujetas a flexión, se desarrolla con el objetivo de evaluar la influencia de diferentes variables en la rigidez agrietada a flexión EI_{cr} , esencialmente en la inercia agrietada I_{cr} , dentro de las que se encuentran: la forma de la sección transversal (rectangular, "T" y "L"), la base de las secciones (b), la relación de aspecto (h/b), la resistencia a compresión del concreto (f'_c), la cuantía de refuerzo a tensión (ρ), la relación entre las cuantías de tensión y compresión (ρ/ρ'), el detallado de las secciones (dúctil y no dúctil), y el confinamiento (considerado en función de la separación especificada del refuerzo transversal, s). En la figura 5 se presenta un esquema que sintetiza las variables consideradas en el estudio, e indica los intervalos de valores empleados en las mismas. Dichos intervalos se basan en los límites especificados en las anteriores Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-04 2004) del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF-04 2004), los cuales son consistentes con la versión vigente de las normas (NTCC-17 2017) del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF-17 2017).

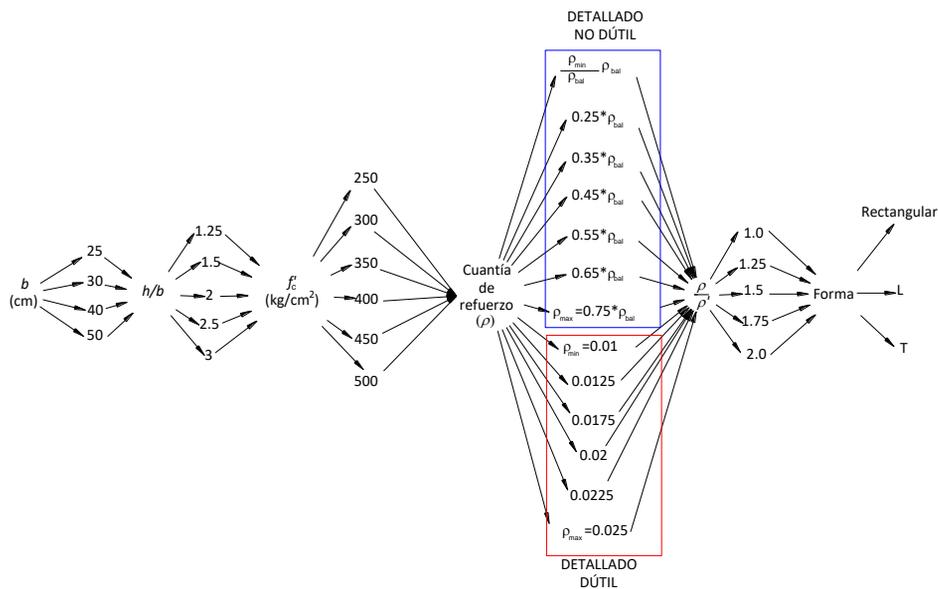


Figura 5 Esquema descriptivo del estudio paramétrico

Como se observa de la figura 5, con la finalidad de evaluar el efecto de la losa, se consideraron vigas de sección rectangular (R), te (T) y L invertida (L). Para cada forma se consideraron cuatro dimensiones de bases para las secciones transversales ($b=25, 30, 40$ y 50 cm). Para cada base se evaluaron cinco relaciones de aspecto ($h/b=1.25, 1.5, 2.0, 2.5$ y 3.0). Asimismo, para cada base y relación de aspecto, se consideraron seis diferentes resistencias a compresión del concreto ($f'_c=250, 300, 350, 400, 450$ y 500 , en kg/cm^2). Para cada resistencia a compresión, se consideraron varias cuantías de refuerzo a tensión, diferenciando entre los requisitos para vigas no dúctiles y dúctiles. En secciones de vigas no dúctiles, se consideraron siete cuantías de refuerzo longitudinal a tensión en función de la cuantía de refuerzo balanceada ($\rho_{\min}=0.7\sqrt{f'_c}/f_y$, $0.25\rho_{bal}$, $0.35\rho_{bal}$, $0.45\rho_{bal}$, $0.55\rho_{bal}$, $0.65\rho_{bal}$, $0.75\rho_{bal}$). Para las secciones de vigas dúctiles se consideraron seis cuantías ($\rho=0.010, 0.0125, 0.0175, 0.020, 0.0225$ y 0.025), siendo los límites inferior y superior los correspondientes a las cuantías mínimas y máximas. También, para cada una de estas cuantías se evaluaron cinco relaciones entre cuantías de refuerzo por tensión y compresión ($\rho/\rho'=1.0, 1.25, 1.5, 1.75$ y 2.0). Finalmente, por cada relación ρ/ρ' se evaluó el efecto del confinamiento, considerando tres diferentes separaciones del refuerzo transversal. En este caso, se emplearon las recomendaciones de las NTCC-04 referentes a los requisitos mínimos de confinamiento. En resumen, el número de secciones transversales estudiadas para cada forma, separación de estribos y base fue de 1,950. Por lo tanto, para las cuatro bases consideradas se obtuvo un total de 7,800 secciones a estudiar. Al considerar las tres formas (R, L y T), el total de secciones estudiadas para cada separación de estribos es de 23,400. En las figuras 6 y 7 se muestra de forma esquemática, tanto para detallado no dúctil como dúctil, la variación de la disposición del acero de refuerzo en vigas de sección transversal de $40\text{ cm} \times 100\text{ cm}$ de acuerdo con las diferentes cuantías de refuerzo longitudinal considerado, un valor fijo de la resistencia a compresión ($f'_c=350\text{kg}/\text{cm}^2$) y una relación fija de cuantías de refuerzo en tensión y

compresión ($\rho/\rho'=2$). En todos los casos en que por requerimientos normativos debe suministrarse acero por temperatura (cuando el peralte de la sección es mayor que 70 cm), se consideró el aporte de éste en los cálculos.

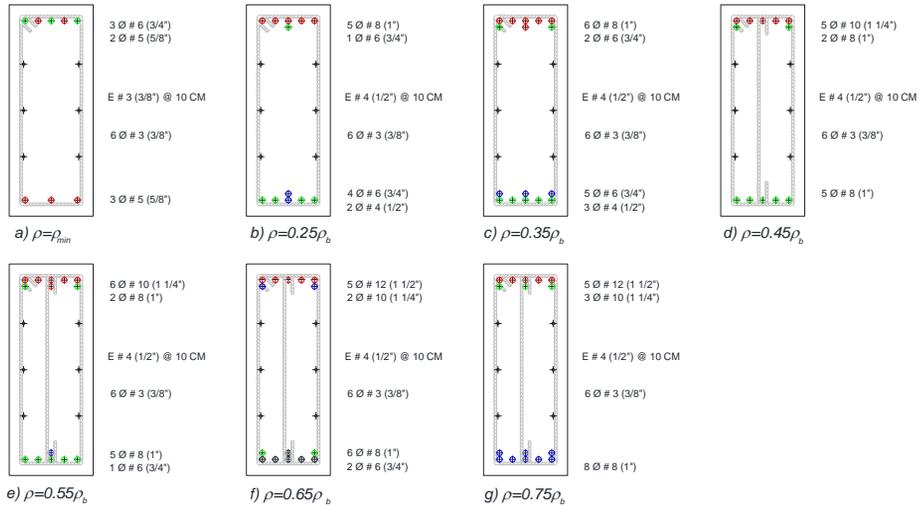


Figura 6 Detalle de algunas secciones transversales estudiadas con detallado no dúctil ($Q=2$)

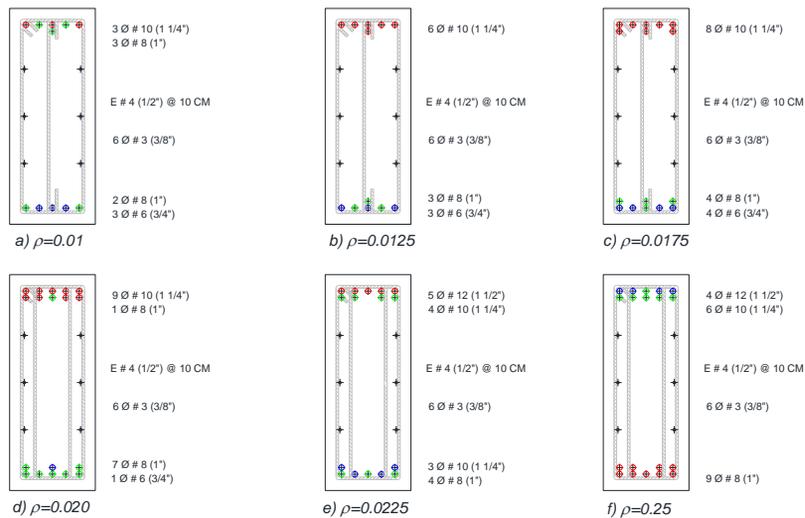


Figura 7 Detalle de algunas secciones transversales estudiadas con detallado dúctil ($Q=4$)

4 RESULTADOS DEL ESTUDIO PARAMÉTRICO

En esta sección se presentan los resultados de la evaluación del efecto de las diferentes variables en las rigidez agrietada a flexión (EI_{cr}), más propiamente dicho, en los momentos de inercia agrietados (I_{cr}) de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión, es decir, la inercia asociada a un segmento infinitesimal (o rebanada) de toda la viga.

Es importante hacer notar que en todos los casos, la cuantía de refuerzo en tensión (ρ) se consideró ubicada en el lecho superior de la sección, en tanto que la cuantía de refuerzo en compresión (ρ') se consideró alojada en el lecho inferior (figs. 6 y 7). Lo anterior corresponde a un armado típico de las zonas extremas de una viga que forma parte de un sistema estructural sujeto a acciones sísmicas de consideración.

Para facilitar la interpretación de los resultados, los valores de la rigideces agrietadas (EI_{cr}) de este segmento infinitesimal se normalizaron con respecto a las rigideces no agrietadas (EI_g), calculadas con base en las propiedades gruesas de la sección correspondiente (rectangulares, L y T). Por lo tanto, las ordenadas de todas las gráficas expuestas en esta sección representan el factor de inercia, k , definido conforme a la ecuación 1.

$$k = EI_{cr}/EI_g = I_{cr}/I_g \quad (1)$$

donde:

k = Factor de inercia adimensional (relación de inercias).

E = Módulo de elasticidad del concreto

I_{cr} = Momento de inercia agrietado del segmento infinitesimal considerado

I_g = Momento de inercia de la sección gruesa (rectangular, L o T)

Para fines prácticos y de interpretación, se presentan, de forma ilustrativa, diferentes resultados de dos vigas con base igual a 40 cm y peralte de 60 y 100 cm, así como dos vigas con base igual a 30 cm y peralte de 60 y 90 cm. Los resultados del estudio se presentan con detalle en Velázquez (2018) y Silvestre (2018).

Es importante hacer notar que debido a que se consideran varias relaciones entre las cuantías de tensión y compresión (ρ/ρ'), en este estudio se calcularon las inercias agrietadas a flexión y, por lo tanto, los valores del factor de inercia adimensional (k), asociadas a las partes positivas y negativas de las curvas momento-curvatura (figura 8), a partir de las cuales se obtuvieron valores promedio. Esto se realizó, ya que en muchos de los proyectos de investigación enfocados en la evaluación del desempeño sísmico de sistemas estructurales de concreto reforzado (o duales), es práctica usual el empleo de momentos de inercia agrietados promedio que corresponden a las secciones extremas (donde se considera se concentrarán las rotaciones plásticas al considerar modelos de plasticidad concentrada) de los elementos estructurales. En el ACI 318-19 también se indica que para miembros en flexión continuos, para análisis elásticos, es posible emplear momentos de inercia promedio con base en las secciones críticas a momento positivo y negativo.

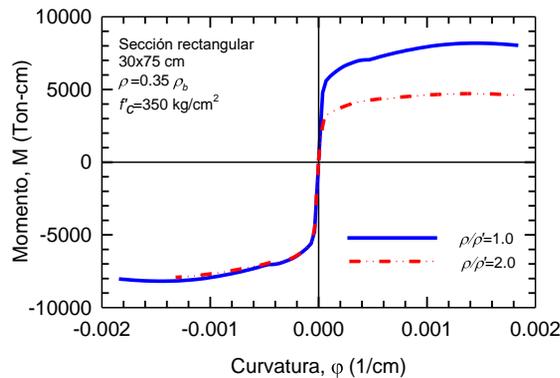


Figura 8 Parte positiva y negativa de las curvas momento-curvatura consideradas para el cálculo de rigideces agrietadas promedio y factores de rigidez promedio

Como se observa de la figura 8, las curvaturas y momentos de fluencia pueden diferir en la parte positiva y negativa en función de la relación entre la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión y compresión (ρ/ρ'), por lo que es necesario considerar valores promedio que tomen en cuenta tanto flexión positiva como negativa en cada sección estudiada. Además, debe tenerse en cuenta que en varios programas disponibles para análisis lineal y no lineal de estructuras, únicamente se cuenta con la posibilidad de asignar un momento de inercia (mediante el que se define la rigidez efectiva) por cada elemento, por lo que es práctica usual considerar precisamente los valores promedio obtenidos de las relaciones momento-curvatura (cuando se recurre a dicho criterio), razón por la que se consideran de utilidad los resultados derivados de este estudio. Sin embargo, cabe señalar que para que este procedimiento sea racional, debiera existir certidumbre que, en efecto, la viga experimentará fluencia de su acero longitudinal antes de la acción de la condición de carga extrema de interés de estudio en el análisis no lineal.

4.1. Efecto de la distribución del refuerzo transversal

El detallado de los elementos estructurales ha mostrado ser unos de los aspectos de mayor relevancia durante la respuesta estructural ante sismos intensos. El efecto del confinamiento y detallado (no dúctil y dúctil) se ha estudiado tanto a nivel local como global. Por ejemplo, Nangullasmú y Tena (2016), muestran el efecto benéfico de considerar requisitos mínimos de detallado dúctil en el proceso de diseño, obteniendo mejoras significativas del comportamiento estructural no lineal global y local en marcos de concreto reforzado protegidos con disipadores histeréticos de energía.

Como se comentó, en este estudio se consideraron detallados del acero de refuerzo asociados a elementos que forman parte tanto de estructuras con baja ductilidad ($Q=2$), como de alta ductilidad ($Q=4$). Para cada caso, se consideraron además diferentes separaciones de estribos, las cuales se definieron en función de los requisitos mínimos de confinamiento estipulados en las NTCC-17 (2017) para cada detallado considerado. Adicionalmente, con la

finalidad de contar con una separación uniforme, en todos los casos estudiados se consideró una separación de 10 cm.

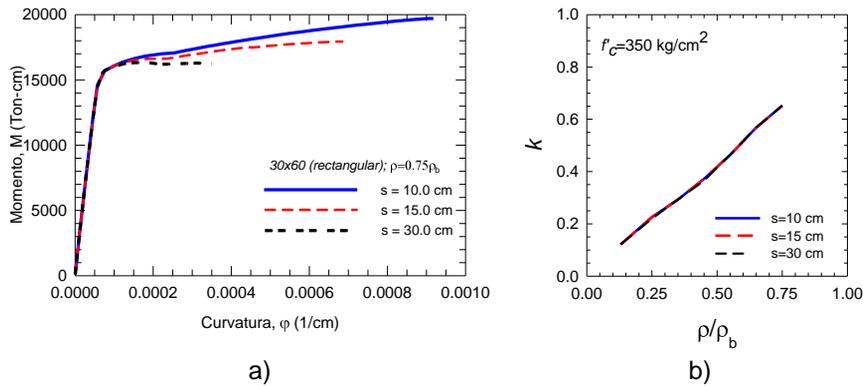


Figura 9 Efecto de la separación de estribos en la inercia agrietada a flexión de secciones de vigas

En la figura 9 se muestra el efecto del confinamiento, específicamente asociado a su efecto en función de la consideración de diferentes separaciones del refuerzo transversal (para un mismo armado y tipo de detallado, $Q=2$). Las curvas mostradas en la figura 9a corresponden a una viga de 30 cm de base por 60 cm de peralte y una cuantía de refuerzo longitudinal de 0.75 de la correspondiente a la falla balanceada. Como es bien sabido (Park y Paulay 1986), el efecto del confinamiento es notorio en la capacidad de deformación última de las secciones transversales (curvatura última, fig. 9a). Sin embargo, su efecto en la inercia agrietada (o en el factor de inercia, k), definido con base en el ajuste bilineal ilustrado en la figura 3, es despreciable, tal y como se ilustra en la figura 9b. Lo anterior se debe a que a niveles bajos del esfuerzo de compresión, el refuerzo transversal apenas está esforzado y el propio refuerzo no afecta el comportamiento del concreto, contrario a lo que ocurre a niveles de deformación elevados, donde el confinamiento que ejerce el acero de refuerzo al concreto mejora considerablemente sus características esfuerzo-deformación. Por esta razón, en las secciones posteriores únicamente se muestran los resultados correspondientes a una separación de estribos uniforme, la correspondiente a $s=10$ cm.

4.2. Efecto de la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión (ρ) y la relación entre cuantías en tensión y compresión (ρ/ρ')

Las cuantías de refuerzo se definieron en función del detallado empleado. Para detallado no dúctil o de baja ductilidad ($Q=2$), se consideraron siete cuantías de refuerzo longitudinal en función de la cuantía balanceada (ρ_{bal}): $\rho_{min}=0.7\sqrt{f'_c}/f_y$, $0.25\rho_{bal}$, $0.35\rho_{bal}$, $0.45\rho_{bal}$, $0.55\rho_{bal}$, $0.65\rho_{bal}$, $0.75\rho_{bal}$. Asimismo, para las vigas con detallado dúctil ($Q=4$), se consideraron seis cuantías: 0.010, 0.0125, 0.0175, 0.020, 0.0225 y 0.025. Los límites inferiores y superiores de cada caso indican los correspondientes a las cuantías mínimas y máximas, respectivamente (de acuerdo con los requisitos de las NTCC-04).

Se consideraron distribuciones de acero de refuerzo realistas, procurando que los arreglos planteados se aproximaran, en la medida de lo posible, a las cuantías de refuerzo teóricas.

En la figura 10, con fines ilustrativos, se muestra la influencia de la cuantía de refuerzo en tensión, ρ , en la rigidez agrietada a flexión, El_{cr} , expresada en términos del parámetro k ($k=I_{cr}/I_g$), es decir, de la proporción de la inercia agrietada, para una viga de 40 x 60 cm, y una resistencia a compresión del concreto de 250 kg/cm². Esto permite comparar, aunque no de forma directa, los factores de inercia, k , con los actualmente propuestos en las NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en vigas con fines de diseño sísmico, donde se considera un factor de 0.5 ($El_e=0.5 El_g$). La comparación se realiza teniendo claramente en cuenta que los resultados expuestos en este apartado corresponden únicamente a las secciones extremas de un elemento estructural, zonas donde se concentrarían las demandas de deformación plástica ante un evento sísmico intenso, y no representan la rigidez efectiva promedio del elemento estructural, como se considera, teóricamente, en las NTCC-17.

Para evaluar simultáneamente el efecto de la relación entre las cuantías de refuerzo por tensión y compresión, en la figura 10 se incluyen, para cada forma considerada, los resultados asociados a las siguientes relaciones ρ/ρ' : 1.00, 1.25, 1.50, 1.75 y 2.0. Los resultados completos del estudio paramétrico se reportan con detalle en Velázquez (2018) y Silvestre (2018).

En todos los casos se muestran los valores del factor k ($k=I_{cr}/I_g$) obtenidos a partir de las partes positivas y negativas de los diagramas momento-curvatura, así como los valores promedio.

Del conjunto de resultados, se observó que un incremento de la cuantía de refuerzo en tensión, ρ (*incremento de ρ/ρ_b*), representa un incremento significativo en la relación de inercias ($k=I_{cr}/I_g$), lo cual es congruente para las tres diferentes formas de secciones transversales consideradas (rectangular, L y T). Lo anterior coincide con lo observado por Khuntia y Ghosh (2004a), quienes estudiaron analítica y experimentalmente elementos de concreto reforzado, y se debe a que cuando la cuantía de refuerzo se incrementa, la profundidad de las grietas de flexión decrece, pues se requiere una mayor cantidad de concreto para conservar el equilibrio de fuerzas.

Se aprecia, además, que la mayoría de las curvas presentan una variación casi lineal, y que para una cuantía fija, el factor de inercia k crece conforme se incrementa el valor de la resistencia a compresión del concreto, f'_c , efecto que se presenta y discute con mayor claridad en secciones posteriores.

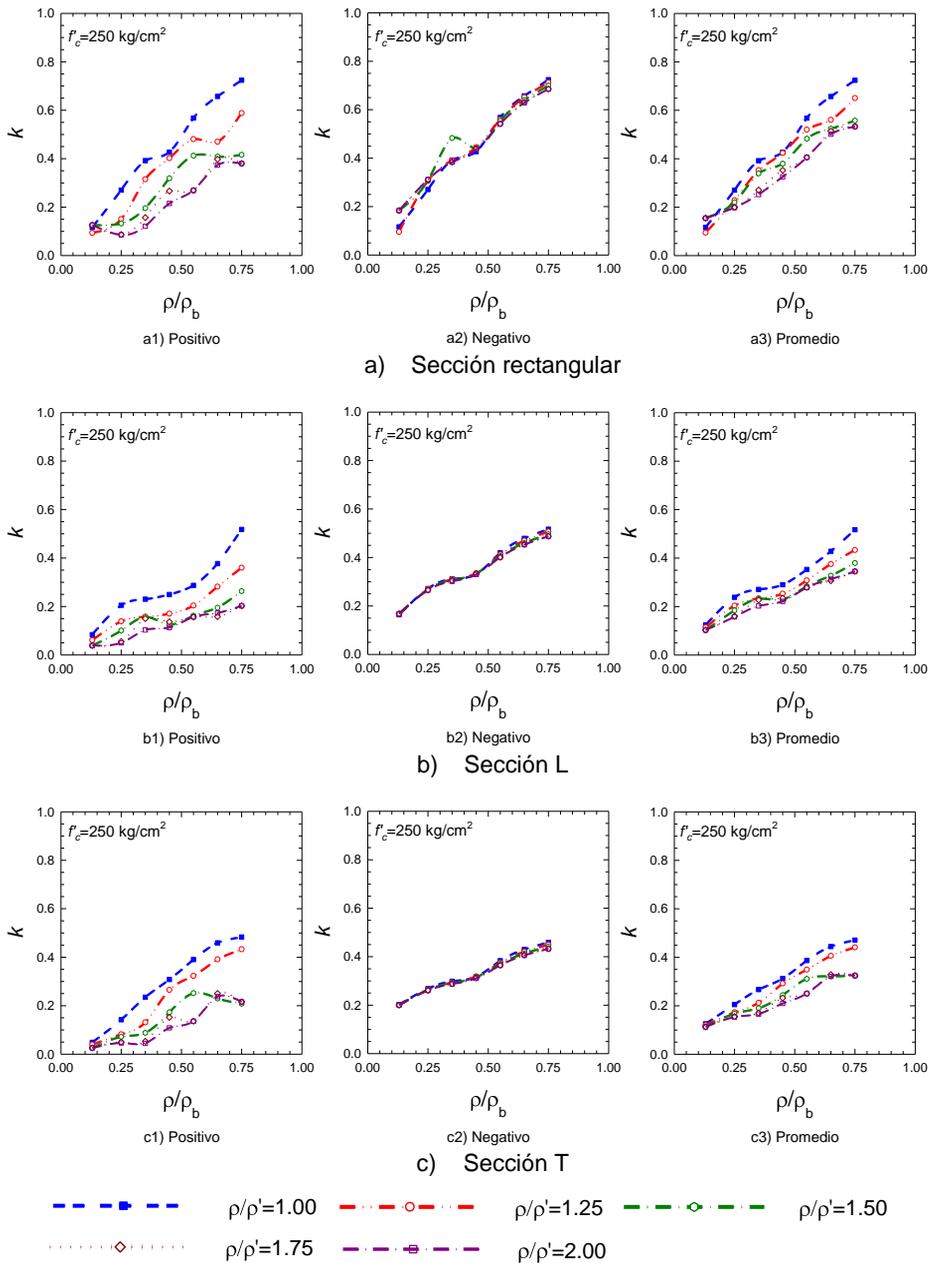


Figura 10 Influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en la inercia agrietada para diferentes relaciones ρ/ρ' , $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$, detallado no dúctil, para una viga de sección 40 x 60 cm

Se observa además que los factores de inercia k obtenidos con base en la parte positiva de las curvas momento-curvatura, presentan siempre una mayor dispersión en los resultados respecto a los obtenidos con base en la parte negativa, de dónde se observa que el efecto de la relación ρ/ρ' es prácticamente

despreciable. Sin embargo, dada la dispersión obtenida en la parte positiva, de las curvas asociadas a los valores promedio, se observa que sí existe un efecto de la relación ρ/ρ' (o de la cuantía de refuerzo en compresión ρ') en la determinación de la relación de inercias k , el cual es casi constante, en proporción, para cada una de las resistencias a compresión considerada. En prácticamente todos los casos, se observa que conforme se incrementa la relación ρ/ρ' , la relación de inercias decrece, tanto para detallado no dúctil como dúctil. Lo anterior difiere de lo reportado por Khuntia y Ghosh (2004a), pues ellos indican que la relación ρ/ρ' no tiene efecto significativo en la determinación de inercias efectivas, incrementando únicamente la ductilidad de la sección. Es importante hacer notar que en la mayoría de las propuestas existentes se desprecia, de forma conservadora, el efecto del refuerzo en compresión. Sin embargo, dados los resultados expuestos en esta sección, valdría la pena reevaluar este aspecto, pues como se observa de las gráficas para cada resistencia a compresión, su efecto puede ser considerable. Es importante notar que este efecto se logró observar debido a que se consideraron tanto las partes positivas como negativas de las curvas momento-curvatura.

5.1 Efecto de la resistencia a compresión del concreto

En esta sección se presenta un conjunto de gráficas diseñadas con el fin de ilustrar el efecto de la resistencia a compresión del concreto, f'_c , en la determinación de las inercias agrietadas a flexión en secciones de vigas de concreto reforzado. Los valores de f'_c considerados son: 250, 300, 350, 400, 450 y 500 kg/cm². Al igual que en la sección anterior, para cada forma de sección transversal, se muestran los factores de inercia calculados con base en las partes positivas y negativas de los diagramas momento-curvatura, así como los valores promedio.

En la figura 11 se muestra, para detallado no dúctil, la variación de los factores de inercia, k , contra la resistencia a compresión, f'_c . En cada gráfica se incluyen las curvas para cada cuantía de refuerzo considerada, ρ , y una relación de cuantías $\rho/\rho'=2$. De los resultados obtenidos se observa que, en general, para cuantías mayores a la mínima, existe un incremento de la inercia agrietada conforme se incrementa la resistencia a compresión, dado que se obtiene una pendiente positiva para cada una de las curvas. Lo anterior aplica a todas las formas consideradas, aunque el efecto es más notorio en las secciones rectangulares. Además, el incremento de la inercia debido al incremento de la resistencia es variable en función de la cuantía de refuerzo longitudinal.

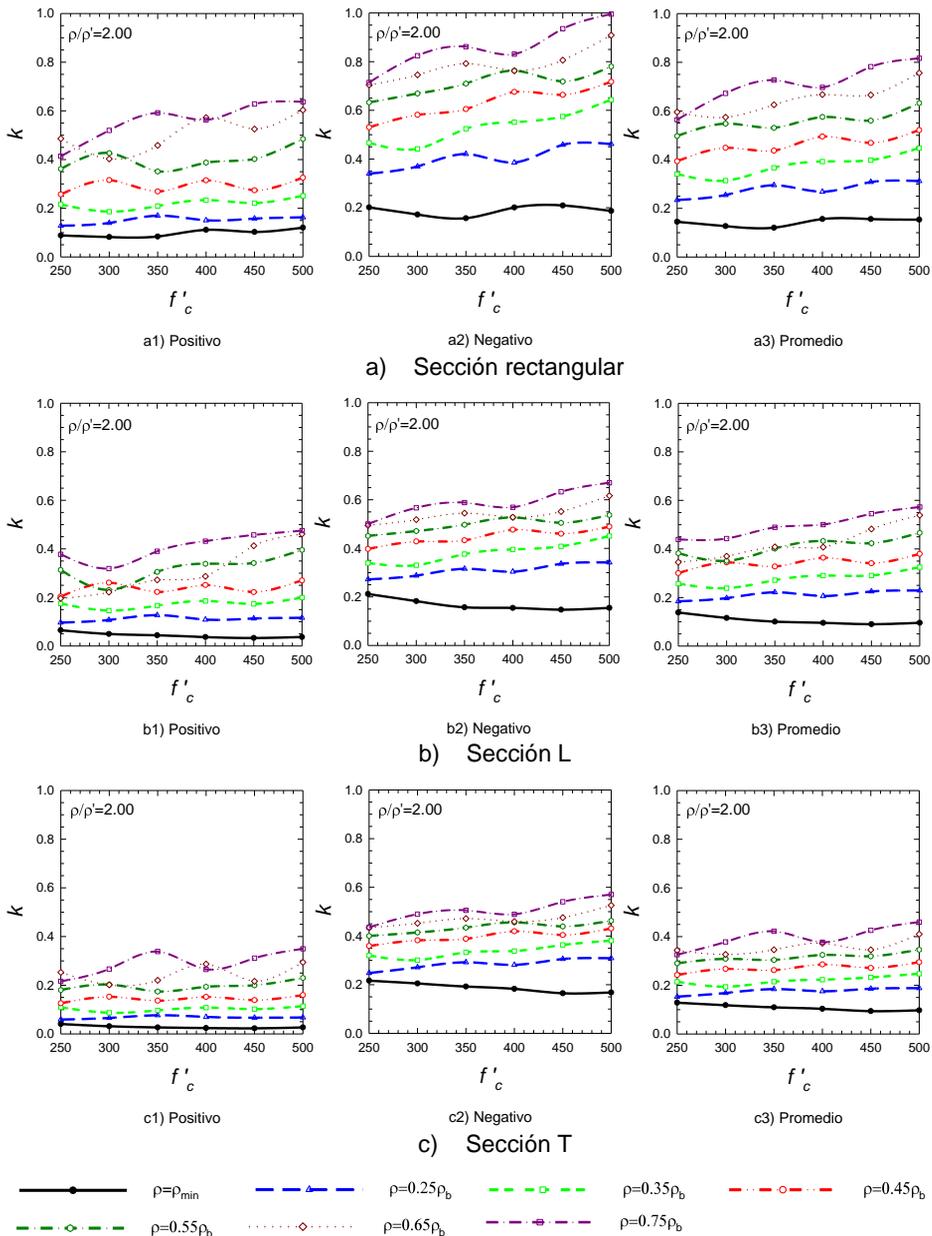
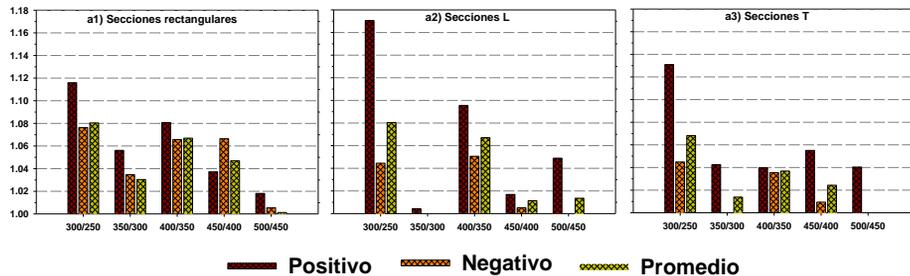


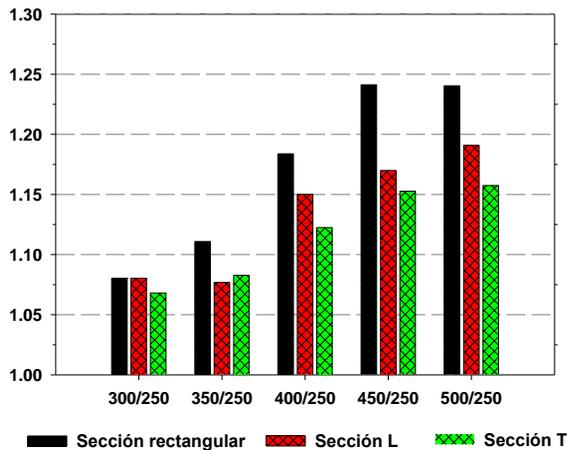
Figura 11 Influencia de la resistencia a compresión, f'_c , para una viga de sección 30 x 90 cm y una relación $\rho/\rho'=2.0$, con detallado no dúctil.

Los incrementos del factor de inercia son muy parecidos para las partes positivas y negativas de las curvas. Estas observaciones también aplican a secciones con diferentes dimensiones en su base y relaciones de aspecto variables. Por ejemplo, para la viga de base 30 cm, a partir de las curvas de valores promedio, se observaron incrementos promedio del orden del 5% al pasar de una resistencia a la inmediata superior, como se muestra en las gráficas de las figuras 12a y 13a.

En las figuras 12b y 13b se muestran los incrementos asociados a cada resistencia respecto a la resistencia $f'_c=250$ kg/cm². Al obtener las relaciones entre los factores k asociados a una resistencia $f'_c=500$ kg/cm² respecto a los obtenidos para una resistencia $f'_c=250$ kg/cm², en los valores asociados a las curvas promedio se observan incrementos en los factores de inercia, k , de al menos 5% para cualquier forma. Considerando el mismo criterio, en los valores máximos se aprecian incrementos del orden de 24% para vigas rectangulares, 19% para vigas L y 16% para vigas T, esto para una sección de 30x60 cm. Para una viga con sección 30x90 cm, en los valores máximos se observan incrementos del orden de 28% para vigas rectangulares, 25% para vigas L y 24% para vigas T (figura 13a y 13b).

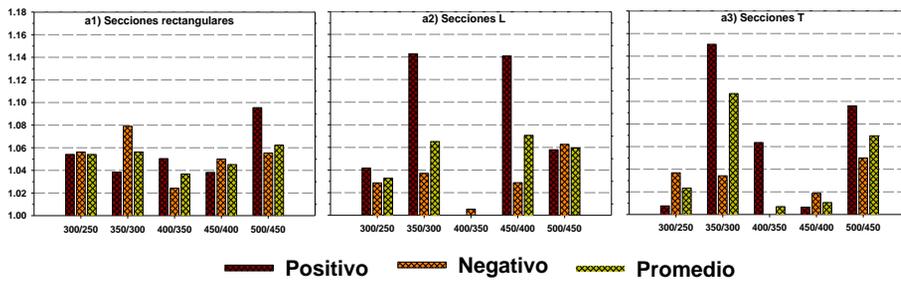


a) Normalizando respecto a la resistencia precedente

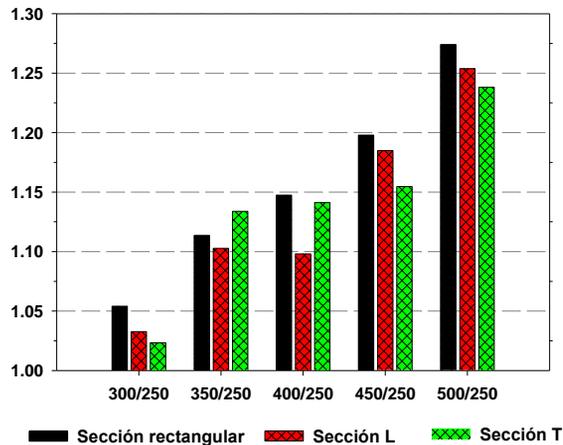


b) Normalizando respecto a la resistencia $f'_c=250$ kg/cm² (valores de las curvas promedio)

Figura 12 Incrementos en los factores de inercia al incrementar la resistencia a compresión, para una viga de sección 30 x 60 cm.



a) Normalizando respecto a la resistencia precedente

b) Normalizando respecto a la resistencia $f'_c=250$ kg/cm² (valores de las curvas promedio)**Figura 13** Incrementos en los factores de inercia al incrementar la resistencia a compresión, para una viga de sección 30 x 90 cm.

En la figura 14 se muestra, para detallado dúctil, la variación de los factores de inercia k , contra la resistencia a compresión f'_c . De la figura 14 se aprecia que, contrario a lo observado en los modelos no dúctiles, al incrementar la resistencia a compresión del concreto, la inercia efectiva decrece. Lo anterior puede deberse a que cuando se incrementa la resistencia del concreto, la profundidad de las grietas de flexión se incrementa, pues la profundidad del eje neutro decrece para mantener el equilibrio de fuerzas, conduciendo a una reducción del momento de inercia. En este caso, es importante indicar que los arreglos del acero de refuerzo para vigas con detallado dúctil no varían para una relación ρ/ρ' fija, por lo que únicamente se varía la resistencia a compresión del concreto. Lo anterior no ocurre en el caso de vigas con detallado no dúctil, pues en esos casos, la cuantía de refuerzo, función de la cuantía balanceada, está en función de f'_c . Las observaciones derivadas para el caso de secciones con detallado dúctil son congruentes con lo observado por Khuntia y Ghosh (2004a).

Con base en los resultados obtenidos, se puede concluir que la inercia agrietada de una sección de concreto sí es dependiente de su resistencia a compresión, por lo que su consideración explícita en el cálculo de las inercias efectivas a nivel elemento con fines de diseño sería adecuada. Esto es importante, pues el avance tecnológico ha permitido que sea posible emplear concretos con resistencias a la compresión cada vez mayores.

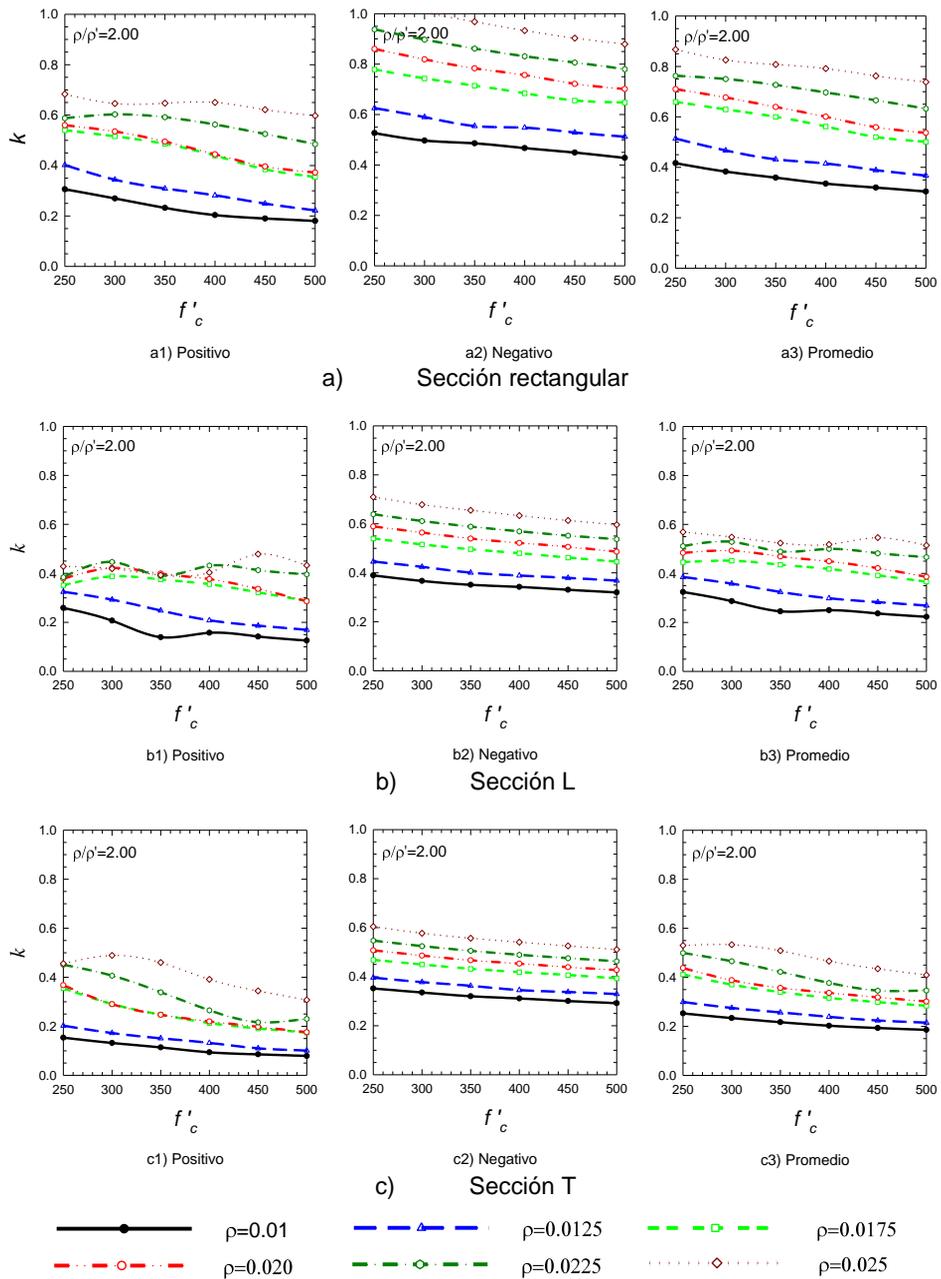


Figura 14 Influencia de la resistencia a compresión, f'_c , para una viga de sección 30 x 90 cm y una relación $\rho/\rho'=2.0$, con detallado dúctil

5.2 Efecto de la forma de la sección transversal

Con la finalidad de evaluar el efecto de la forma de la sección, en las figuras 14 y 15 se muestra, de forma ilustrativa, la comparativa de las curvas correspondientes a vigas con detallado no dúctil de sección rectangular, L y T, asociadas a diferentes relaciones ρ/ρ' y dos diferentes valores de f'_c (250 y 500

kg/cm²). Los resultados mostrados corresponden a valores promedio para una viga de 30 cm de base con 60 cm de peralte. Para facilitar la interpretación de los resultados, en cada gráfica se indica, con línea punteada horizontal, el valor del factor de reducción especificado en las NTCC-17.

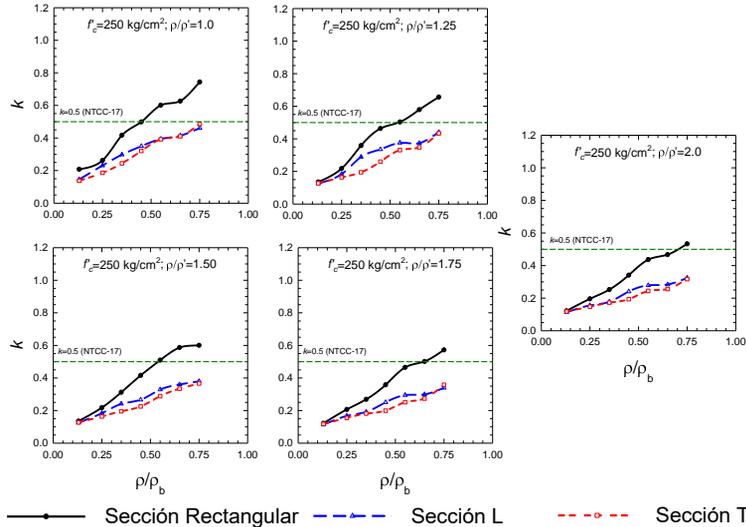


Figura 15 Influencia de la forma de la sección transversal para $f'_c=250$ kg/cm².

Se observa que conforme se incrementa la relación ρ/ρ' , la relación de inercias k decrece, independientemente de la forma de la sección transversal. Además, al incrementarse la relación ρ/ρ' ($\rho/\rho' \geq 1$), las curvas correspondientes a las secciones L y T son más próximas entre sí, para todas las resistencias a compresión consideradas, lo cual es congruente con el criterio de las NZS-06, en que se establece un criterio uniforme para ambas formas. Es importante hacer notar que para el cálculo de los factores de inercia ($k=I_e/I_g$), se emplearon los momentos de inercia gruesos correspondientes a cada tipo de sección considerada. Por lo que para las vigas de sección L y T se consideran los patines en el cálculo de I_g .

Los factores de inercia obtenidos para vigas de sección rectangular resultan siempre mayores a los correspondientes a vigas de sección L y T. Esto es congruente con lo especificado en el Reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06), donde los factores empleados para calcular las inercias efectivas en vigas de sección T y L, como porcentaje de la inercia gruesa, son inferiores a los especificados para vigas de sección rectangular. Para vigas T y L en el NZS-06 se propone un factor de 0.35 ($I_e/I_g=0.35$), en tanto que para vigas rectangulares un factor de 0.4 ($I_e/I_g=0.40$). En las NTCC-17 (2017) no existe distinción entre vigas de diferente forma para definir la inercia efectiva, pues para todos los casos se recomienda el empleo de un factor igual a 0.5 ($k=I_e/I_g=0.50$).

Para vigas rectangulares, el peralte (o la relación de aspecto h/b) de la sección puede influir en el valor de k , pues para secciones con menor peralte, es necesario contar con una mayor cuantía de refuerzo longitudinal para alcanzar el valor especificado en las NTCC-17 ($k=0.5$) respecto a secciones más

peraltadas. La cuantía ρ requerida para alcanzar el valor de $k=0.5$ se incrementa conforme la relación ρ/ρ' crece. Es evidente que en el caso de vigas T y L, cuando $\rho/\rho' \geq 1.0$, es imposible alcanzar el valor de $k=0.5$, aun considerando valores elevados de ρ y f'_c (figuras 15 y 16). Lo anterior indica que un desbalance importante entre el acero de tensión y compresión puede reducir la inercia agrietada de la sección, lo cual es congruente con lo observado en pruebas experimentales de vigas (Park y Paulay 1978), donde se muestra que un desbalance de ρ/ρ' puede afectar de forma significativa la curva histerética de comportamiento (reduciendo su capacidad de disipación de energía), siendo mucho más estable al considerar valores adecuados del cociente ρ/ρ' . Por tanto, la relación ρ/ρ' afecta no únicamente la capacidad de deformación, sino también la inercia agrietada.

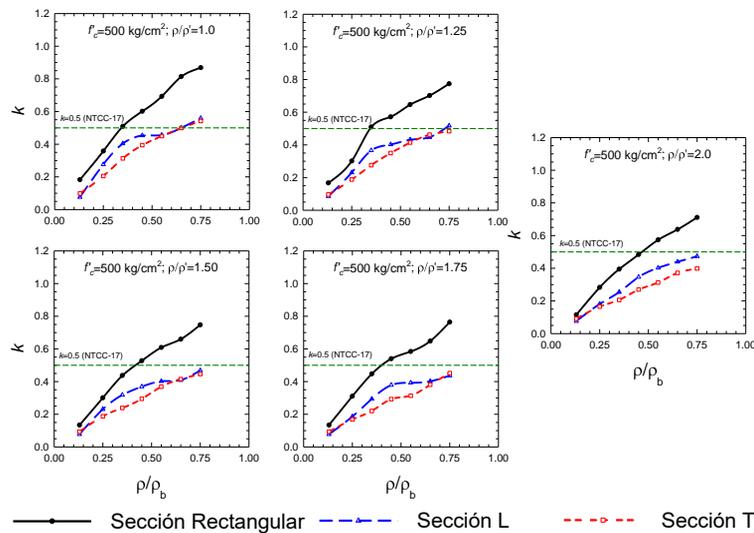


Figura 16 Influencia de la forma de la sección transversal para $f'_c=500 \text{ kg/cm}^2$. Viga de sección 30 x 60 cm.

De los resultados expuestos en esta sección, con las reservas asociadas a que los resultados corresponden específicamente a secciones infinitesimales críticas, se considera que el criterio de las NTCC-17 en que no se diferencia a vigas rectangulares de aquéllas en que sí se considera el aporte de la losa, no parece adecuado. Lo anterior, particularmente considerando que los valores de las NTCC-17 están pensados para vigas en que sí se tome en cuenta el efecto del patín (vigas T y L, González 2017), aunque esto represente cierta incongruencia con los criterios usuales de la práctica profesional, pues en la mayoría de los despachos de cálculo estructural de México, se recurre al uso de vigas de sección rectangular tanto para el diseño por rigidez como por resistencia.

5.3 Efecto del detallado

Para evaluar el efecto del detallado, se estudiaron secciones transversales en que se respetaron las disposiciones estipuladas en los capítulos 6 y 7 de las NTCC-04 (2004), correspondientes a los requisitos de diseño de

elementos estructurales que forman parte de estructuras de baja ductilidad (no dúctiles, $Q=2$) y de alta ductilidad (dúctiles, $Q=4$), respectivamente. Los criterios de las NTCC-17 son congruentes con la versión de 2004.

Cabe mencionar que para las recomendaciones de detallado para elementos que forma parte de estructuras de baja ductilidad, no se especifica la cantidad máxima de barras no soportadas en un lecho, es decir, en este caso pueden existir dos o tres barras consecutivas sin soporte lateral. Por el contrario, las recomendaciones para secciones con detallado dúctil ($Q=4$) especifican que una de cada dos barras consecutivas deberá tener soporte lateral.

Nuevamente se hace notar que en las secciones con detallado dúctil, la cuantía de acero de refuerzo por tensión es independiente de la cuantía de acero balanceada, por lo que en estos casos, para una relación fija ρ/ρ' , el arreglo del acero de refuerzo es siempre el mismo, variando únicamente la resistencia a compresión del concreto. Por el contrario, en el caso de las secciones con detallado no dúctil, el arreglo del acero de refuerzo varía conforme varía la resistencia a compresión del concreto, pues la cuantía de acero balanceada es función de f'_c .

Se observó que tanto para detallado dúctil y no dúctil, existen ciertas zonas en las cuales el factor de inercia (k) disminuye y enseguida aumenta. Este efecto puede estar asociado a la manera en que se distribuye el acero en la sección transversal (cuando el acero de tensión o compresión se distribuye en más de un lecho), indicando un posible efecto de la forma en que se distribuye el acero. Este efecto, por su baja influencia y difícil consideración, suele ignorarse en la determinación de las inercias o rigideces agrietadas. En las figuras 11 y 14 se observa el efecto del detallado para diferentes resistencias a compresión. Se observan tendencias muy similares para detallado no dúctil y dúctil.

Un aspecto de gran importancia asociado al tipo de detallado, radica en que para las vigas con detallado dúctil, independientemente de la forma de la sección transversal, se observa una tendencia clara que indica que al incrementarse la resistencia a compresión del concreto, la inercia agrietada decrece. Lo anterior es contrario a lo observado para el caso de vigas con detallado no dúctil, en que un incremento en la resistencia a compresión se ve reflejado en un incremento de la inercia agrietada (figura 11).

Como se comentó previamente, la tendencia observada en el caso de vigas con detallado dúctil puede deberse a que la sección transversal y su armado, para una relación fija ρ/ρ' , no difieren para cada resistencia (contrario a lo que ocurre en vigas no dúctiles). Para una sección dada, al incrementarse la resistencia a compresión del concreto, la profundidad de las grietas de flexión crece, pues la profundidad del eje neutro decrece para alcanzar el equilibrio de fuerzas, lo cual repercute en un decremento de la inercia agrietada de la sección. Los decrementos no son tan drásticos, pues el valor del módulo de elasticidad, E , es función de la resistencia a la compresión, incrementándose conforme f'_c crece. Es evidente que las menores inercias agrietadas se observan para los casos en que se consideran menores porcentajes de refuerzo por tensión.

Además, se observa que, para la mayoría de los casos, para valores de $\rho \geq 1.75\%$, las inercias agrietadas son muy similares entre sí.

En la figura 17 se muestra la variación de los valores promedio de k conforme varía la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión, ρ , para ambos tipos de detallado. Se observa que, para ambos tipos de detallado, conforme se incrementa el valor de ρ , la inercia agrietada crece. Además, conforme crece la relación ρ/ρ' , para todas las resistencias f'_c , la inercia agrietada decrece.

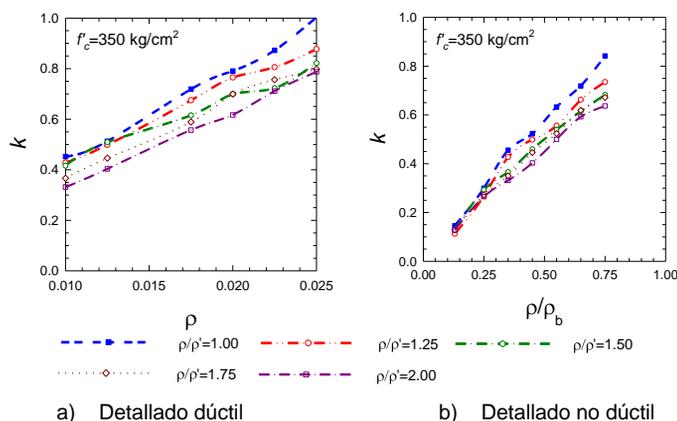


Figura 17 Efecto del tipo de detallado, dúctil vs no dúctil. $f'_c=350 \text{ kg/cm}^2$. Sección rectangular de 30 x 75 cm.

5.4 Efecto de la relación de aspecto

En esta sección se engloban, con fines ilustrativos, todos los resultados de una sección transversal con base, b , igual a 30 cm y peraltes variables. Los peraltes considerados son: 37 cm, 45 cm, 60 cm, 75 cm y 90 cm. Es decir, se consideran las relaciones de aspecto h/b siguientes: 1.25, 1.5, 2.0, 2.5 y 3.0, tal y como se indicó en el diagrama que define el estudio paramétrico. En esta sección únicamente se presentan las gráficas correspondientes al caso en que la cuantía de refuerzo por tensión es el doble que la de compresión, $\rho/\rho'=2.0$, para vigas de sección rectangular. En las gráficas expuestas en esta sección, se ilustra de forma simultánea, tanto el efecto de la variación de la resistencia a compresión, como de la cuantía de refuerzo, conforme varía la relación h/b . En todas las gráficas el valor inicial de la relación, h/b , corresponde al valor 1.25.

De la figura 18 se observa que, aunque existen fluctuaciones en las curvas, para la mayoría de los casos, cuando la relación $h/b \geq 2.0$, el valor de la inercia agrietada crece conforme lo hace la relación h/b . Se observa también que, en la mayoría de los casos, cuando $h/b < 2.0$, el valor de k decrece. El comportamiento observado no está asociado a un incremento constante de la inercia agrietada conforme incrementa la relación h/b , sino más bien, se observan zonas con diferentes tendencias en función del intervalo de valores en que se encuentren las variables en consideración.

De la figura 19 se observa que, cuando $f'_c \geq 400 \text{ kg/cm}^2$ y $\rho \geq 0.55\rho_b$, existe un incremento de la inercia agrietada conforme crece la relación de aspecto. Los

resultados mostrados en las figuras 18 a 20 evidencian la complejidad del fenómeno, pues la variación de la inercia agrietada es función no solamente del efecto conjunto de las variables consideradas (ρ , f'_c , ρ/ρ' , h/b), sino también del valor o intervalo de valores que éstas adopten.

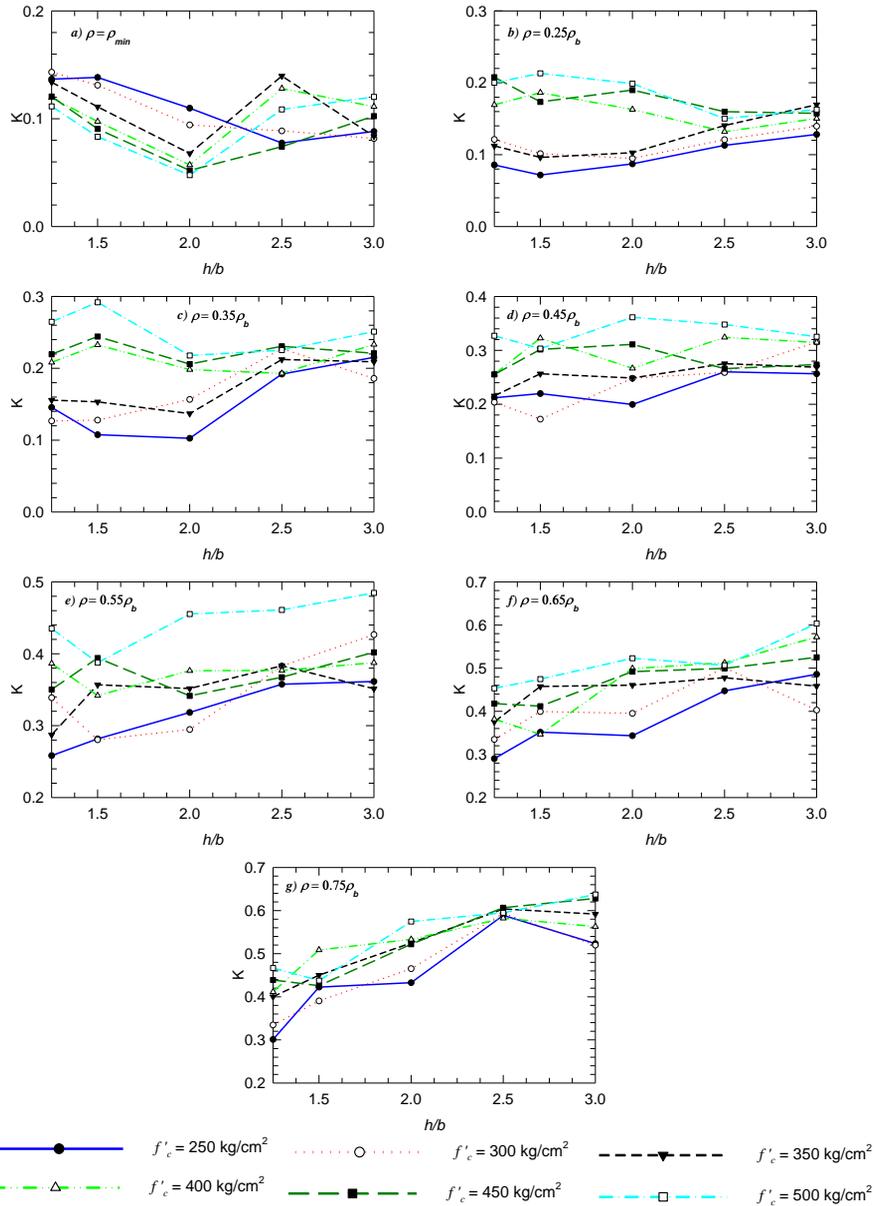


Figura 18 Efecto de la relación de aspecto, h/b vs k , sección $b=30$ cm y $\rho/\rho'=2.0$, para diferentes valores de ρ

En la tabla 2 se indican las fluctuaciones máximas asociadas a cada cuantía de refuerzo y resistencia a compresión. También se muestran las fluctuaciones máximas promedio asociadas a cada valor de f'_c . Dichos valores

son dependientes de la relación ρ/ρ' . Por ejemplo, cuando $\rho/\rho'=1.0$ la inercia agrietada presenta fluctuaciones máximas conforme la relación h/b cambia, que varían entre 1.27% cuando $f'_c=450 \text{ kg/cm}^2$ a 1.40% cuando $f'_c=300 \text{ kg/cm}^2$.

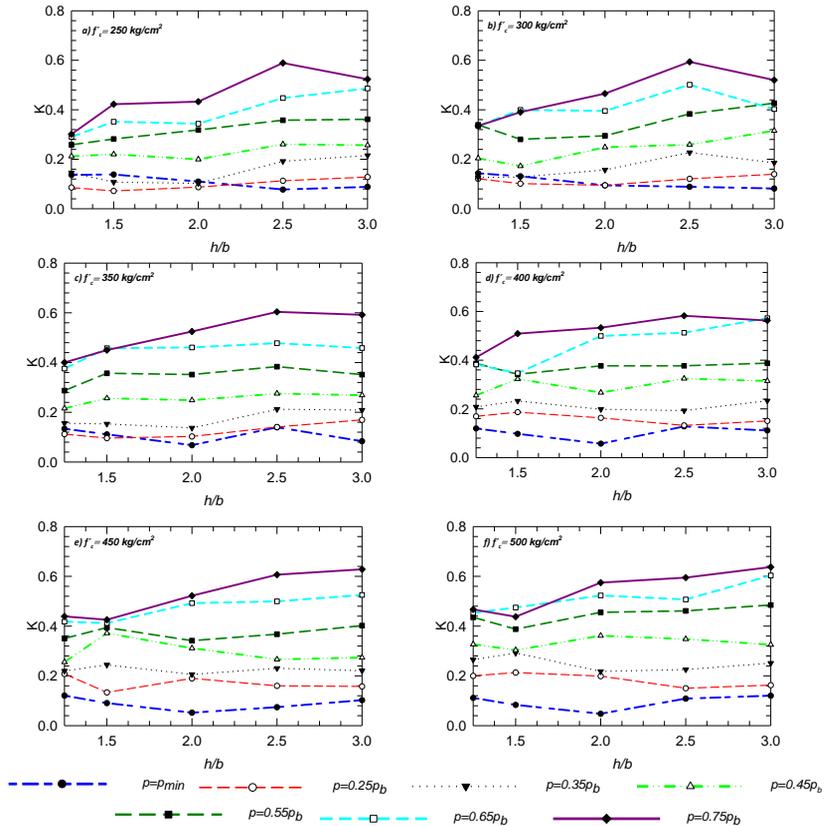


Figura 19 Efecto de la relación de aspecto, h/b vs k , sección $b=30 \text{ cm}$ y $\rho/\rho'=2.0$, para cada resistencia a compresión f'_c

Tabla 2 Fluctuaciones de la inercia efectiva conforme varía la relación h/b

f'_c (kg/cm ²)	ρ_{min}	$0.25\rho_b$	$0.35\rho_b$	$0.45\rho_b$	$0.55\rho_b$	$0.65\rho_b$	$0.75\rho_b$	Fluctuaciones máximas promedio por resistencia
$\rho/\rho'=1.0$								
250	1.73	1.27	1.31	1.43	1.36	1.41	1.23	1.39
300	1.61	1.34	1.30	1.47	1.45	1.37	1.29	1.40
350	1.38	1.50	1.29	1.45	1.30	1.26	1.30	1.35
400	1.46	1.28	1.33	1.34	1.29	1.18	1.14	1.29
450	1.62	1.21	1.33	1.22	1.19	1.12	1.17	1.27
500	1.60	1.38	1.54	1.36	1.13	1.22	1.26	1.36
$\rho/\rho'=2.0$								
250	1.78	1.79	2.10	1.30	1.40	1.67	1.96	1.71
300	1.75	1.47	1.79	1.83	1.52	1.50	1.77	1.66
350	2.06	1.76	1.55	1.28	1.33	1.27	1.51	1.54
400	2.24	1.41	1.21	1.27	1.13	1.65	1.42	1.48
450	2.32	1.56	1.19	1.46	1.18	1.28	1.48	1.49
500	2.53	1.42	1.34	1.19	1.25	1.33	1.46	1.50

De la figura 20 se observa una disminución en el valor de la inercia agrietada cuando el valor de la relación de cuantías de refuerzo por tensión y compresión pasa de $\rho/\rho'=1.0$ a $\rho/\rho'=2.0$, es decir, la inercia agrietada decrece al incrementarse el desbalance entre dichas cuantías de refuerzo.

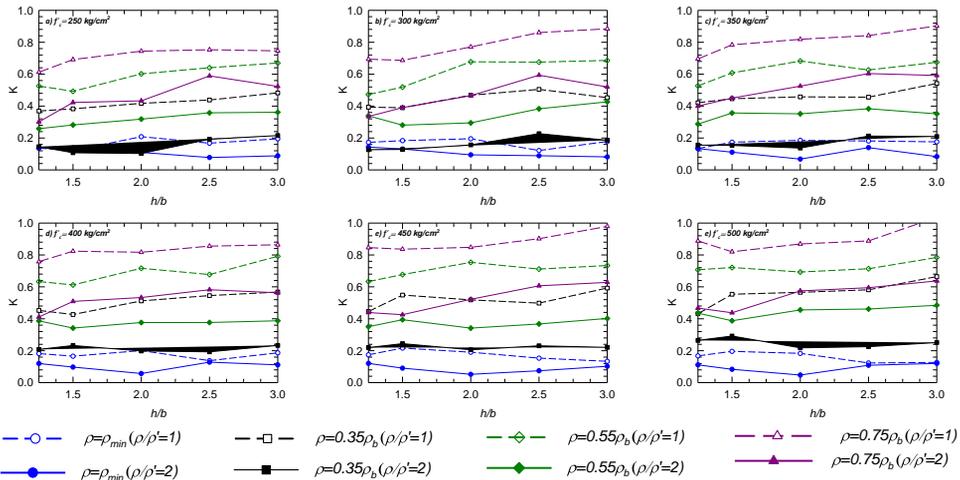


Figura 20 Efecto de la relación ρ/ρ' en el factor k conforme varía la relación h/b

6 ECUACIONES PROPUESTAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INERCIA AGRIETADA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Con base en los resultados expuestos en las secciones precedentes, se realizaron regresiones para la obtención de ecuaciones que permitan el cálculo de la relación de inercias ($k=I_{cr}/I_g$) en secciones transversales de vigas de concreto reforzado sujetas a flexión con diferente tipo de detallado.

Las ecuaciones 2 y 3 representan la propuesta para el cálculo de los factores k ($k=I_{cr}/I_g$) en secciones transversales con detallado no dúctil (ecuación 2) y dúctil (ecuación 3).

$$k = \frac{I_{cr_ND}}{I_{g_ND}} = \left(\frac{0.103 \left(\frac{\rho}{\rho_b}\right)^{0.6} (f'_c)^{0.34} \left(\frac{h}{b}\right)^{0.39} \left(\frac{\rho}{\rho_b}\right)}{\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^{0.34}} \right) f_f \quad (2)$$

$$k = \frac{I_{cr_D}}{I_{g_D}} = \left(\frac{49.17(\rho)^{0.64} \left(\frac{h}{b}\right)^{11\rho}}{(f'_c)^{0.313} \left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^{0.35}} \right) f_f \quad (3)$$

Como se observa, las ecuaciones 2 y 3 está en función de la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión (en el caso de secciones con detallado no dúctil expresada en función de la cuantía balanceada, ρ/ρ_b), la relación de aspecto

(h/b), la resistencia a compresión (f'_c) y la relación entre cuantías de refuerzo por tensión y compresión (ρ/ρ'), variables identificadas como las de mayor influencia en el fenómeno estudiado. Además, para tomar en cuenta el efecto de la forma de la sección transversal, aspecto también relevante, se emplea el factor f_f , el cual es unitario para secciones rectangulares, e igual a 0.65 para secciones T y 0.7 para secciones L. Los límites de las variables consideradas para la deducción y aplicación de las ecuaciones 2 y 3 se indican en la figura 5.

Con fines prácticos, las ecuaciones obtenidas a partir de las regresiones (ecs. 2 y 3) se modificaron, de tal manera que los coeficientes empleados como exponentes sean más simples en su manejo. Así, se ajustaron las ecuaciones 4 y 5, las cuales brindan resultados muy similares a las ecuaciones 2 y 3, respectivamente. En la ec. 4, ρ_{ln} hace referencia a la cuantía de refuerzo longitudinal normalizada, es decir, $\rho_{ln} = \rho/\rho_b$, tal y como se especifica en la ec. 2.

$$k = \frac{I_{cr_ND}}{I_{g_ND}} = \left(\frac{0.13(\rho_{ln})^{0.6}(f'_c)^{0.3}\left(\frac{h}{b}\right)^{0.4}\rho_{ln}}{\left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^{0.3}} \right) f_f \quad (4)$$

$$k = \frac{I_{cr_D}}{I_{g_D}} = \left(\frac{39(\rho)^{0.6}\left(\frac{h}{b}\right)^{10\rho}}{\left(f'_c\frac{\rho}{\rho'}\right)^{0.3}} \right) f_f \quad (5)$$

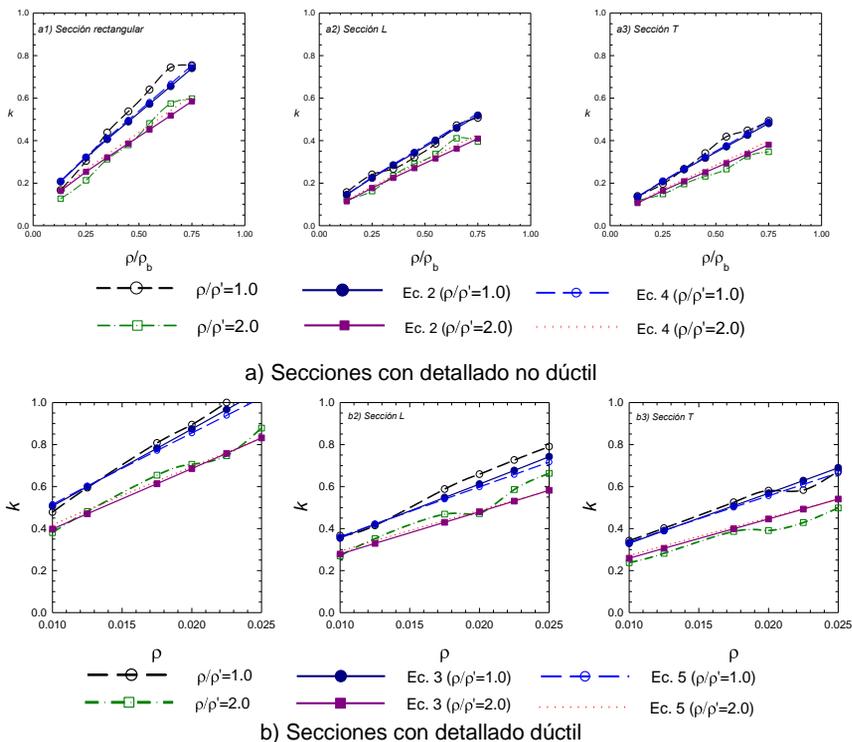


Figura 21 Comparativa de los valores analíticos de k y los derivados mediante las ecuaciones propuestas para un $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$ y $h/b=2.5$.

En las figura 21 y 22 se muestra el ajuste de las ecuaciones 2 y 3 a los datos teóricos para dos diferentes relaciones ρ/ρ' . Se muestra también el ajuste de las ecuaciones 4 y 5. Es evidente que, con base en los resultados de este estudio, la relación ρ/ρ' es un parámetro que debe considerarse en la determinación de la inercia agrietada de secciones de vigas de concreto, aspecto que en otras investigaciones suele despreciarse (e.g. Khuntia y Ghosh 2004). En las figuras 21 y 22 se ilustra también la variación de las curvas definidas por las ecs. 2 a 5, y su correspondiente comparativa respecto a los datos teóricos, en función de la resistencia índice a compresión del concreto (f'_c) y la forma de la sección transversal. En todos los casos, se observa buena congruencia, tanto para secciones con detallado no dúctil (figuras 21a y 22a) como dúctil (figuras 21b y 22b).

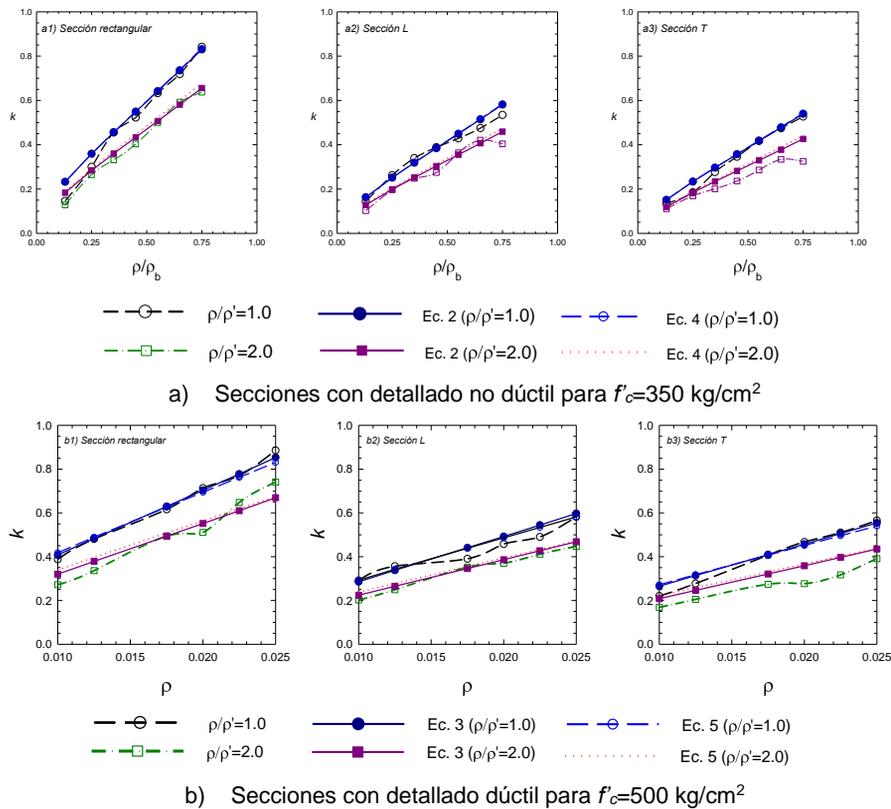


Figura 22 Comparativa de los valores analíticos de k y los derivados mediante las ecuaciones 2 a 5 para una relación $h/b=2.5$.

7 ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ EFECTIVA DE VIGAS

Las ecuaciones 2 y 3 (o las ecs. 4 y 5), mediante las cuales es posible determinar la inercia agrietada de secciones transversales específicas de elementos estructurales, son además útiles como información de entrada para

realizar una estimación de la rigidez efectiva a flexión a nivel elemento. Lo anterior, es posible al emplear la ec. 6, (Tena 2018 y 2019, Tena-Colunga 2021), la cual representa la rigidez efectiva (expresada mediante el momento de inercia efectivo equivalente I_{ef}) de un elemento estructural sujeto a flexión en que se desprecian las deformaciones por cortante y se supone que el módulo de elasticidad del concreto (E_c) es constante a lo largo y ancho de todo el elemento. Dicha propuesta se basa en el empleo de los principios del análisis estructural (métodos de flexibilidades y rigideces), derivando la ecuación mediante una integral de volumen a lo largo y ancho de todo el elemento de interés y considerando algunas de las variables principales que intervienen en el fenómeno. Dicha ecuación se sustenta, además, en evidencia numérica y experimental recabada durante el desarrollo de múltiples estudios en elementos de concreto reforzado (Tena 2018 y 2019, Tena-Colunga 2021).

$$I_{ef} = I_g \left(\frac{A}{4AB - 3B^2} \right) \quad (6)$$

$$A = 1 + \left(\frac{I_g}{I_{cr}} - 1 \right) \left(2 \left(\frac{L_{cr}}{L} \right)^3 - 3 \left(\frac{L_{cr}}{L} \right)^2 + 3 \frac{L_{cr}}{L} \right) \quad (7)$$

$$B = 1 + 2 \frac{L_{cr}}{L} \left(\frac{I_g}{I_{cr}} - 1 \right) \quad (8)$$

En las ecuaciones 6 a 8, L_{cr} es la longitud supuesta donde ocurrirá el agrietamiento en los extremos de las vigas y la variable I_{cr} representa el momento de inercia de la sección agrietada; es decir, precisamente los valores que pueden obtenerse mediante las ecuaciones 2 y 3 (o las ecs. 4 y 5) propuestas, dado que se calcularía simplemente como $I_{cr} = kI_g$, o se sustituye el valor inverso de k por el término I_g/I_{cr} ($1/k = I_g/I_{cr}$).

En Tena (2019) y Tena-Colunga (2021) se presenta también una propuesta en que se incluyen los efectos de las deformaciones por cortante en el cálculo de la rigidez efectiva de los elementos estructurales. Sin embargo, por congruencia, dado que en el estudio paramétrico para el cálculo de la inercia agrietada a nivel sección no se consideraron dichos efectos, para el cálculo a nivel elemento también se omite su efecto (suposición razonable para elementos diseñados para fallar en flexión).

En las figuras 23 a 26 se muestra la variación de la rigidez efectiva (I_{ef}/I_g , ec. 10), expresada en términos del momento de inercia grueso I_g , en vigas de concreto reforzado con diferentes claros efectivos ($5 \leq L/h \leq 12$) y detallado no dúctil, el más empleado en la práctica profesional de México. El límite inferior del claro efectivo corresponde al estipulado en las NTCC-17 para el diseño de una viga en flexión. Con fines prácticos, en este estudio se considera que la longitud de agrietamiento (L_{cr}) es igual a la longitud donde se desarrollará la articulación plástica (L_p), siendo $L_p = 0.5h$, donde h es el peralte del elemento (Bazán y Meli 1999, Mendis 2001), lo cual no deja de ser una hipótesis muy conservadora, pues dicha longitud a la primera fluencia siempre resulta ser menor a la correspondiente a la articulación plástica.

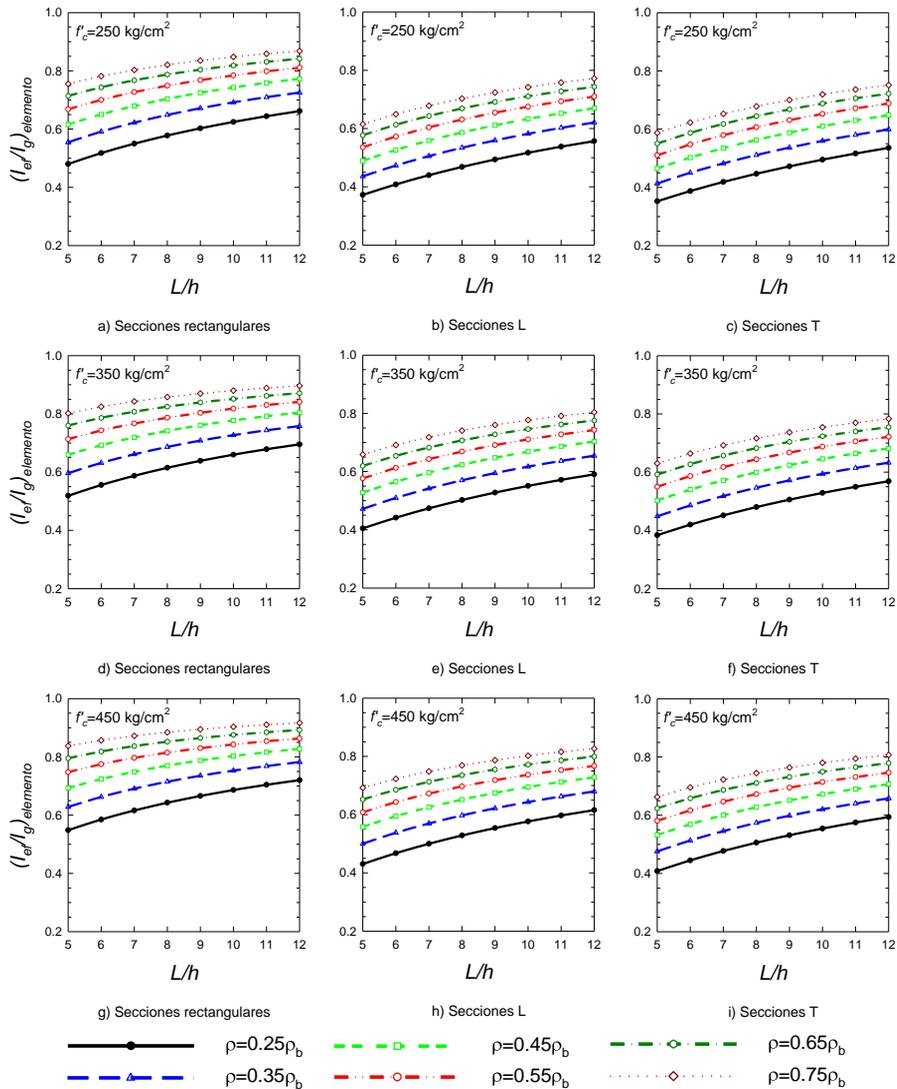


Figura 23 Variación de la inercia efectiva para vigas con diferente sección transversal, $h/b=1.5$ y $\rho/\rho'=1.5$

Con la finalidad de observar la influencia de diferentes parámetros, los resultados mostrados en las figs. 23 a 26 corresponden a diferentes valores de h/b y ρ/ρ' ($h/b=1.5$ y $\rho/\rho'=1.5$, fig. 23; $h/b=1.5$ y $\rho/\rho'=2$, fig. 24; $h/b=2.0$ y $\rho/\rho'=1.5$, fig. 25; $h/b=2.0$ y $\rho/\rho'=2$, fig. 26), así como a diferentes valores de la cuantía de refuerzo longitudinal en las secciones consideradas para el cálculo de I_{cr} . Con fines ilustrativos, en la figura 23 se muestra la variación de la rigidez efectiva conforme se incrementa la resistencia a compresión del concreto. En general, conforme f'_c crece, la rigidez crece. Para optimizar espacio, los resultados mostrados en las figuras 24 a 26 corresponden a $f'_c=250$ kg/cm², valor que representa el límite inferior para el diseño de vigas conforme a las NTCC-17. Se seleccionó dicho valor de f'_c , pues es con el que se obtienen las estimaciones

más bajas de la rigidez efectiva de los elementos estructurales y, por ende, representa el caso más desfavorable.

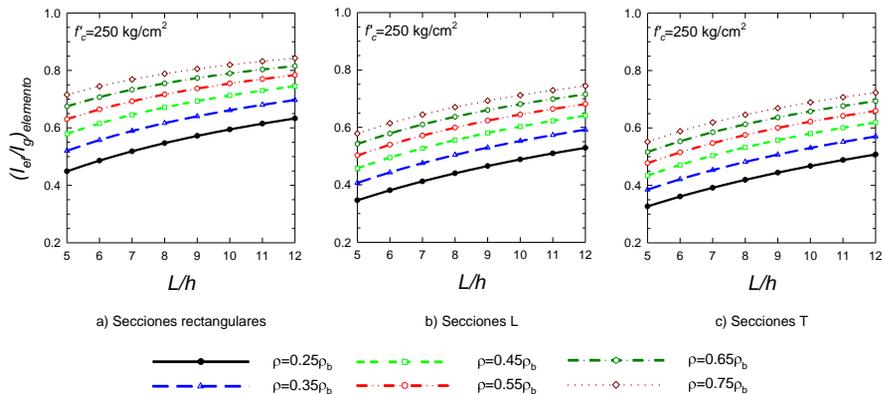


Figura 24 Variación de la inercia efectiva para vigas con diferente sección transversal, $h/b=1.5$ y $\rho/\rho'=2$

Congruente con lo reportado en Tena (2019) y Tena-Colunga (2021), se observa que la rigidez efectiva (I_{ef}/I_g) aumenta conforme incrementan tanto el claro efectivo de la viga (L/h) como la inercia de la sección agrietada (I_{cr}). Se observa, además, que las estimaciones realizadas son función de: a) la cuantía de refuerzo longitudinal y, b) la forma de la sección transversal, pues los valores de la inercia agrietada a nivel sección en vigas L y T son inferiores a los de vigas rectangulares (figs. 15 y 16; ecs. 2 y 3 o 4 y 5).

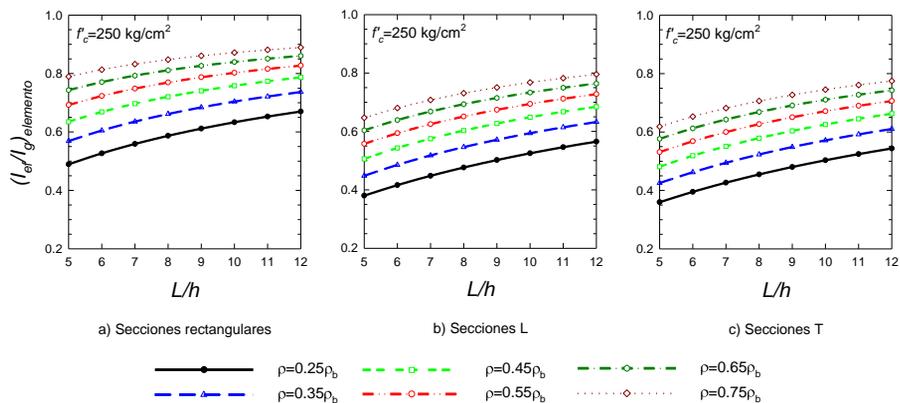


Figura 25 Variación de la inercia efectiva para vigas con diferente sección transversal, $h/b=2.0$ y $\rho/\rho'=1.5$

Se observa que para vigas en cuyo diseño se consideren secciones rectangulares, que corresponde a la práctica usualmente empleada en los despachos de diseño estructural de México, aún para la resistencia a compresión más baja ($f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$) y la cuantía mínima (con la que se obtienen los valores más bajos), únicamente se obtienen valores menores a 0.5 en los casos en que $L/h=5$. Normalmente, en la práctica, se consideran valores de L/h mayores que

8.0. Por lo tanto, con fines prácticos, se puede considerar que en ningún caso se obtienen valores de rigidez efectiva iguales o menores a 0.5 en los elementos ($EI_{ef} \geq 0.5EI_g$), aun cuando se considere una longitud de agrietamiento igual a la de la articulación plástica.

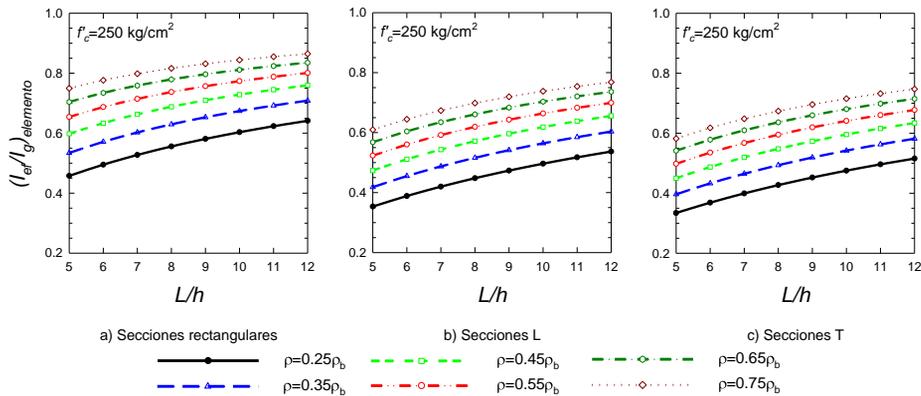


Figura 26 Variación de la inercia efectiva para vigas con diferente sección transversal, $h/b=2.0$ y $\rho/\rho'=2$

En la tabla 3 se muestran, para diferentes combinaciones de ρ/ρ' y h/b , los resultados asociados a una relación $L/h=9$ y una cuantía de refuerzo longitudinal $\rho=0.45\rho_b$, ambos comunes en el diseño de vigas de concreto que forman parte de edificios desplantados en zonas sísmicas. Considerando además que la resistencia del concreto que se emplea en los elementos estructurales suele variar con la altura de los edificios (conforme varían las demandas de resistencia), en la tabla 3 se muestran las rigideces efectivas correspondientes a tres diferentes valores de f'_c usualmente empleados para el diseño de edificios. Para vigas rectangulares, la rigidez mínima (I_{ef}/I_g) calculada para todo el elemento es igual a 0.69, en tanto que el valor máximo es de 0.83. Para vigas L y T, los valores mínimos son de 0.58 y 0.56, respectivamente; y los máximos de 0.68 y 0.65. Para este caso particular, se obtienen valores mínimos promedio de rigidez (considerando únicamente los valores de ρ/ρ' y h/b de la tabla 3), para vigas rectangulares, L y T, de 0.73, 0.61, 0.59, respectivamente cuando se considera conservadoramente una longitud de agrietamiento igual a la de la articulación plástica. Es importante notar que dichos valores crecen conforme la relación L/h crece.

Con lo anterior se muestra que, para el caso más usualmente empleado en la práctica profesional, que corresponde al uso de vigas de sección rectangular, el criterio considerado en las NTCC-17 subestima la rigidez de este tipo de elementos. Por otro lado, para el caso de vigas L y T, aunque el valor de la rigidez efectiva es siempre inferior que en vigas rectangulares, la propuesta de las NTCC-17 también subestimaría su rigidez, en particular para aquéllas con relación $h/b \geq 2$. Es claro que con fines normativos, es posible definir una recomendación única para vigas L y T.

Tabla 3 Rigideces efectivas, I_{ef}/I_g , de vigas de concreto reforzado con $L/h=9$ y $\rho=0.45\rho_b$

ρ/ρ'	h/b	Sección R			Sección L			Sección T		
		f'_c (kg/cm ²)			f'_c (kg/cm ²)			f'_c (kg/cm ²)		
		250	350	450	250	350	450	250	350	450
2.0	1.5	0.70	0.73	0.76	0.59	0.62	0.64	0.57	0.59	0.62
2.0	2.0	0.72	0.75	0.77	0.61	0.63	0.66	0.59	0.61	0.64
2.0	3.0	0.75	0.77	0.80	0.63	0.66	0.68	0.61	0.63	0.66
1.5	1.5	0.73	0.76	0.79	0.62	0.65	0.67	0.60	0.62	0.65
1.5	2.0	0.75	0.78	0.80	0.64	0.66	0.69	0.62	0.64	0.67
1.5	3.0	0.78	0.80	0.83	0.66	0.69	0.71	0.64	0.66	0.69

En la tabla 4 se muestran, de manera muy general, los valores de rigidez estimados para un intervalo de relaciones L/h ($8 \leq L/h \leq 12$, prácticos para el diseño de vigas que fallan a flexión) y para diferentes valores de ρ/ρ' (0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75), considerando el caso más desfavorable de resistencia a compresión ($f'_c=250$ kg/cm²). Se observa que los valores mínimos de rigidez para todo el elemento son conservadoramente del orden de 0.72, 0.61 y 0.59, para vigas rectangulares, L y T, respectivamente. Asimismo, los valores máximos son 0.79, 0.68 y 0.66, para los mismos casos. Nuevamente, es importante notar que si se considera una longitud de agrietamiento menor a $0.5h$, que podría ser más representativa de un agrietamiento asociado a la primera fluencia del acero longitudinal (criterio en que se basan las recomendaciones de las NTCC-17), la rigidez efectiva se incrementa considerablemente.

Tabla 4 Rigideces efectivas promedio para una resistencia $f'_c=250$ kg/cm².

L/h	$\rho/\rho' \approx 2.0, h/b=1.5$			$\rho/\rho' \approx 2.0, h/b=2.0$			$\rho/\rho' \approx 2.0, h/b=3.0$		
	Rectangular	L	T	Rectangular	L	T	Rectangular	L	T
8	0.68	0.57	0.54	0.70	0.59	0.56	0.73	0.61	0.59
9	0.70	0.59	0.57	0.72	0.61	0.59	0.75	0.63	0.61
10	0.72	0.61	0.59	0.74	0.63	0.61	0.76	0.65	0.63
11	0.74	0.63	0.61	0.75	0.65	0.63	0.78	0.67	0.65
12	0.75	0.65	0.63	0.77	0.67	0.65	0.79	0.69	0.67
Promedio	0.72	0.61	0.59	0.74	0.63	0.61	0.76	0.65	0.63
L/h	$\rho/\rho' \approx 1.5, h/b=1.5$			$\rho/\rho' \approx 1.5, h/b=2.0$			$\rho/\rho' \approx 1.5, h/b=3.0$		
	Rectangular	L	T	Rectangular	L	T	Rectangular	L	T
8	0.71	0.60	0.58	0.73	0.62	0.59	0.76	0.64	0.62
9	0.73	0.62	0.60	0.75	0.64	0.62	0.78	0.66	0.64
10	0.75	0.64	0.62	0.77	0.66	0.64	0.79	0.68	0.66
11	0.77	0.66	0.64	0.78	0.68	0.66	0.80	0.70	0.68
12	0.78	0.68	0.66	0.80	0.69	0.67	0.82	0.72	0.70
Promedio	0.75	0.64	0.62	0.77	0.66	0.64	0.79	0.68	0.66

De los resultados mostrados en las tablas 3 y 4, así como de lo expuesto en las figuras 24 a 26, es claro que la propuesta de las NTCC-17 subestima la rigidez efectiva de las vigas, aún en la debatible hipótesis que el refuerzo longitudinal fluyera antes de la acción extrema ante la acción de cargas gravitacionales. Por lo tanto, es altamente recomendable que dichas disposiciones reglamentarias se discutan y, en su caso, se modifiquen, para valorar de manera integral el proceso de diseño sismorresistente y las

condiciones más probables de los elementos justo antes de la acción accidental extrema que rige su diseño.

8 CONCLUSIONES

Se presentaron algunos de los principales resultados obtenidos de un extenso estudio paramétrico enfocado en la evaluación del efecto de diferentes variables en la determinación de la inercia agrietada de secciones de vigas sujetas a flexión y de la rigidez efectiva a flexión de elementos de concreto reforzado.

De la información post-procesada, se concluye lo siguiente:

1. Se confirma que el efecto del confinamiento, expresado en función de diferentes separaciones del refuerzo transversal, es notorio en la capacidad de deformación última de las secciones transversales (curvatura última); sin embargo, su efecto en la inercia agrietada a nivel infinitesimal (o en el factor de rigidez $k=I_{cr}/I_g$), es despreciable.
2. Se observó que un incremento de la cuantía de refuerzo por tensión, ρ , representa un incremento significativo en la relación de inercias a nivel sección ($k=I_{cr}/I_g$), lo cual es congruente para las tres diferentes formas de secciones transversales consideradas (rectangular, L y T).
3. Los factores de inercia a nivel sección transversal, k , obtenidos con base en la parte positiva de los diagramas momento-curvatura, presentan siempre una mayor dispersión en los resultados respecto a los obtenidos con base en la parte negativa, de donde se observa que el efecto de la relación ρ/ρ' es prácticamente despreciable. Sin embargo, dada la dispersión obtenida en la parte positiva, de las curvas asociadas a los valores promedio, se observó que sí existe un efecto de la relación ρ/ρ' en la determinación de la relación de inercias, k , el cual es casi constante, en proporción, para cada una de las resistencias a compresión considerada. En prácticamente todos los casos, se observa que conforme se incrementa la relación ρ/ρ' la relación de inercias decrece (para ambos tipos de detallado). Lo anterior difiere de lo reportado por Khuntia y Ghosh (2004a), donde indican que la relación ρ/ρ' no tiene efecto significativo en la determinación de inercias agrietadas.
4. Existe un efecto importante de la forma de la sección en la determinación de las inercias agrietadas a flexión a nivel sección transversal. Los factores de inercia k en vigas de sección rectangular son siempre mayores que los de vigas de sección L y T. Esto es congruente con lo especificado en el Reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06), donde los factores empleados para calcular las inercias efectivas en vigas de sección T y L, como porcentaje de la inercia gruesa, son inferiores a los especificados para vigas de sección rectangular. Para vigas T y L en el NZS-06 se propone un factor de 0.35 ($I_e/I_g=0.35$), en tanto que para vigas rectangulares un factor de 0.4 ($I_e/I_g=0.40$). En las NTCC-04 (2004) no existe distinción entre vigas de diferente forma para definir la inercia efectiva, pues para todos los casos se recomienda el empleo de un factor

igual a 0.5 ($I_e/I_g=0.50$). Con las reservas asociadas a que los resultados corresponden específicamente a secciones transversales críticas (infinitesimales), se considera que el criterio de las NTCC-17 en que no se diferencia a vigas rectangulares de aquéllas en que sí se considera el aporte de la losa, no parece adecuado. Lo anterior, particularmente considerando que los valores de las NTCC-17 están pensados para vigas en que sí se tome en cuenta el efecto del patín, aunque esto represente cierta incongruencia con los criterios usuales de la práctica profesional, pues en la mayoría de los despachos de cálculo estructural del país se recurre al uso de vigas de sección rectangular tanto para el diseño por rigidez como por resistencia.

5. Ligado a lo anterior, y con base en la comparación de las curvas obtenidas para las secciones L y T, se aprecia que existe un efecto importante en el ancho considerado del patín a compresión, por lo que a medida que aumenta proporcionalmente el ancho del patín considerado para la sección L o T, los factores de inercia k disminuyen. Este rubro requiere estudiarse con mayor detalle para poder confirmar esta tendencia, de preferencia experimentalmente.
6. La resistencia a compresión también tiene un impacto significativo en la determinación de las inercias agrietadas a flexión de la sección transversal. Para el caso de secciones con detallado no dúctil, se observó un incremento de la inercia agrietada conforme se incrementa la resistencia a compresión. Con base en las curvas promedio, se observaron incrementos promedio del orden del 5% al pasar de una resistencia a la inmediata superior. Sin embargo, al obtener las relaciones entre los factores k asociados a una resistencia $f'_c=500$ kg/cm² respecto a los obtenidos para una resistencia $f'_c=250$ kg/cm², los valores asociados a las curvas promedio indicaron incrementos en los factores de inercia k de al menos 5% para cualquier forma. Considerando el mismo criterio, los valores máximos indicaron incrementos del orden de 31% para vigas rectangulares, 25% para vigas L y 23% para vigas T.
7. Respecto al tipo de detallado, para las vigas con detallado dúctil, independientemente de la forma de la sección transversal, se observó una tendencia clara que indica que al incrementarse la resistencia a compresión del concreto, la inercia agrietada decrece. Lo anterior es contrario a lo observado para el caso de vigas con detallado no dúctil, en que un incremento en la resistencia a compresión se ve reflejado en un incremento de la inercia agrietada. La tendencia observada en el caso de vigas con detallado dúctil puede deberse a que la sección transversal y su armado no difieren para cada resistencia (contrario a las vigas no dúctiles, donde sí varía el armado) y para una sección dada, al incrementarse la resistencia a compresión del concreto, la profundidad de las grietas de flexión crece, pues la profundidad del eje neutro decrece para alcanzar el equilibrio de fuerzas, lo cual repercute en un decremento de la inercia agrietada de la sección. Los decrementos no son tan drásticos pues, con fines prácticos el valor del módulo de elasticidad, E , normalmente se establece exclusivamente en función de

la resistencia a la compresión, incrementándose conforme f'_c crece. Las menores inercias agrietadas se observan para los casos en que se consideran menores porcentajes de refuerzo por tensión. Además, se observó que, para la mayoría de los casos, cuando $\rho \geq 1.75\%$ las inercias agrietada son muy similares entre sí.

8. Se observó que existe un probable efecto de la distribución del acero de refuerzo longitudinal. Este rubro requiere estudiarse con mayor detalle para poder concluir adecuadamente al respecto.
9. Se observa que, aunque existen fluctuaciones en las curvas, para la mayoría de los casos cuando la relación $h/b \geq 2.0$, el valor de la inercia agrietada crece conforme lo hace la relación h/b . Asimismo, se observa que, en la mayoría de los casos, cuando $h/b < 2.0$, el valor de k decrece. Asimismo, cuando $f'_c \geq 400 \text{ kg/cm}^2$ y $\rho \geq 0.55\rho_b$, existe un incremento de la inercia agrietada conforme crece la relación de aspecto. El comportamiento observado no indica un incremento constante de la inercia efectiva conforme incrementa la relación h/b .
10. Los resultados mostrados evidencian la complejidad del fenómeno, pues la variación de la inercia agrietada es función no solamente del efecto conjunto de las variables consideradas (ρ , f'_c , ρ/ρ' , h/b), sino también del valor o intervalo de valores que éstas adopten.
11. Con base en los resultados del estudio paramétrico, se plantearon ecuaciones para estimar la inercia agrietada a flexión de secciones con detallado dúctil y no dúctil. Las ecuaciones propuestas está en función de la cuantía de refuerzo longitudinal en tensión (en el caso de secciones con detallado no dúctil expresada en función de la cuantía balanceada, ρ/ρ_b), la relación de aspecto (h/b), la resistencia a compresión (f'_c) y la relación entre cuantías de refuerzo por tensión y compresión (ρ/ρ'), variables identificadas como las de mayor influencia en el fenómeno estudiado. Además, para tomar en cuenta el efecto de la forma de la sección transversal, aspecto relevante, se emplea el factor f_i , el cual es unitario para secciones rectangulares e igual a 0.65 para secciones T y 0.7 para secciones L.
12. Las ecuaciones planteadas a nivel sección sirven, además, como información de entrada para el cálculo de rigideces efectivas a nivel elemento, conforme a la propuesta de Tena (2019) y Tena-Colunga (2021).
13. Las rigideces efectivas calculadas en elementos estructurales sujetos a flexión, considerando una amplia gama de variables, indica que con la propuesta actual de las NTCC-17 se subestima la rigidez efectiva de estos elementos, en especial para el caso de vigas rectangulares, aun en el debatible supuesto que el refuerzo longitudinal hubiese fluido ante la acción de cargas gravitacionales antes de la acción de la carga accidental extrema por sismo. Por lo tanto, es altamente recomendable que dichas disposiciones reglamentarias se discutan racionalmente y, en su caso, se modifiquen.

Como conclusión general, se considera que los factores de reducción empleados para el cálculo de las rigideces efectivas en los elementos estructurales de un sistema sismorresistente deberían calcularse tomando en cuenta algunas variables que claramente son importantes y podrían agruparse en ecuaciones de uso simple y rápido, pues el considerar valores promedio, como se hace en las NTCC-17, no parece una estrategia que represente el fenómeno adecuadamente. Finalmente, se requieren de estudios adicionales, pues la degradación de rigideces es función también de la ubicación en planta y elevación de los elementos estructurales, rubro que se encuentra actualmente en desarrollo. El reto final radica en plantear propuestas adecuadas para su aplicación práctica en los despachos de diseño estructural.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo de Conacyt para la elaboración de este estudio, como parte del Proyecto de Investigación de Ciencia Básica No. 258271 a cargo del primer autor. Isidro Velázquez agradece la beca de Conacyt, a través del mismo proyecto, para la elaboración de su tesis de licenciatura. Se agradecen los comentarios y sugerencias del revisor anónimo, los cuales ayudaron a mejorar la calidad de este artículo.

REFERENCIAS

1. ACI 318-19 (2019), *Building code requirements for structural concrete (ACI-318-19) and commentary*, Farmington Hills. (MI, USA) American Concrete Institute.
2. Andriano T. y R. Park (1986), "Seismic design considerations of the properties of New Zealand manufactured steel reinforcing bars", *Bull NZ Soc Earthq Eng*, Vol. 19, No. 3, pp. 213-46.
3. Al-Zaid, R. Z., A. H. Al-Shaikh y M. N. Abud-Hussein (1991), "Effect of loading type on the effective moment of inertia of reinforced concrete beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 2, marzo, pp. 184-190.
4. Camacho, C. I. (2021), "Evaluación de la degradación de rigidez en edificios de concreto reforzado de baja y alta ductilidad mediante modelos de plasticidad concentrada", *Tesis de Maestría*, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, marzo.
5. Duan, L., F. Wang y W. Chen (1989), "Flexural rigidity of reinforced concrete members", *Pacific Earthquake Engineering Research Center*, Vol. 86, No. 4, pp. 419-427.
6. Elwood, K. J. y M. O. Eberhard (2009), "Effective stiffness of reinforced concrete columns", *ACI Structural Journal*, Vol. 106, No. 4, pp. 476-484.

7. FEMA-356 (2000), "NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA publication 356", Washington, DC: Federal Emergency Management Agency, noviembre.
8. Godínez, E. A. y A. Tena (2011), "Comportamiento no lineal de marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo metálico chevrón. Propuesta de diseño", *Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS*, No. 85, pp. 61-102, <https://doi.org/10.18867/ris.85.30>.
9. Godínez, E. A., A. Tena, y L. E. Pérez (2012), "Comportamiento sísmico de edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo chevrón", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 86, pp. 55-87, <https://doi.org/10.18867/ris.86.153>.
10. Godínez, E. A. y F. López (2014), "Importancia del diseño de las conexiones viga-columna en la capacidad sismorresistente de edificios dúctiles de concreto reforzado en México", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Volumen 19, No. 2, pp. 113–142.
11. Godínez, E. A., F. España y C. Camacho (2017), "Diseño sísmico de edificios de marcos de concreto reforzado considerando diferentes criterios para la definición de las rigideces efectivas de los elementos estructurales", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Volumen 22, No. 4, pp. 393–420.
12. Godínez, E. A., I. Velázquez, R. E. Silvestre y A. Tena (2018), "Influencia de diferentes variables en la determinación de rigideces efectivas de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión", *Memorias, XXI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Campeche, Campeche, Artículo 02-27, pp. 1-28, noviembre.
13. Godínez, E. A., H. Villafuerte, A. Tena, y O.M. González (2020), "Evaluación del impacto económico de las disposiciones de las NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en edificios de marcos de concreto reforzado no dúctiles", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 25, No. 2, pp. 147-166, <http://dx.doi.org/10.24133/riie.v25i2.1623>.
14. Godínez, E. A., Y. F. Montes y A. Tena (2021), "Evaluación de la degradación de rigidez en elevación en marcos de concreto reforzado de baja ductilidad", *Memorias, XXI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Aguascalientes, Aguascalientes, Artículo 02-24, pp. 1-19, febrero.
15. González O.M. (2018), Comunicación personal.
16. Hage, S.E. y J.G. MacGregor (1974), "Second order analysis of reinforced concrete frames", *Structural Engineering Report No. 9*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Canada, October.

17. Khuntia, M. y S. K. Ghosh (2004a), "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 351-363.
18. Khuntia, M. y S. K. Ghosh (2004b), "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Experimental verification", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 364-374.
19. Luna, J. L. y A. Tena (1999), "Estudio de los criterios del RCDF para el diseño sísmico de edificios regulares con marcos dúctiles de concreto reforzado", *Memorias, XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia, México, Vol. II, pp. 1051-1060, noviembre.
20. Luna, J. L. y A. Tena (2000), "Estudio de los criterios del RCDF para el diseño sísmico de edificios regulares con base en marcos de concreto reforzado con baja ductilidad", *Memorias, XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, León, México, CDROM, noviembre.
21. Mendis, P. (2001), "Plastic hinge lengths of normal and high-strength concrete in flexure", *Advances in Structural Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 189-195.
22. Murugesan, M. (2009), "Stress-strain model of unconfined and confined concrete and stress-block parameters", *Tesis de Maestría*, Texas A&M University.
23. Nangullasmú, H. y A. Tena (2016), "Requisitos mínimos de detallado dúctil en marcos de concreto reforzado protegidos con disipadores histeréticos de energía", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 95, pp. 1-32, <https://doi.org/10.18867/ris.95.381>.
24. NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
25. NTCC-07 (2017), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, No. 220-BIS, diciembre.
26. NZS-06 (2006), "Code of practice for the design of concrete structures", *NZS 3101. Standards Association of New Zealand*. Private Bag. Wellington.
27. Park, R. y T. Paulay (1978), *Estructuras de concreto reforzado*, primera edición, John Wiley & Sons.
28. Park, R., M. J. N. Priestley, W. D. Gill (1982), "Ductility of Square Confined Concrete Columns", *Journal of the Structural Division* ASCE, Vol. 108, No. ST4, pp. 929-950

29. Paulay, T. (1996), "Seismic design of concrete structures the present needs of societies", *Proceedings, 11th World Conference on Earthquake Engineering*, paper No. 2001. ISBN 0080428223.
30. Paulay, T. y M. J. N. Priestley (1992), *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
31. Priestley, M. J. N. (2003), "Myths and fallacies in earthquake engineering, revised", *In the Ninth Mallet Milne Lecture*, Rose School, Pavia, Italia.
32. RCDF-04 (2004), "Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, octubre.
33. RCDF-17 (2017), "Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, diciembre.
34. Scott, B. D., R. Park y M. J. N. Priestley (1982) "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates", *ACI Structural Journal*, Vol. 79, 13-27.
35. Silvestre, R. E. (2018), "Evaluación de la influencia de diferentes parámetros en la determinación de rigideces efectivas en secciones de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, febrero.
36. Tena, A., E. Del Valle y E. Filloy (1996), "Evaluación de las recomendaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal sobre el diseño por sismo de estructuras a base de marcos de concreto reforzado", *Reporte FJBS/CIS-96/06*, Centro de Investigación Sísmica, AC, Fundación Javier Barros Sierra, diciembre.
37. Tena, A. (2001), "Respuesta sísmica de edificios de concreto reforzado irregulares en esbeltez y en elevación diseñados para distorsiones de entrepiso altas", *Memorias, XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Guadalajara, México, CDROM, noviembre.
38. Tena, A. y H. Correa (2008), "Evaluación de los criterios de diseño por sismo del RCDF para marcos dúctiles de concreto reforzado", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 78, pp. 79-101, <https://doi.org/10.18867/ris.78.24>.
39. Tena, A., G. Gatica, L. A. Urbina y L. Victoria (2012), "Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 17, No. 1 y 2, pp. 63-85.
40. Tena, A. y J. Cortés (2014), "Impacto de la redundancia estructural en el comportamiento sísmico de marcos dúctiles de concreto reforzado",

Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, Vol. 19, No. 1, pp. 1-34.

41. Tena, A. y H. Nangullasmú (2013), "Diseño sísmico de marcos no dúctiles de concreto reforzado con disipadores de energía histeréticos: definición de parámetros de diseño", *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 13, No. 2, pp. 275-299.
42. Tena, A. (2018), "Algunos aspectos a considerar en el modelado de estructuras para el análisis y diseño por sismo", *Memorias, XXI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Campeche, Campeche, Conferencia Magistral, pp. 1-100, noviembre.
43. Tena, A. (2019), "Rigideces efectivas de vigas de concreto reforzado para diseño sísmico: mitos y realidades", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 24, No. 1, pp. 1-38, <http://dx.doi.org/10.24133/rije.v24i1.1165..>
44. Tena-Colunga, A., H. Correa-Arizmendi, J. L. Luna-Arroyo y G. Gatica-Avilés (2008), "Seismic behavior of code-design medium rise special moment-resisting frame RC buildings in soft soils of Mexico City", *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 12, pp. 3681-3707, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.026>.
45. Tena-Colunga, A. (2010), "Review of the soft first story irregularity condition of buildings for seismic design", *The Open Civil Engineering Journal*, Vol. 4, pp. 1-15, <http://dx.doi.org/10.2174/18741495010040100001>.
46. Tena-Colunga, A. (2021), "Aspects to consider in the assessment of effective stiffness for reinforced concrete beams", *Journal of Architectural Engineering*, Vol. 27, No. 1, pp. 1-15, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AE.1943-5568.0000451](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AE.1943-5568.0000451).
47. Velázquez, I. (2018), "Determinación de rigideces efectivas en secciones de concreto reforzado sujetas a flexión", *Tesis de Licenciatura*, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, febrero.
48. Wallace, J. y J. Moehle (1989), "BIAX: A computer program for the analysis reinforced concrete sections" *Reporte No. UCB/SEMM-89/12*, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley.
49. Wallace, J. e Y. Ibrahim (1996), "BIAX for MS WINDOWS: Strength Analysis of Reinforced Concrete Sections", *Department of Civil Engineering*, University of California at Berkeley.