

SOFTWARE MODELING OF FRICTION PENDULUM WITH UPLIFT RESTRAINERS

Dimas Francisco Parra García ⁽¹⁾, Arturo Tena Colunga ⁽²⁾

⁽¹⁾ Maestro en Estructuras, Posgrado en Ingeniería Estructural, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo # 180, 02200 Ciudad de México. Correo electrónico:

franciscopaga@hotmail.com.

⁽²⁾ Profesor, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio P4, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 Ciudad de México.

Correo electrónico: atc@correo.azc.uam.mx.

Received: March 2023. Accepted: August 2023. Published: September 2023

ABSTRACT

The rational application of seismic isolation can reduce substantially of the inertial forces developed in the superstructure during a strong earthquake. These lateral forces reduction is also associated to important reductions in overturning moments. However, tensile forces and uplift demands still can be very large for tall and slender buildings. This could be a design issue worth caring about, as conventional sliding isolators and friction pendula are incapable of resisting gracefully significant tensile forces and uplift demands. However, there have already been proposed friction pendulum capable of taking tensile forces and restrain uplifts. In this paper, the authors summarize how this friction pendulum work and show can they be modeled in a practical way combining several elements available in ETABS. The proposed ETABS modeling is calibrated and compared with experimental results reported in the literature, obtaining good approximations.

Keywords: seismic isolation, friction pendulum, uplift restrainers, analytical modeling

MODELADO CON SOFTWARE DE PÉNDULOS DE FRICCIÓN CON RESTRICCIÓN AL ALZAMIENTO

RESUMEN

La aplicación racional de sistemas de aislamiento sísmico puede resultar en una reducción significativa de las fuerzas de inercia desarrolladas en una estructura durante un sismo severo. Si bien esto implica una reducción deseada de los momentos de volteo en la estructura, las fuerzas de alzamiento desarrolladas pueden ser lo suficientemente grandes en estructuras altas y/o esbeltas, como para ser motivo de preocupación, debido a la incapacidad inherente de los aisladores deslizantes y pendulares, para resistir fuerzas de tensión. Se han

propuesto ya péndulos de fricción capaces de restringir adecuadamente el desplazamiento vertical ante cargas de alzamiento. En este trabajo se presenta cómo operan estos dispositivos y cómo se pueden modelar de manera práctica utilizando elementos ya disponibles en la librería del programa ETABS. El modelado propuesto se calibra y compara con los resultados obtenidos en ensayos experimentales, obteniéndose una buena aproximación.

Palabras clave: aislamiento sísmico, péndulos de fricción, restricción al alzamiento, modelado analítico

1 INTRODUCCIÓN

Generalmente, el diseño de estructuras aisladas sísmicamente se ha realizado de modo que se evite el levantamiento en los aisladores deslizantes o pendulares. En estructuras esbeltas aisladas sísmicamente, las demandas de alzamiento son muy peligrosas en sistemas deslizantes y péndulos de fricción. Las fuerzas dinámicas netas de tensión ponen en riesgo la estabilidad dinámica de los péndulos de fricción, porque dependen de que la carga neta sea de compresión para disipar energía (Almazán y De la Llera 2003, Roussis y Constantinou 2006). Además, en un péndulo de fricción, la pérdida de contacto y el impacto en el retorno pueden generar una respuesta mayor de la estructura y grandes fuerzas axiales en las columnas, además de inestabilidad, si la fuerza de alzamiento es muy grande (Almazán y De la Llera 2003, Roussis y Constantinou 2006).

Por ello, con frecuencia ha sido inevitable realizar cambios en el sistema estructural por encima del sistema de aislamiento en edificios esbeltos. Sin embargo, en ocasiones las limitaciones en la arquitectura del proyecto y la funcionalidad impiden la modificación del sistema estructural para evitar levantamientos o tensiones en los sistemas pendulares. En consecuencia, surgió la necesidad de desarrollar sistemas pendulares que resistan fuerzas de tensión o restrinjan la elevación (Roussis y Constantinou 2005).

Dada la tendencia al alza a nivel mundial del empleo del aislamiento sísmico en edificios altos y esbeltos en tiempos recientes, será cada vez más frecuente intentar dar soluciones seguras a proyectos donde se presenten grandes demandas de tensión y/o fuerzas de alzamiento en sistemas pendulares. Por ello, será necesario emplear péndulos de fricción que dispongan de dispositivos que restrinjan su desplazamiento vertical, como los estudiados por Roussis y Constantinou (2005 y 2006). En este trabajo se presenta en las siguientes secciones cómo se pueden modelar razonablemente el sistema pendular desarrollado por Roussis y Constantinou (2005 y 2006) empleando y combinando elementos disponibles en la librería del programa ETABS, calibrándolos y comparándolos con los resultados reportados de ensayos experimentales.

2 PÉNDULO DE FRICCIÓN CON RESTRICCIÓN AL ALZAMIENTO

Roussis y Constantinou (2005) desarrollaron y ensayaron, analítica y experimentalmente, un nuevo aislador de péndulo de fricción que restringe la

elevación. Este aislador sísmico, llamado XY-FP, se caracteriza por tener las siguientes características únicas (Roussis y Constantinou 2005):

- Proporciona una prevención eficaz contra el alzamiento, independientemente del estado de desplazamiento del aislador;
- Permite el desacoplamiento del movimiento horizontal a lo largo de dos direcciones ortogonales;
- Tiene la capacidad de proporcionar una rigidez y disipación de energía distintas a lo largo de las direcciones principales de deslizamiento del aislador.

Mientras que en principio es similar a un aislador de péndulo de fricción convencional, el aislador XY-FP consiste en dos barras cóncavas opuestas de acero inoxidable (Figura 1) que forman un mecanismo de movimiento bidireccional. Bajo la restricción impuesta de permanecer perpendiculares (a excepción de una pequeña rotación alrededor del eje vertical), las dos barras pueden moverse independientemente entre sí (Roussis y Constantinou 2005). En particular, el movimiento consta de dos componentes independientes: (1) deslizamiento de la viga superior a lo largo de la viga inferior (fija); y (2) deslizamiento de la viga superior con respecto al bloque de conexión en dirección perpendicular al eje de la viga inferior. Además, el aislador XY-FP está diseñado con la capacidad de resistir pequeñas rotaciones (aproximadamente 4 grados) alrededor del eje vertical para adaptarse a la posible rotación de la estructura (Roussis y Constantinou 2005).



Figura 1 Péndulo de fricción XY-FP, con restricción al alzamiento (tomada de Roussis y Constantinou 2005)

Bajo la premisa de que el movimiento bidireccional admite el desacoplamiento a lo largo de los ejes principales del aislador, la relación constitutiva que define su comportamiento se puede establecer convenientemente con respecto al sistema de coordenadas locales. En la Figura 2 se muestra una vista en planta del aislador deformado, cuya orientación está definida por el ángulo (θ) que forma la barra inferior con el eje X global, en su posición deformada $U = [U_x \ U_y]^T$, bajo la acción de una fuerza horizontal $F = [F_x \ F_y]^T$. El vector de desplazamiento correspondiente al sistema de ejes locales está dado por (Roussis y Constantinou 2005):

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Como señalan Roussis y Constantinou (2005), las componentes de desplazamiento U_1 y U_2 están asociadas a movimientos independientes a lo largo de los ejes principales del aislador, es decir, deslizamiento superior a lo largo de la barra inferior (eje local 1) y deslizamiento de la barra superior en dirección perpendicular a la barra inferior (eje local 2).

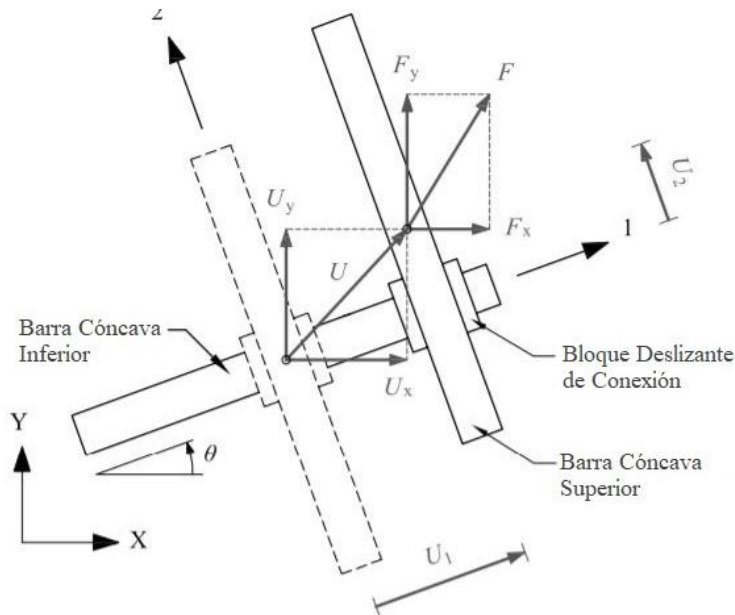


Figura 2 Vista en planta de aislador XY-FP en su posición deformada (adaptada de Roussis y Constantinou 2005)

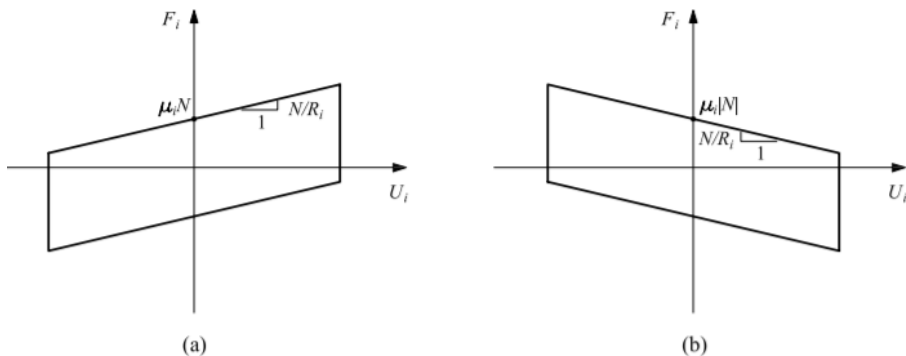


Figura 3 Relación fuerza-desplazamiento del aislador XY-FP, (a) bajo fuerza de compresión y, (b) bajo fuerza de tensión (tomada de Roussis y Constantinou 2005)

La relación fuerza desplazamiento teórica del aislador XY-FP bajo fuerza normal de tensión y/o compresión se representa gráficamente en la Figura 3. Los coeficientes μ_1 y μ_2 , que representan a los coeficientes de fricción de las barras inferior y superior, respectivamente, pueden tener valores diferentes, dependiendo si el aislador se desplaza bajo fuerzas de compresión o tensión, mientras que las variables N y R representan la fuerza normal (compresión o tensión) y el radio de

curvatura de las barras del aislador, respectivamente. Cabe señalar que, bajo carga de tensión, el aislador tiene una rigidez negativa. Esto no implica inestabilidad del sistema, ya que, bajo un diseño razonable, es prácticamente imposible que todos los aisladores de una edificación estén en tensión (Roussis y Constantinou 2005).

3 COMPORTAMIENTO A NIVEL DISPOSITIVO

3.1 Pruebas experimentales

Uno de los parámetros de mayor relevancia en el comportamiento de los aisladores deslizantes es el coeficiente de fricción, el cual depende en gran medida de la presión, la temperatura y la velocidad de deslizamiento, además del material de interface de los elementos deslizantes. El coeficiente de fricción se puede calcular con la siguiente ecuación (Roussis y Constantinou 2005):

$$\mu_s = f_{max} - (f_{max} - f_{min})e^{-a|\dot{u}|} \quad (2)$$

Es necesario determinar los coeficientes de fricción de deslizamiento que, en condiciones de funcionamiento, en ocasiones la velocidad de deslizamiento (\dot{u}) será pequeña. Por lo tanto, existe un coeficiente de fricción mínimo (f_{min}), y cuando la velocidad de desplazamiento aumenta, se determina un coeficiente de fricción máximo (f_{max}), mientras que el parámetro que controla la variación del coeficiente de fricción es a .

En el programa de pruebas del aislador XY-FP (Figura 1), con las dimensiones mostradas en la Figura 4, se realizaron pruebas de desplazamiento controlado con cargas normales (de compresión y tensión), con diferentes orientaciones del aislador (0° , 45° y 90°) con respecto a la aplicación del desplazamiento y diferentes velocidades máximas de deslizamiento (Roussis y Constantinou 2005).

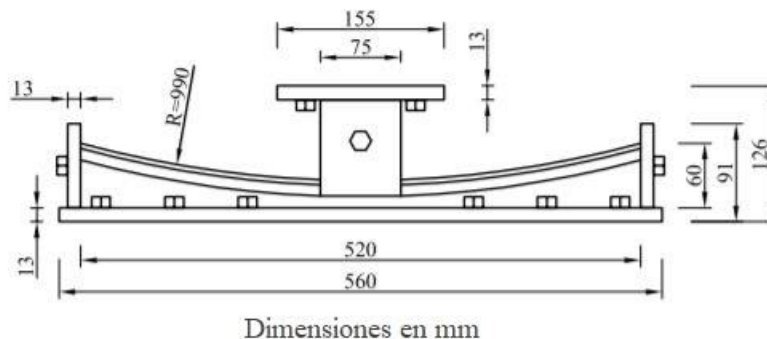


Figura 4 Sección del aislador XY-FP utilizado en las pruebas experimentales (adaptado de Roussis y Constantinou 2005)

La historia de desplazamientos impuesta se muestra en la Figura 5. La prueba comenzó con un tiempo de inactividad de 10 segundos, seguido de un lapso de 60 segundos, en el que se alcanzó el desplazamiento máximo (u_0) de 100 mm con una velocidad de deslizamiento muy baja. Durante el deslizamiento en el lapso de 60 segundos, se encontraron condiciones que permitieron medir el

coeficiente de fricción de ruptura (o estático) al inicio del movimiento, y el coeficiente de fricción de deslizamiento mínimo (f_{min}). Posteriormente, la historia de desplazamientos continuó con un periodo de inactividad de 10 segundos y, finalmente, un periodo de tiempo con desplazamiento armónico de poco más de tres ciclos, de donde se determinó el coeficiente de fricción máximo (f_{max}). En la Tabla 1 se presenta un resumen de los valores obtenidos en las diferentes pruebas realizadas.

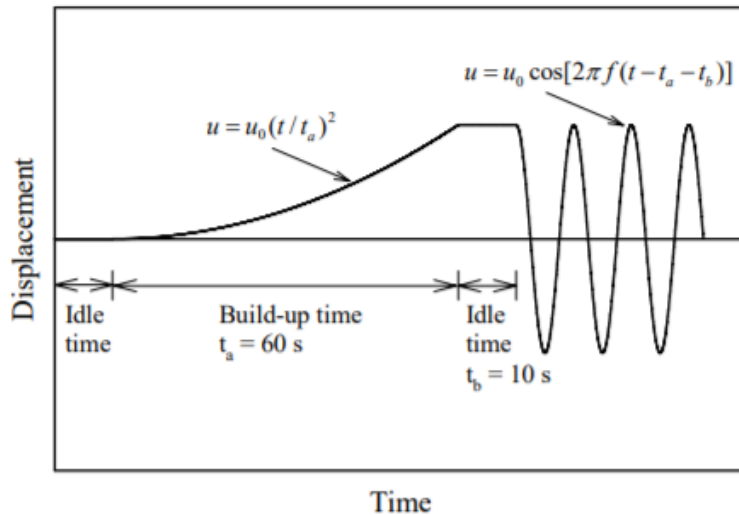


Figura 5 Historia de desplazamientos impuesta a los aisladores XY-FP en pruebas experimentales (tomada de Roussis y Constantinou 2005)

Tabla 1 Coeficientes de fricción de deslizamiento (adaptado de Roussis y Constantinou 2005)

| | Barra inferior del aislador | | | | Barra superior del aislador | | | |
|-----------|-----------------------------|-------|-------|---------|-----------------------------|-------|-------|---------|
| | Fuerza normal (kN) | | | | Fuerza normal (kN) | | | |
| | Compresión | | | Tensión | Compresión | | | Tensión |
| | 27 | 54 | 108 | 27 | 27 | 54 | 108 | 27 |
| f_{min} | 0.061 | 0.044 | 0.032 | 0.058 | 0.046 | 0.045 | 0.026 | 0.070 |
| f_{max} | 0.142 | 0.110 | 0.070 | 0.079 | 0.137 | 0.106 | 0.066 | 0.083 |
| a (s/m) | 112 | 61.9 | 67.2 | 48.9 | 11.3 | 14.7 | 14.8 | 62.0 |

En la Figura 6 se muestran las curvas de relación fuerza-desplazamiento correspondientes a las pruebas experimentales realizadas con el aislador a 0° con respecto a la aplicación del desplazamiento y con una velocidad máxima de deslizamiento de 503 mm/s para cargas normales de compresión de 27, 54 y 108 kN, y para carga de tensión de 27 kN. Con los resultados mostrados en la Figura 6 se demuestra la dependencia del coeficiente de fricción de la fuerza normal que se aplique al aislador.

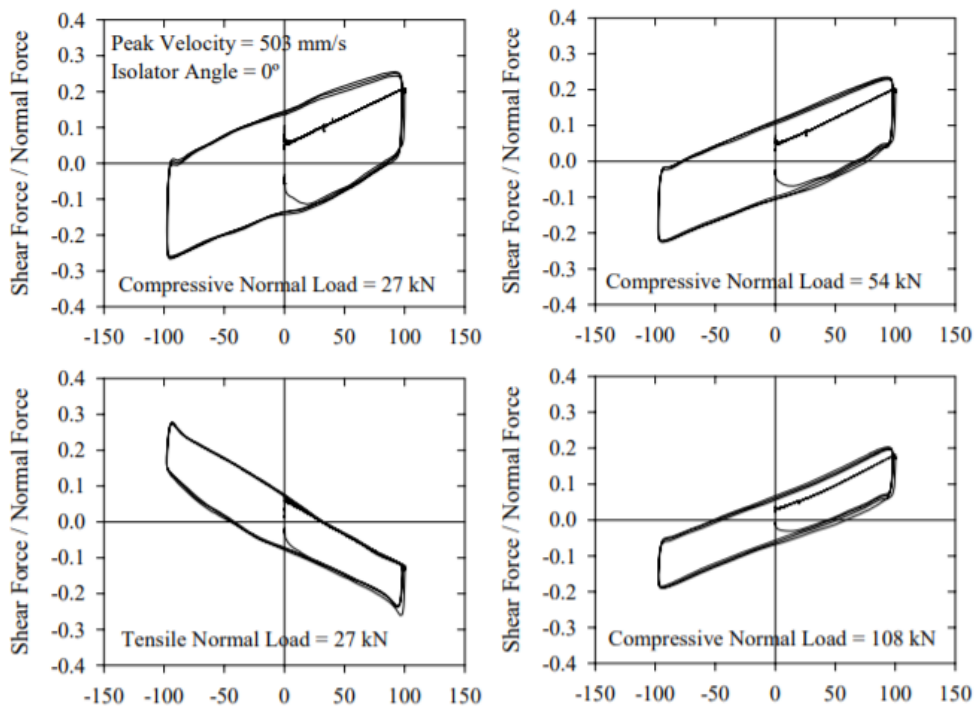


Figura 6 Curvas histeréticas normalizadas de fuerza-desplazamiento, obtenidas de pruebas experimentales del aislador XY-FP individual (tomadas de Roussis y Constantinou 2005)

3.2 Modelado analítico con software comercial

Utilizando la propiedad de aislador de péndulo de fricción de doble acción incluida en las herramientas de ETABS (CSI 2017) basada, precisamente, en la investigación desarrollada por Roussis y Constantinou (2005), se desarrollaron las pruebas analíticas de calibración del aislador XY-FP. Análogamente a las pruebas experimentales descritas en la sección anterior, se realizaron las pruebas analíticas correspondientes al modelo del aislador individual sometido al registro de desplazamientos representado en la Figura 7, el cual es similar al que ellos emplearon (Figura 5).

Los parámetros necesarios para el modelado del aislador de doble acción (T/C Friction Isolator) son los mostrados en la Tabla 1, los cuales dependen de la fuerza normal actuante en el aislador, es decir, se realizaron cuatro modelos diferentes para compararlos con aquellos realizados en las pruebas experimentales. Como ejemplo, en la Figura 8 se muestra la ventana de ETABS dónde se introducen las propiedades correspondientes al grado de libertad horizontal del aislador XY-FP sometido a una carga normal de compresión de 27 kN. La rigidez vertical para las pruebas de desplazamiento controlado se propuso de 1000 kN/mm, ya que se supone que el aislador es prácticamente indeformable verticalmente.

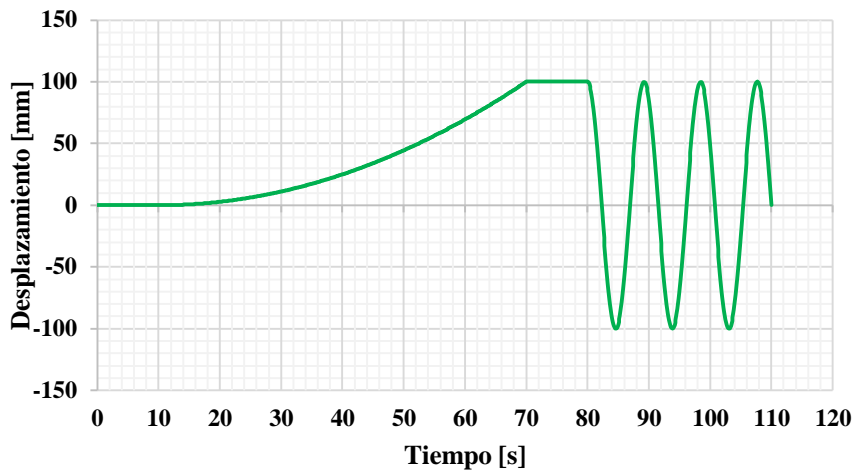


Figura 7 Historia de desplazamientos impuestos para la prueba de aisladores XY-FP

Figura 8 Ingreso de propiedades no lineales del aislador XY-FP en el ETABS (CSI 2017) cuando se somete a una carga axial de compresión de 27 kN

Para obtener las curvas normalizadas de la relación fuerza-desplazamiento de los aisladores, se realizaron análisis no lineales paso a paso de integración directa con los resultados que se muestran en la Figura 9. Cada una de las gráficas corresponde a los cuatro modelos reportados por Roussis y Constantinou (2005) y que se diferencian por la carga axial aplicada (Figura 6). En general, se observa un muy buen ajuste con aquéllos reportados por Roussis y Constantinou (2005), mostrados en la Figura 6. Sin embargo, para el aislador con carga de tensión de 27 kN, se encontró una diferencia considerable entre los resultados analíticos y los experimentales.

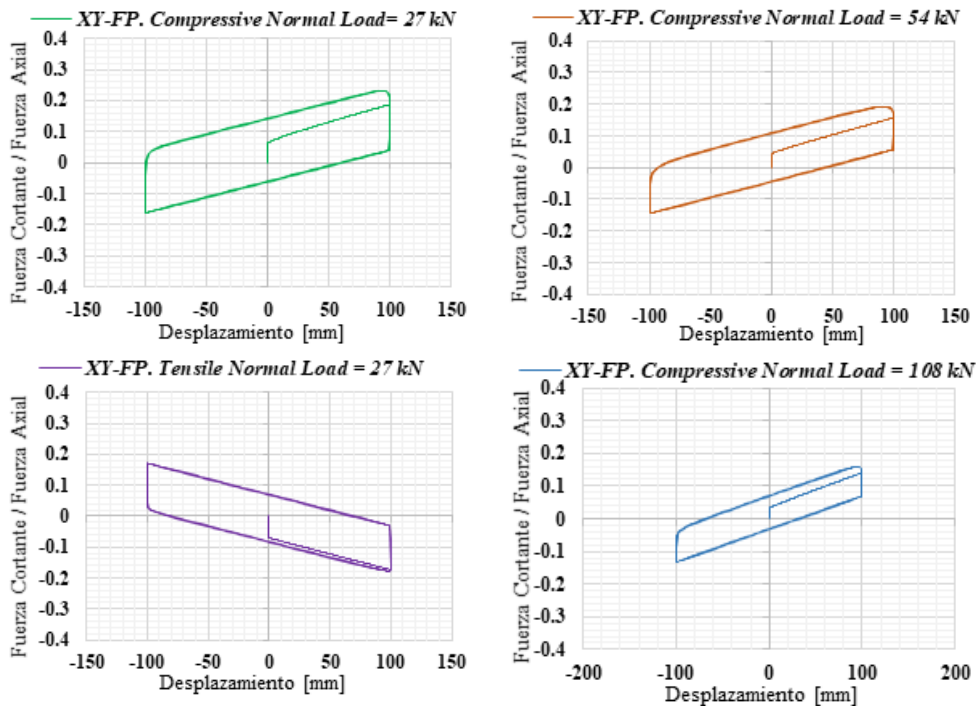


Figura 9 Curvas histeréticas normalizadas de fuerza-desplazamiento del aislador XY-FP individual, obtenidas de análisis dinámico no lineales con el ETABS

4 COMPORTAMIENTO INSTALADO EN UNA ESTRUCTURA

4.1 Pruebas en mesa vibradora

Roussis y Constantinou (2005) realizaron pruebas en mesa vibradora de un modelo a escala $\frac{1}{4}$, donde se incluyeron estos péndulos de fricción XY-FP a una superestructura metálica de cinco niveles con una crujía en cada dirección ortogonal con dimensión de 1.321 m por lado (Figura 10). La altura de los entrepisos fue de 1.092 m para el primer nivel y 1.194 m para los siguientes cuatro niveles, para dar una altura total de 5.868 m, con lo cual se tiene una relación de esbeltez $H/L = 5.868/1.321 = 4.44$, que resulta en una esbeltez considerable para edificios aislados. En la Figura 10a se muestran los cortes laterales esquemáticos del sistema estructural en sentido longitudinal y transversal, donde se observa que, para simular una estructura real, se agregó masa adicional en cada uno de los entrepisos. En la Figura 10b se presenta una fotografía del modelo montado sobre la mesa vibradora y los aisladores sísmicos XY-FP. En la Figura 11 se muestran las secciones de los elementos estructurales que componen el modelo.

El programa de pruebas experimentales en mesa vibradora involucró una serie de registros sísmicos reales, con aceleraciones del terreno horizontales y verticales. Además, el sistema de aislamiento sísmico fue probado con diferentes orientaciones con respecto a la orientación de la excitación sísmica, específicamente a 0° , 45° y 90° (Roussis y Constantinou 2005).

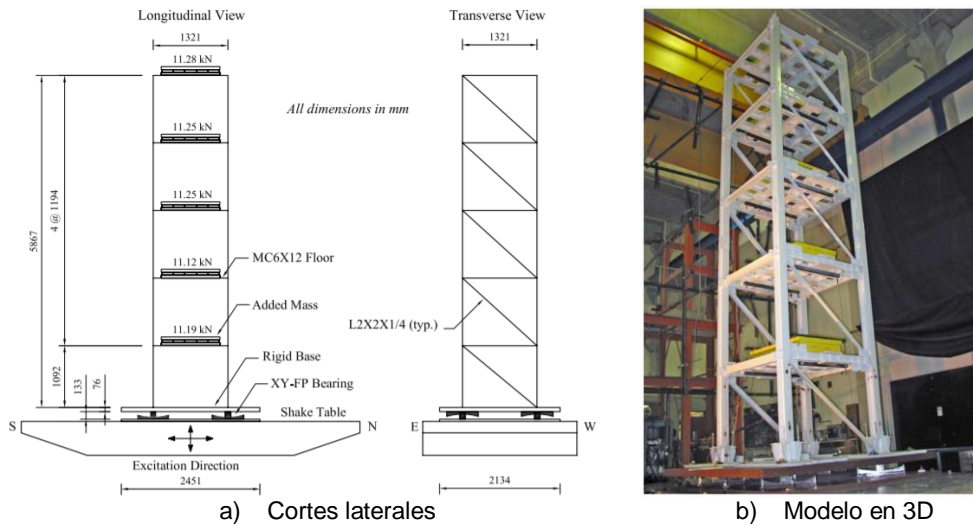


Figura 10 Modelo estructural a escala ¼ ensayado experimentalmente. Tomado de Roussis y Constantinou (2005)

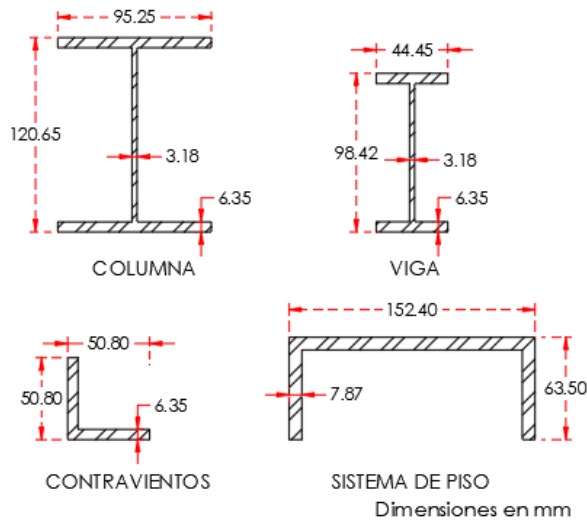


Figura 11 Perfiles estructurales utilizados en el modelo a escala ¼ ensayado experimentalmente. Adaptado de Roussis y Constantinou (2005)

En las simulaciones sísmicas del modelo con aisladores de base XY-FP, se observó que las cargas del modelo estructural eran muy pequeñas y los cambios ligeros en la carga axial producían una gran variación en las propiedades de fricción del sistema de aislamiento (Roussis y Constantinou 2005). Debido a la baja presión de contacto, los aisladores XY-FP exhibieron un coeficiente de fricción de deslizamiento alto, en el intervalo de 0.12-0.15, lo que limita el desempeño del sistema de aislamiento. Esta característica de incertidumbre en las propiedades de fricción es característica del modelo ensayado en las pruebas experimentales, y no aplica para condiciones reales ya que, en esos casos, el diseño se lleva a cabo para cargas bastante elevadas (Roussis y Constantinou

2005), particularmente porque los edificios esbeltos normalmente cuentan con un importante número de pisos.

Entonces, con el fin de hacer que el sistema de aislamiento fuera más eficiente, permitiendo mayores desplazamientos, se aplicó lubricación sucesiva en la zona de contacto, durante el deslizamiento, de las partes del aislador durante el programa de prueba. El proceso de lubricación resultó en un coeficiente de fricción en el intervalo de 0.06 y 0.10 (Roussis y Constantinou 2005). Con base en dichas consideraciones, se realizaron las pruebas de excitación sísmica del modelo estructural en mesa vibradora. Una de los registros de aceleración considerados fue El Centro 1940 componente S00E, el cual se muestra en la Figura 12 ya escalado en el tiempo por similitud dinámica en modelos a escala $\frac{1}{4}$. En la Figura 13 se muestra la historia de desplazamientos horizontales de la base del modelo (encima del sistema de aislamiento), correspondiente a la prueba realizada con el registro de aceleración de El Centro 1940 en su componente S00E, pero escalado en amplitud al 200%, y con una orientación del sistema de aislamiento de 0° , es decir, la dirección del movimiento coincide con la dirección de la barra superior del aislador XY-FP (Roussis y Constantinou 2005).

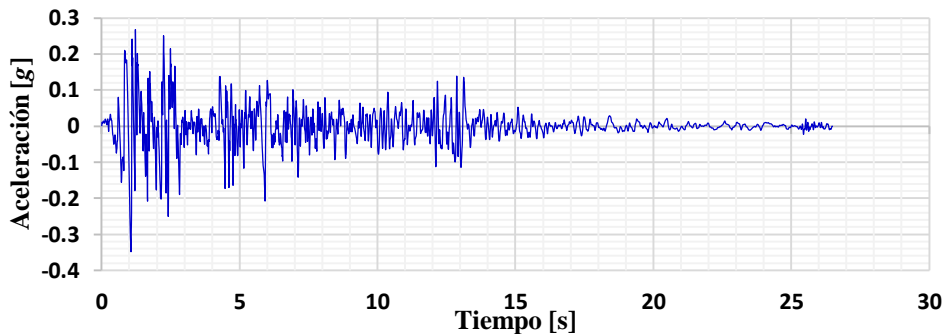


Figura 12 Registro de aceleración de El Centro 1940 S00E con $PGA = 0.35 g$. Escalado a la mitad del tiempo de su duración original, según se empleó en las pruebas de mesa vibradora reportadas por Roussis y Constantinou (2005)

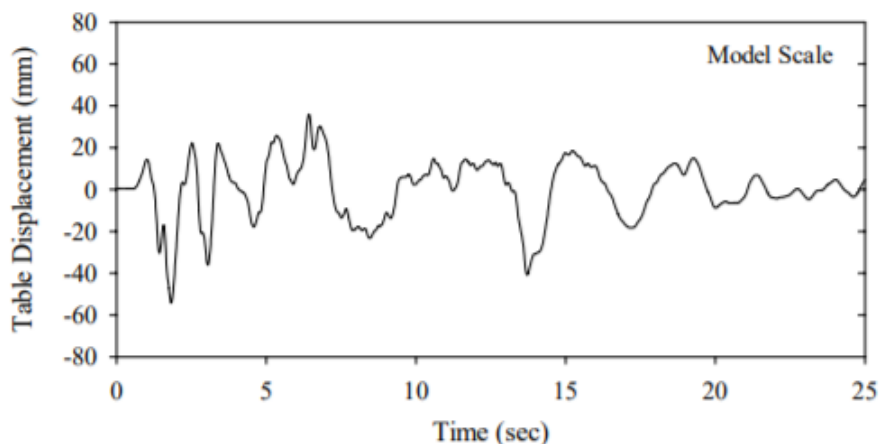


Figura 13 Historia de desplazamientos horizontales al nivel de la base del modelo (sobre los aisladores), para el registro de aceleración de El Centro S00E escalado al 200%. Tomado de Roussis y Constantinou (2005)

4.2 Modelado analítico con software comercial

El modelo ensayado en mesa vibradora se discretizó en el programa ETABS empleando la información proporcionada en Roussis y Constantinou (2005) y que una parte relevante se reporta en las Figuras 10 y 11. Primero se realizó la calibración dinámica del modelo estructural a escala $\frac{1}{4}$ empotrado calculando sus periodos y modos de vibración realizando un análisis modal. En la Figura 14 se presentan los primeros dos modos de vibración en la dirección de análisis, que es la identificada como longitudinal en la Figura 10a. Las frecuencias de vibración calculadas para los primeros tres modos de vibración en dirección longitudinal fueron de 2.439 Hz, 8.283 Hz y 16.337 Hz respectivamente, que comparadas con las frecuencias de vibración obtenidas experimentalmente, en la misma dirección de análisis, con valores de 2.3 Hz, 8.6 Hz y 16.4 Hz (Roussis y Constantinou 2005) se concluye que existe una similitud muy razonable, por lo que se consideró un modelo adecuado para realizar las simulaciones subsecuentes.

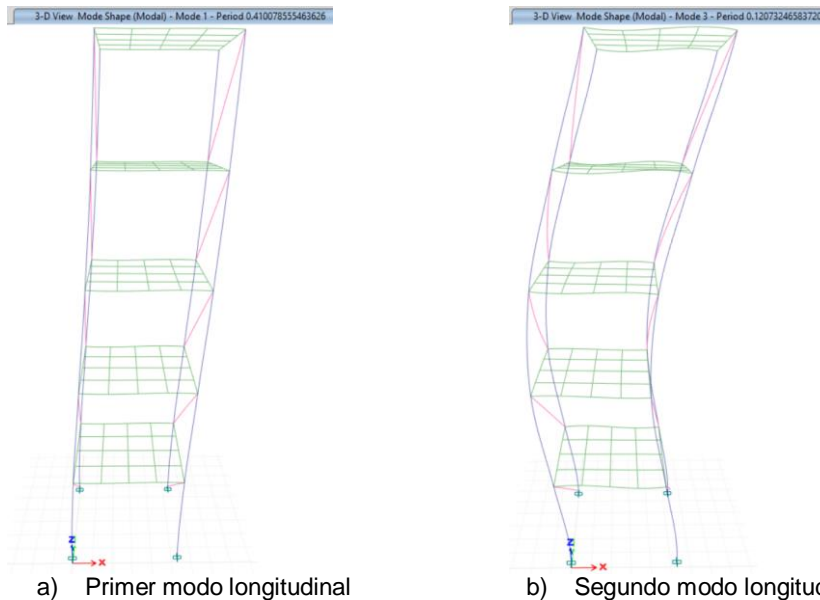


Figura 14 Modos de vibración en la dirección longitudinal del modelo ETABS empotrado en la base

Para realizar los análisis del modelo aislado sometido a los registros sísmicos, se tomaron en cuenta las recomendaciones reportadas por Roussis y Constantinou (2005), para modelar los aisladores XY-FP en ETABS, dónde se indica que las propiedades de fricción a lo largo de las direcciones principales de deslizamiento del aislador bajo la carga normal de compresión y/o tensión son idénticas. En consecuencia, los aisladores se modelaron utilizando valores del coeficiente de fricción $f_{max} = 0.06-0.10$, $f_{min} = 0.03$, $a = 0.031$ s/mm y radio de curvatura $R = 990$ mm. Además, al igual que en los análisis de los aisladores XY-FP individuales, la rigidez vertical y rotacional se propuso de 1000 kN/mm, ya que se supone que el aislador XY-FP es prácticamente indeformable en esos grados de libertad.

Al igual que en las pruebas experimentales, se realizó un análisis dinámico no lineal paso a paso de integración directa en el modelo aislado del ETABS expuesto al registro de aceleración de El Centro S00E escalado al 200% de su aceleración máxima. En la Figura 15 se muestra la respuesta en desplazamientos horizontales obtenida en la base de la estructura (encima del sistema de aislamiento). Se observa una similitud razonable con la respuesta obtenida en la prueba experimental y mostrada en la Figura 13, sin hacer ajustes de ningún tipo. Por supuesto, siempre se pueden obtener mejores aproximaciones variando algunos parámetros de los aisladores o de los elementos estructurales en los análisis no lineales en el ETABS. Sin embargo, ese no era el objetivo de este trabajo, sino el valorar el nivel de aproximación que cualquier interesado puede obtener con información experimental de los aisladores XY-FP, sin conocer, *a priori*, su respuesta medida o "real", por ser esto más representativo de lo que ocurriría en el diseño de una estructura cualquiera.

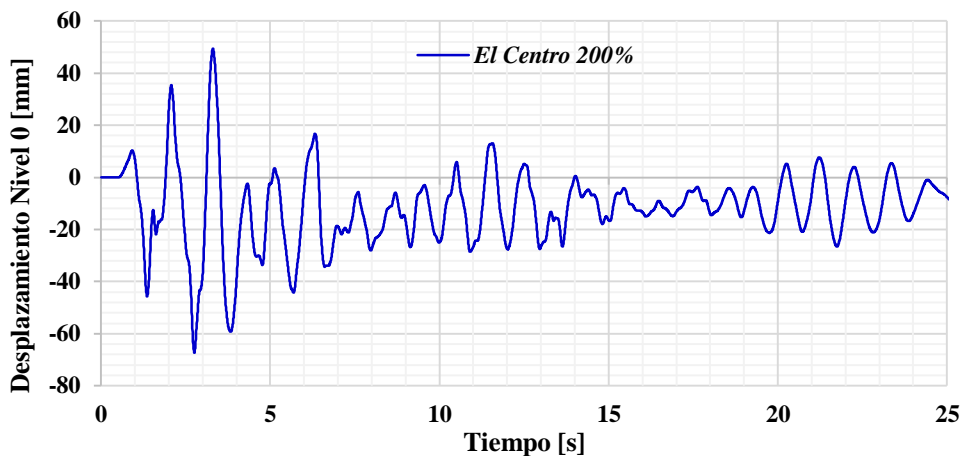


Figura 15 Historia de desplazamientos horizontales al nivel de la base del modelo (sobre los aisladores), obtenida de un análisis no lineal en ETABS, para el modelo sometido al registro de aceleración El Centro S00E escalado al 200%

5 COMENTARIOS FINALES

En estructuras altas y/o esbeltas aisladas sísmicamente, se pueden generar fuerzas de alzamiento o tensión suficientemente grandes como para ser motivo de preocupación, debido a la baja capacidad de los aisladores deslizantes y pendulares convencionales para resistir fuerzas de tensión. Sin embargo, Roussis y Constantinou propusieron y ensayaron con éxito los péndulos de fricción XY-FP, capaces de restringir adecuadamente el desplazamiento vertical ante cargas de alzamiento.

En este trabajo se presentó cómo se pueden modelar de manera práctica los péndulos de fricción XY-FP en el ETABS utilizando elementos ya disponibles en su librería. El modelado propuesto se calibró y comparó con los resultados obtenidos en ensayos experimentales a nivel dispositivo y en modelos de edificios a escala $\frac{1}{4}$ ensayados en mesa vibradora, obteniéndose buenas aproximaciones para fines prácticos. De esta manera, los autores consideran que, con base en estas calibraciones exitosas, se podrán en el futuro realizar con confianza diversas investigaciones analíticas o proyectos de diseño de estructuras reales (por

construirse) que permitan valorar las ventajas y limitaciones al usar este péndulo de fricción en un universo de edificios más extenso y complejo.

AGRADECIMIENTOS

Dimas Francisco Parra García agradece la beca otorgada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (Conacyt), que le permitió involucrarse en este proyecto de investigación en el desarrollo de su tesis de maestría en el Posgrado de Ingeniería Estructural de la UAM Azcapotzalco.

REFERENCIAS

1. Almazán, J. L. y J. C. de la Llera (2003), "Accidental torsion due to overturning in normally symmetric structures isolated with the FPS", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32, pp. 919-948.
2. CSI (2017), *ETABS V18.1.1 Analysis reference manual*, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California.
3. Roussis, P. C. y M. C. Constantinou (2005), "Experimental and analytical studies of structures seismically isolated with an uplift-restraint isolation system", *Technical Report MCEER-05-0001*, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, University at Buffalo, State University of New York.
4. Roussis, P. C. y M. C. Constantinou (2006), "Uplift-restraining friction pendulum seismic isolation system", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 35, No. 5, pp. 577-593.