

EFFECTIVE FLEXURAL STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS AND BEAMS IN SPECIAL MOMENT FRAMES

Roberto Gilces Basurto⁽¹⁾, Roberto Aguiar Falconi⁽²⁾.

⁽¹⁾ Facultad de Post-Grado, Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Ecuador.

rgilces3468@utm.edu.ec

⁽²⁾ Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Av. Gral. Rumiñahui, Valle de los Chillos, Ecuador.

roberto.aguiar.falconi@gmail.com

Received: February, 2025; Accepted: April, 2025;

Published: May, 2025

ABSTRACT

This study analyzes the variability of the effective flexural stiffness in elements of special moment frames, considering factors such as the element's location within the structure, floor angular distortion, and the demand/capacity (D/C) ratio. The results show that elements on lower floors exhibit lower stiffness, that angular distortion has a greater impact on elements with low axial load (<5% of their capacity), and that as the D/C ratio approaches 1, the initial stiffness decreases significantly. These findings suggest that commonly used effective stiffness values in the design phase do not accurately reflect the true stiffness of the structure.

Keywords: flexural stiffness, angular distortion, demand/capacity ratio, seismic design.

RIGIDEZ EFECTIVA A FLEXIÓN DE COLUMNAS Y VIGAS DE CONCRETO REFORZADO EN PÓRTICOS ESPECIALES RESISTENTES A MOMENTO

RESUMEN

Este estudio analiza la variabilidad de la rigidez efectiva a flexión en elementos de pórticos especiales resistentes a momento de concreto reforzado, considerando factores como la ubicación en la estructura, la distorsión angular de piso y la relación demanda/capacidad (D/C). Los resultados muestran que los elementos en pisos inferiores tienen menor rigidez, que la distorsión angular impacta más en elementos con carga axial baja (<5 % de su capacidad), y que a medida que la relación D/C se aproxima a 1, la rigidez inicial disminuye significativamente. Estos hallazgos sugieren que los valores de rigidez efectiva comúnmente empleados en la etapa de diseño, no estarían reflejando con precisión la rigidez de la estructura.

Palabras Claves: rigidez a flexión, distorsión angular, demanda/capacidad, diseño sísmico.

1. INTRODUCCIÓN

La rigidez efectiva a flexión de columnas y vigas de concreto reforzado en pórticos especiales resistentes a momento constituye un parámetro fundamental para estimar con precisión la respuesta estructural de estos sistemas. Su determinación está estrechamente vinculada con la caracterización de la rigidez global de la estructura, lo cual es esencial para establecer la equivalencia entre procedimientos estáticos y la respuesta dinámica representada en los espectros de diseño (Chopra, 2014).

Este parámetro refleja la variación de las propiedades geométricas y mecánicas de las secciones transversales a lo largo de la longitud de los elementos estructurales (Tena, 2019). No obstante, su estimación es compleja, ya que dichas propiedades dependen del nivel de esfuerzo que experimenta cada elemento durante su vida útil, lo que las hace variables en el tiempo y sensibles al historial de carga (Hage, 1974).

Diversos estudios han abordado el cálculo de la rigidez efectiva a flexión en elementos de concreto reforzado, aunque desde enfoques variados. Hage (1974) analizó de manera analítica la variación de la rigidez efectiva a flexión de una viga de concreto reforzado en un marco de un vano y un piso, bajo condiciones de carga gravitacional, lateral de viento y su combinación. Khuntia y Ghosh (2004) realizaron un análisis paramétrico de la rigidez efectiva seccional a flexión en columnas y vigas de concreto reforzado, considerando variables como la relación de refuerzo, la carga axial, la excentricidad y la resistencia a compresión del concreto.

Por otro lado, Tena (2019) propuso un enfoque para calcular la rigidez efectiva a flexión de vigas de concreto reforzado, teniendo en cuenta dos zonas potenciales de daño en sus extremos. Godínez et al. (2021) llevaron a cabo un análisis paramétrico de la rigidez seccional a flexión, incluyendo variables como la forma de la sección transversal, la relación de aspecto, la resistencia a la compresión, la relación de refuerzo a tracción, la relación de refuerzo a tracción y compresión, y el confinamiento transversal. Camacho (2021) analizó la rigidez efectiva a flexión de vigas de concreto reforzado, tomando en cuenta la ubicación del elemento, mediante análisis dinámico no lineal, utilizando modelos de plasticidad concentrada y diagramas momento-rotación bilineales.

Sin embargo, estos estudios presentaron ciertas limitaciones, tales como el análisis centrado en un único prototipo (Hage, 1974), la falta de consideración explícita de la longitud del elemento (Khuntia & Ghosh, 2004), la omisión del posible daño en la zona central de los elementos (Tena, 2019), la no consideración de la interacción global entre los elementos (Godínez et al., 2021), y el uso de diagramas bilineales que no incluyen el momento resistente de fisuración (Camacho, 2021).

En este contexto, el presente estudio retoma las fortalezas de investigaciones previas y amplía su enfoque mediante la incorporación de variables clave como la distorsión angular de piso, la relación demanda/capacidad y la ubicación del elemento a lo largo de la altura del edificio. La consideración conjunta de estos factores permite una caracterización más realista del comportamiento estructural y contribuye significativamente a reducir la incertidumbre en la estimación de la rigidez efectiva, especialmente durante las etapas iniciales de diseño.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 GENERALIDADES

La rigidez efectiva a flexión a nivel seccional de los elementos se obtuvo a partir de diagramas momento-curvatura. Esta se estimó mediante tres criterios de cálculo: rigidez tangente, rigidez secante y rigidez bilineal, los cuales se muestran en la Figura 1. La Figura 1a muestra el criterio de rigidez tangente, definido como la relación entre incrementos de momento y de curvatura entre dos puntos consecutivos. La Figura 1b presenta el criterio de rigidez secante, que corresponde a la razón entre el momento y la curvatura en un punto cualquiera. Por último, la Figura 1c representa el criterio de rigidez bilineal, definido por dos pendientes: una inicial, desde el origen hasta el punto de fluencia, y otra post-fluencia, entre el momento de fluencia y el momento último.

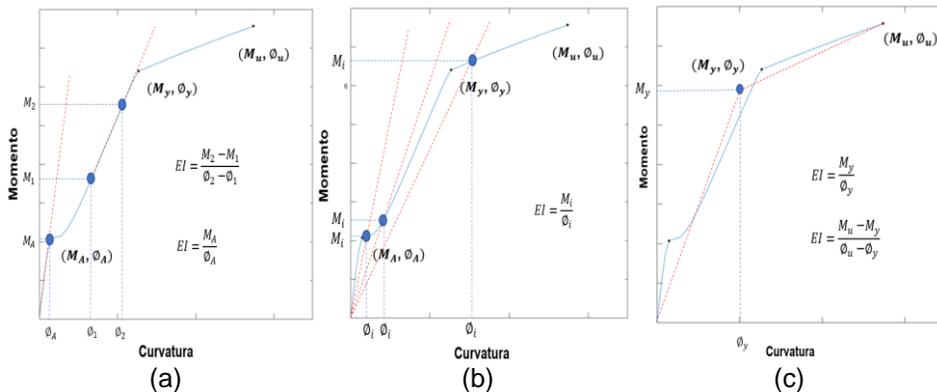


Figura 1. Criterios de cálculo de rigidez efectiva a flexión a nivel seccional. a) Rigidez Tangente. b) Rigidez Secante. c) Rigidez Bilineal.

Para evaluar la precisión de estos criterios, se desarrolló un modelo analítico siguiendo los lineamientos expuestos en la sección 2.2, y se compararon sus resultados con datos experimentales. El modelo se basó en el estudio experimental de Joza y Rivas (2019), quienes ensayaron un pórtico de concreto reforzado de un vano y un piso, sometido a carga lateral monótonica creciente, registrando el desplazamiento en el techo.

Dicha comparación se presenta en la Figura 2, la cual muestra las curvas carga-desplazamiento obtenidas del modelo analítico junto con la correspondiente a los datos experimentales. La gráfica ilustra cómo cada criterio influyó de manera distinta en la estimación de la respuesta estructural, siendo el criterio de rigidez tangente el que mejor reprodujo el comportamiento experimental en un rango más amplio de desplazamiento.

En consecuencia, se decidió continuar el desarrollo del estudio utilizando únicamente el criterio de rigidez tangente, dado que fue el que mostró la mejor aproximación.

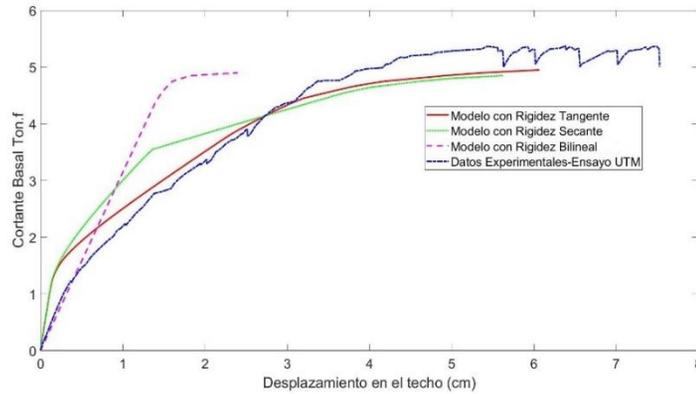


Figura 2. Comparación de modelos analíticos con modelo experimental.

Por otra parte, el nivel de deformación global seleccionado para el cálculo de la rigidez efectiva a flexión a nivel de elemento fue el correspondiente al instante justo anterior a la primera fluencia significativa de la estructura. Esta se definió como el punto en el tiempo en que al menos uno de los elementos del sistema superó su momento de fluencia (M_y).

Esta consideración contrasta con lo establecido en los comentarios del estándar ASCE 7-22, donde se indica que la primera fluencia significativa no ocurre cuando un elemento comienza a fluir, sino cuando ya ha agotado su capacidad resistente a momento y solo rota. Sin embargo, a juicio de los autores, considerar deformaciones hasta ese nivel conduciría a valores de rigidez significativamente más bajos que los que resultan coherentes con la etapa de diseño.

En este contexto, la Figura 3 ilustra el nivel máximo de deformación considerado, representado por la intersección entre el desplazamiento de fluencia (Δ_y) y el cortante de fluencia (V_y). Se muestra además la curva carga-desplazamiento real de un marco de concreto reforzado bajo carga lateral, junto con una recta idealizada que representa un comportamiento lineal hasta Δ_y . La pendiente de esta recta corresponde a la rigidez efectiva global, calculada a partir del aporte de la rigidez efectiva a flexión de cada elemento, eje central de este estudio.

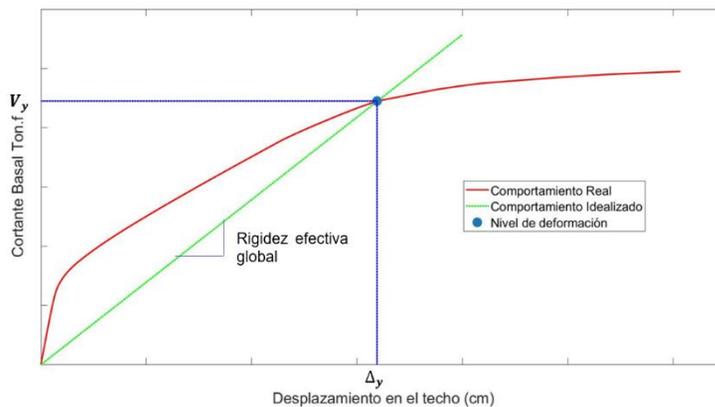


Figura 3. Deformación máxima considerada en el estudio.

2.2 TRATAMIENTO DEL MODELO ANALÍTICO

Se realizó un análisis plano segmental ante carga lateral monotónica creciente, aplicando incrementos del 0,03 % del peso efectivo de la estructura entre pasos de carga. La rigidez del sistema se determinó mediante la subdivisión de los elementos en pequeños segmentos, donde cada segmento aportó en cierto grado a la rigidez total en función de su nivel de esfuerzo y resistencia, evaluados a partir del diagrama momento-curvatura.

Esta consideración se logró calculando la matriz de rigidez de los elementos a partir de los coeficientes de flexibilidad, determinados según la teoría de primer orden. Se asumió que las deformaciones por flexión, corte y axial se encontraban desacopladas, de modo que las expresiones correspondientes fueron:

$$f_{11} = \int_0^L \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 \frac{dx}{EI_x} + \int_0^L \beta \left(\frac{1}{L} \right)^2 \frac{dx}{GA_x} \quad (1)$$

$$f_{12} = f_{21} = - \int_0^L \frac{x(L-x)}{L^2} \frac{dx}{EI_x} + \int_0^L \beta \left(\frac{1}{L} \right)^2 \frac{dx}{GA_x} \quad (2)$$

$$f_{22} = \int_0^L \left(\frac{x}{L} \right)^2 \frac{dx}{EI_x} + \int_0^L \beta \left(\frac{1}{L} \right)^2 \frac{dx}{GA_x} \quad (3)$$

$$f_{33} = \int_0^L \frac{dx}{EA_x} \quad (4)$$

La rigidez al corte y la rigidez axial de cada segmento se consideraron dependientes de la rigidez a flexión, vinculándolas mediante un módulo de elasticidad efectivo. Este módulo se definió como el cociente entre la rigidez a flexión del segmento y la inercia de la sección transversal. Esta simplificación se adoptó con el objetivo de capturar, de forma implícita, la variabilidad de la rigidez al corte y axial a través de los cambios en la rigidez a flexión.

$$E_{efec} = \frac{EI_{seg}}{I_g} \quad (5)$$

La rigidez a flexión de cada segmento se consideró dependiente del nivel de esfuerzo de flexión. Para ello, la subdivisión de los elementos se realizó de forma que el esfuerzo actuante en los límites de cada segmento fuese similar. Se estableció un total de 100 segmentos por elemento, y la rigidez a flexión de cada segmento se calculó como el promedio de las rigideces seccionales en sus límites, considerándola constante en su interior. Con base en estas premisas, los coeficientes de flexibilidad de cada segmento se calcularon como:

$$f_{11_{segmento_i}} = \frac{1}{EI_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 dx + \frac{\beta}{GA_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \left(\frac{1}{L} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$f_{12_{segmento_i}} = f_{21_{segmento_i}} = \frac{1}{EI_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \frac{x(L-x)}{L^2} dx + \frac{\beta}{GA_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \left(\frac{1}{L}\right)^2 dx \quad (7)$$

$$f_{22_{segmento_i}} = -\frac{1}{EI_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx + \frac{\beta}{GA_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \left(\frac{1}{L}\right)^2 dx \quad (8)$$

$$f_{33_{segmento_i}} = \frac{1}{EA_{seg}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} dx \quad (9)$$

Desde una interpretación física, este planteamiento supuso que la distribución de fisuras era uniforme dentro de cada segmento, mientras que el grado de fisuración variaba entre segmentos. En consecuencia, los coeficientes de flexibilidad del elemento completo se obtuvieron como la sumatoria del comportamiento individual de todos los segmentos en los que se subdividió, según las siguientes expresiones:

$$f_{11} = \sum_0^L f_{11_{segmento_i, i+1, i+2, \dots, n}} \quad (10)$$

$$f_{12} = f_{21} = \sum_0^L f_{12_{segmento_i, i+1, i+2, \dots, n}} \quad (11)$$

$$f_{22} = \sum_0^L f_{22_{segmento_i, i+1, i+2, \dots, n}} \quad (12)$$

$$f_{33} = \sum_0^L f_{33_{segmento_i, i+1, i+2, \dots, n}} \quad (13)$$

Los diagramas momento-curvatura usados, se obtuvieron para secciones rectangulares sin considerar el aporte de las losas. Estos se construyeron a partir de un modelo de fibras, asignando a cada fibra un ancho fijo de un centímetro e incrementando las deformaciones unitarias en la fibra más comprimida en pasos de 5×10^{-4} . El equilibrio de fuerzas se resolvió posicionando el eje neutro con un procedimiento iterativo de bisección simple.

A cada elemento se le asignaron seis diagramas momento-curvatura distintos para cada paso de carga, en función de la carga axial inducida en ese instante. Estos se calcularon considerando tracción tanto en la parte superior como en la inferior de la sección, y se lo realizó para tres regiones del elemento: la zona inicial (primer cuarto de la longitud), la zona media (desde un cuarto hasta tres cuartos de la longitud) y la zona final (último cuarto de la longitud total).

$$K_{seg} = \frac{EI_{efec}}{EI_{inicial}} \quad (14)$$

$$K_{elem} = \frac{k_{33efectivo}}{k_{33inicial}} \quad (15)$$

2.3 PROTOTIPOS EMPLEADOS PARA EL ANÁLISIS

Se diseñaron cuarenta prototipos de pórticos de concreto reforzado, con configuraciones que varían entre uno y cuatro vanos, así como alturas desde un piso hasta diez pisos. El diseño estructural se desarrolló conforme a los lineamientos de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC). Además, se consideraron documentos técnicos complementarios, como el código ACI 318-19 y el estándar ASCE 7-22.

Los parámetros sísmicos de diseño fueron seleccionados para una zona de muy alta peligrosidad sísmica (Zona VI) de la región costera del Ecuador, con suelos clasificados como tipo **E**. Las cargas utilizadas fueron de 740 kg/m^2 por cargas permanentes y 240 kg/m^2 por cargas vivas. Los pórticos fueron diseñados para una edificación de uso de oficinas, siendo todos definidos como perimetrales, con un ancho aportante de 2,50 metros.

El material empleado fue hormigón con una resistencia a la compresión de 210 kg/cm^2 ; y, acero de refuerzo (tanto longitudinal y de confinamiento) con una resistencia a la fluencia de 4200 kg/cm^2 . El coeficiente de importancia se consideró igual a 1 y se adoptó un factor de reducción de fuerza sísmica igual a 8.

El análisis y diseño de los prototipos fue realizado mediante análisis modal de respuesta espectral. Para el análisis, se consideró el 100 % de las cargas permanentes en la masa sísmica efectiva. Se empleó el método de combinación cuadrática completa (CQC) para la combinación modal, y no se consideró combinación direccional, dado que se trató de análisis planos.

El diseño de los elementos se realizó a nivel de cargas últimas, empleando las combinaciones de carga especificadas en el estándar ASCE 7-22.

Combinación 1: 1,4D

Combinación 2: 1,2D + 1,6L

Combinación 3: 1,2D + L + pEh + Ev

Combinación 4: 0,9D + pEh - Ev

Donde: D = Cargas permanentes; L = Cargas vigas; Eh = Cargas provenientes de la componente horizontal del sismo de diseño; Ev = Cargas provenientes de la componente vertical del sismo de diseño; ρ = Factor de redundancia. Este último se consideró para este estudio igual a la unidad.

La componente vertical del sismo fue incorporada implícitamente en el diseño mediante la expresión recomendada por el propio estándar:

$$E_v = 0,2S_{DS}D \quad (16)$$

Siendo: S_{DS} = la aceleración de respuesta espectral para periodos cortos ($T_o = 0,2 \text{ seg}$), y D = Cargas permanentes.

Para los casos de estudio, se consideró $S_{DS} = 0,995 g$, por tanto, $E_v = 0,1989D$. En consecuencia, las combinaciones de carga 3 y 4 se redefinieron de la siguiente manera:

Combinación 3: $1,399D + L + Eh$

Combinación 4: $0,701D + Eh$

La geometría considerada en los prototipos son las mostradas en la Figura 5. Las alturas de entrepiso fueron de 3,50 metros en todos los niveles, salvo en el primer nivel de las estructuras de cuatro a diez pisos, donde se adoptó una altura de 4,00 metros. La longitud de los vanos varió según el número de pisos: de 3,00 a 4,00 metros en pórticos de hasta dos pisos; de 4,00 a 4,50 metros en pórticos de tres a seis pisos; y de 5,00 a 6,00 metros en pórticos de siete a diez pisos.

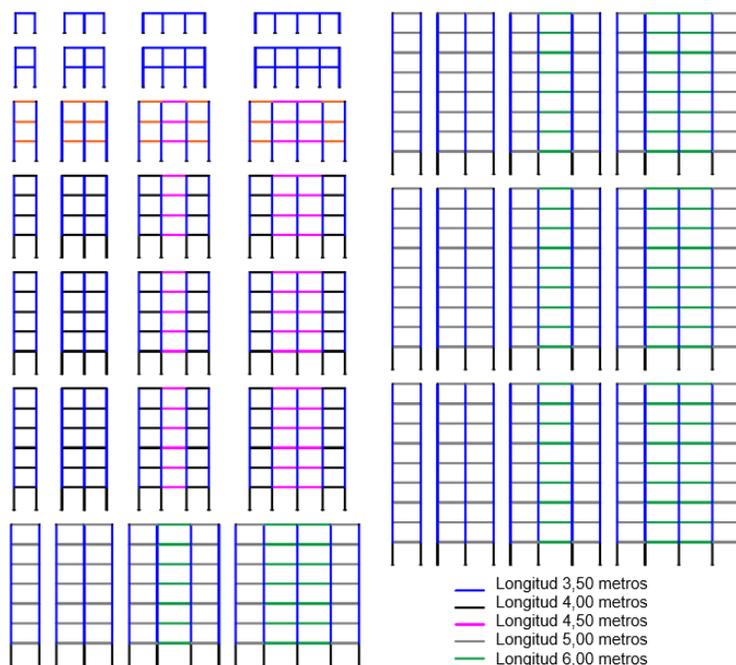


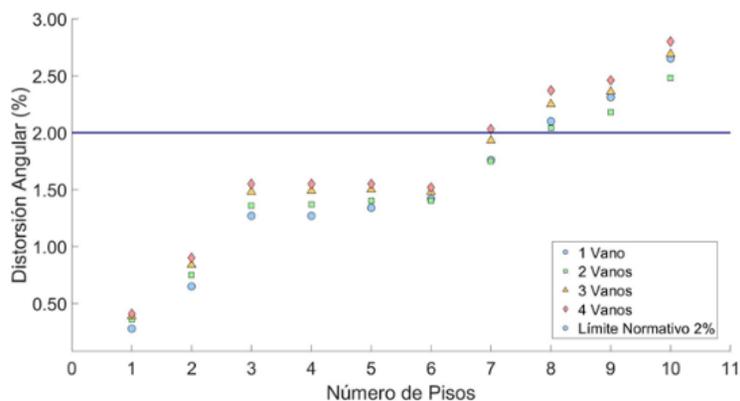
Figura 5. Geometría de los prototipos empleados en el estudio.

El predimensionamiento de las vigas se realizó de manera que la relación altura/base fuera de aproximadamente 1,5. Las columnas se dimensionaron calculando la carga axial en la base, multiplicada por tres, lo que aseguró que la carga axial no superara el 33 % de la capacidad axial total de la columna. Adicionalmente, se estableció que la dimensión de las columnas no fuera inferior a la altura de la viga.

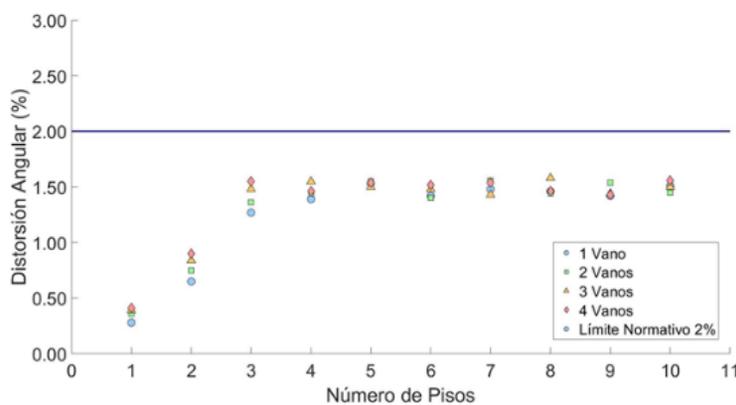
Las secciones obtenidas en el prediseño fueron evaluadas a nivel general en función del comportamiento del prototipo mediante el control de la distorsión máxima de piso permitida, cuyos resultados se presentan en la Figura 6. La Figura 6a muestra que el criterio de predimensionamiento fue adecuado para los prototipos de hasta seis pisos, en los cuales no se superó el límite normativo. Sin embargo,

este criterio no fue suficiente para los prototipos de siete a diez pisos, los cuales requirieron ser rigidizados.

Se estableció un límite de distorsión máxima de piso del 1,50 %, con un margen de tolerancia del 10 %, para todos los prototipos, con excepción de aquellos de hasta dos pisos, cuyas distorsiones resultaron significativamente menores. En estos casos, flexibilizar los elementos para ajustarse al margen de toleración, habría llevado a dimensiones incompatibles con los requisitos normativos para pórticos especiales resistentes a momento. La Figura 6b presenta los resultados del control normativo obtenidos tras el ajuste.



(a)



(b)

Figura 6. Control de distorsión angular máxima de piso. a) Prediseño. b) Modelos ajustados.

En resumen, el estudio consideró secciones típicas para columnas de: 30 cm x 30 cm, 35 cm x 35 cm, 40 cm x 40 cm, 45 cm x 45 cm, 50 cm x 50 cm, 60 cm x 60 cm y 50 cm x 70 cm; y para vigas de: 25 cm x 35 cm, 25 cm x 40 cm, 30 cm x 40 cm, 30 cm x 45 cm, 35 cm x 50 cm, 35 cm x 55 cm, 35 cm x 60 cm, 40 cm x 55 cm y 40 cm x 60 cm. Las cuantías de acero longitudinal en columnas variaron entre 1,00 % y 1,65 %, y en vigas entre 0,33 % y 0,74 %.

Todos los prototipos diseñados cumplieron, además, con los siguientes criterios de diseño estructural:

- Condición de nudo fuerte.
- Relación columna fuerte - viga débil.
- Uniones con longitudes de desarrollo adecuadas en tracción y compresión
- Disposición apropiada de estribos para corte por capacidad, confinamiento y soporte lateral.
- Relación demanda/capacidad para esfuerzos axiales, corte y flexión menor a la unidad.
- Cuantía de acero en compresión igual o superior al 50 % del acero en tracción.

2.4 SECUENCIA DEL PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN POR PASO DE CARGA

En resumen, el proceso utilizado para evaluar cada prototipo respondió al siguiente procedimiento general por paso de carga:

1. Se generó el marco plano.
2. Se calculó la rigidez inicial del sistema (sin cargas).
3. Se resolvió el sistema bajo la acción de las cargas gravitacionales.
4. Se calculó la rigidez residual del sistema debido a las cargas gravitacionales.
5. Se aplicó una carga lateral equivalente al 3% del peso reactivo de la estructura y se resolvió nuevamente el sistema.
6. Se recalculó la rigidez residual del sistema bajo la acción de la carga lateral.
7. Se calculó el factor **K** para cada elemento del marco.
8. Se registraron los resultados parciales y acumulados.
9. El procedimiento se repitió desde el paso 5 hasta que el primer elemento del marco superó una relación demanda/capacidad mayor a la unidad.

3. RESULTADOS

Del análisis de los 40 prototipos se obtuvo información analítica para cada pórtico, tales como: el período fundamental de vibración, desplazamientos, distorsiones de piso, demandas, capacidades de los elementos y el factor **K**. Sin embargo, los resultados que se muestran a continuación, se enfocan exclusivamente en la rigidez efectiva a flexión, evaluada mediante el factor **K** en función de la distorsión angular de piso, relación demanda/capacidad y ubicación del elemento. Adicionalmente, se muestra el control de la máxima distorsión angular de piso registrada al final de la evaluación.

La sección 3.1 presenta los resultados obtenidos directamente del estudio analítico, mientras que la sección 3.2 aborda los ajustes realizados a dichos datos. El factor **K** adopta un valor máximo de uno, correspondiente al 100 % de la rigidez a flexión inicial del elemento. En la sección 3.1 las columnas se representan en color azul y las vigas en color naranja. En la sección 3.2, ambos tipos de elementos se muestran en azul, y las curvas de ajuste en rojo.

3.1 RESULTADOS ANALÍTICOS DIRECTOS

La Figura 7 muestra la evolución del valor de **K** en función de la distorsión angular de piso a la que perteneció el elemento. El valor que se muestra de **K** es el

promedio de los valores obtenidos al inicio y al fin de cada elemento. En esta se observa una tendencia de reducción del valor K conforme aumenta la distorsión angular de piso. En las vigas, K desciende desde 1,00 hasta aproximadamente 0,20 para distorsiones inferiores al 0,10 %, y se estabiliza alrededor de 0,20 y 0,15 para distorsiones de hasta 0,50 %. En las columnas, el comportamiento es más disperso: para distorsiones menores al 0,10 %, K varía entre 1,00 y 0,50, mientras que para distorsiones mayores se encuentra en un rango entre 1,00 y 0,20, evidenciando una mayor variabilidad en la respuesta.

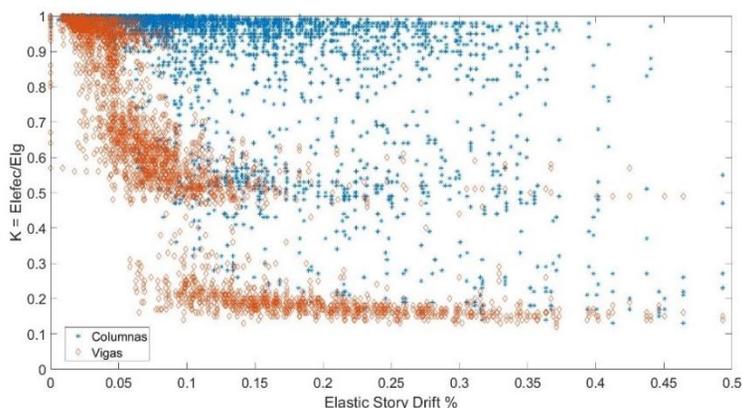


Figura 7. Rigidez efectiva a flexión de vigas y columnas, en función de la distorsión angular de piso.

La Figura 8 presenta la variación del factor K en función de la relación demanda/capacidad (D/C) de los elementos. Los valores mostrados corresponden a los registros en los extremos de cada elemento. En esta se evidencia una tendencia decreciente de K a medida que aumenta D/C . El comportamiento que se observa es muy similar entre vigas y columnas. Para relaciones D/C menores a 0,40, los valores promedio de K se sitúan en torno a 0,85. En el intervalo de 0,40 a 0,60, K disminuye progresivamente hasta valores cercanos a 0,25, y para relaciones superiores a 0,60, el factor K se reduce aún más, alcanzando valores alrededor de 0,25 y 0,15.

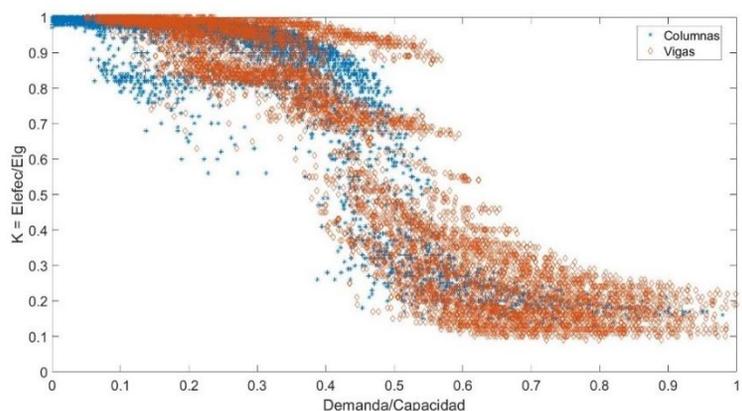


Figura 8. Rigidez efectiva a flexión de vigas y columnas, en función de la relación Demanda/Capacidad.

La Figura 9 muestra la distribución del factor K , en el último paso de carga, en función del nivel de piso al que perteneció el elemento. El valor representado es el promedio de los valores obtenidos al inicio y fin de cada elemento. En esta se observa una tendencia general de disminución del valor de K en los niveles inferiores. En el caso de las vigas, los elementos ubicados hasta cinco pisos sobre el nivel del suelo presentan valores promedio de K iguales o inferiores a 0,20, mientras que en los niveles superiores se mantienen valores cercanos a la unidad. En las columnas, el valor promedio de K en el primer piso es de aproximadamente 0,45, mientras que en los pisos superiores también se observan valores cercanos a la unidad.

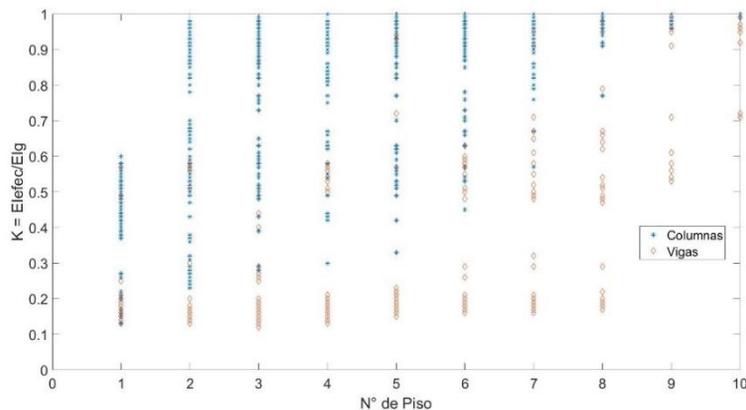


Figura 9. Rigidez efectiva a flexión de vigas y columnas, en función de la ubicación del elemento.

La Figura 10 presenta el registro de la máxima distorsión angular de piso obtenida al final de la evaluación. En la Figura 10a se muestra dicho valor para cada prototipo junto con el límite normativo correspondiente a los sistemas empleados. En términos generales, los resultados muestran que dicho límite fue superado en algunos casos. Por su parte, la Figura 10b presenta los mismos datos desde un enfoque diferente: el eje de las ordenadas muestra la razón entre la distorsión angular de piso obtenida al final de la evaluación y la obtenida durante la etapa de diseño de los prototipos. En esta se observan razones promedio de 7 para estructuras de un piso, 1,85 para aquellas de dos a tres pisos, y 1,30 para estructuras de cuatro a diez pisos.

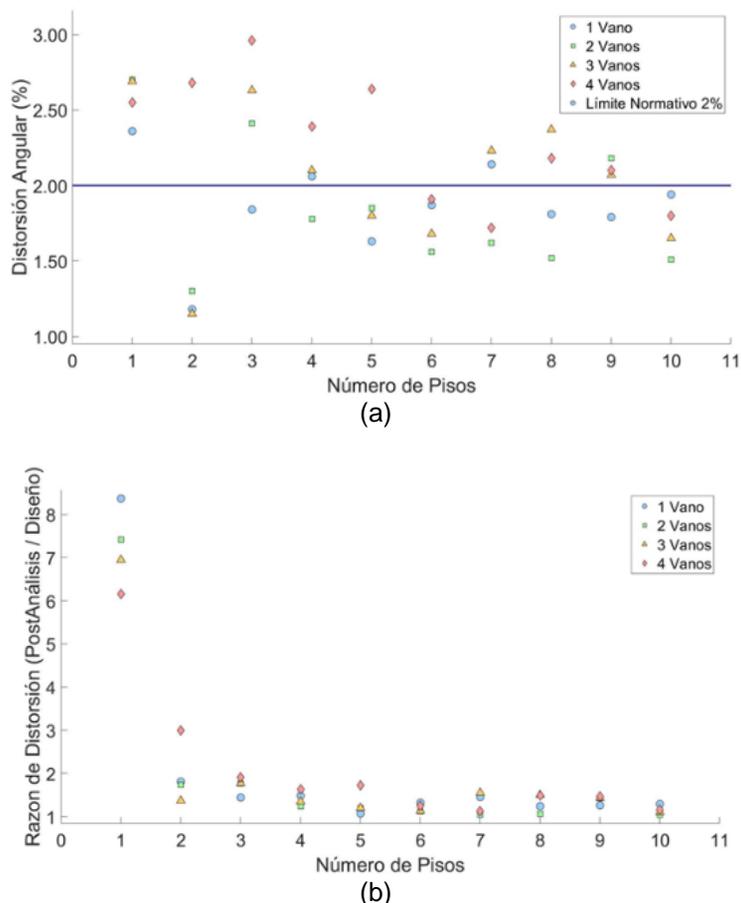


Figura 10. Control post-evaluación. a) Distorsión angular máxima de piso.
b) Razón entre la distorsión angular máxima de piso post-evaluación y diseño.

3.2 PROCESAMIENTO Y AJUSTE DE DATOS.

Los datos que se mostraron en las Figuras 7 a 9 fueron ajustados mediante regresión no lineal. Para los casos correspondientes a las Figuras 7 y 8, se empleó un modelo racional generalizado de la forma:

$$y = \frac{a}{x^b + c + \epsilon} + d \quad (17)$$

Donde **a**, **b**, **c**, y **d** son los parámetros ajustados del modelo; ϵ representa un pequeño valor del orden de 1×10^{-5} , introducido para evitar divisiones por cero; **y** la variable dependiente, y **x** es la variable independiente.

En el caso de los datos presentados en la Figura 9, se utilizó un modelo de dos términos exponenciales de la forma:

$$y = a * \exp^{bx} + c * \exp^{dx} \quad (18)$$

Donde los parámetros **a**, **b**, **c**, y **d**, así como las variables **x** y **y**, mantuvieron la misma interpretación que en el modelo anterior.

La Figura 11 muestra el ajuste realizado al valor del parámetro \mathbf{K} obtenido en elementos tipo vigas, considerando como variable independiente la distorsión angular del piso al que pertenece el elemento. Con un conjunto de 4309 datos, el ajuste presentó un error cuadrático medio de 0,013 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,88, lo que indica que el modelo explica el 88% de la variabilidad de los datos. El parámetro \mathbf{K} puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$K = \frac{0,0013}{S_{drift}^{2,5587} + 0,00141} + 0,1552 \quad (19)$$

Donde S_{drift} representa la distorsión angular del piso asociado al elemento y \mathbf{K} es el factor de rigidez efectiva a flexión correspondiente a la viga que se analiza.

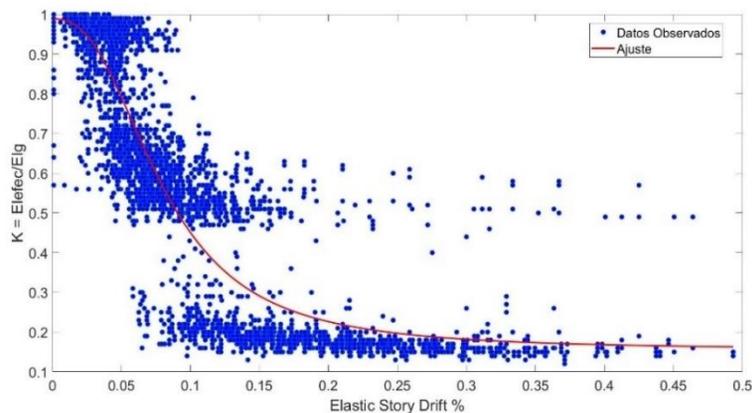


Figura 11. Ajuste del factor \mathbf{K} en vigas en función de la distorsión angular de piso.

La Figura 12 presenta el mismo enfoque para elementos tipo columna, manteniendo la distorsión angular del piso como variable independiente. En este caso, el conjunto de datos constó de 6053 registros, obteniéndose un error cuadrático medio de 0,017 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,39, lo que indica que el modelo explica el 39% de la variabilidad de los datos. La expresión correspondiente es:

$$K = \frac{0,6666}{S_{drift}^{1,4357} + 0,51831} - 0,2786 \quad (20)$$

Donde los términos S_{drift} y \mathbf{K} mantienen las definiciones previas.

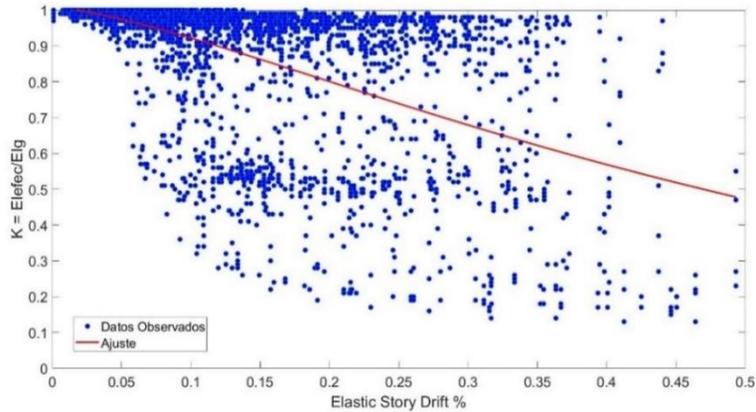


Figura 12. Ajuste del factor K en columnas en función de la distorsión angular de piso.

Dada la dispersión observada en los datos de la Figura 12, se optó por realizar una subdivisión del conjunto de datos. La Figura 13 presenta el ajuste correspondiente a columnas de pórticos de hasta dos pisos. Este subgrupo tiene la particularidad de que todas las columnas presentaron cargas axiales inferiores al 5 % de su capacidad axial en la etapa de diseño. Con un subconjunto de 550 datos, el modelo presentó un error cuadrático medio de 0,013 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,87, lo que indica que el modelo explica el 87% de la variabilidad de los datos. La expresión correspondiente es:

$$K = \frac{0,0026}{S_{drift}^{2,8659} + 0,00291} + 0,1612 \quad (21)$$

Donde los términos S_{drift} y K mantienen las definiciones previas.

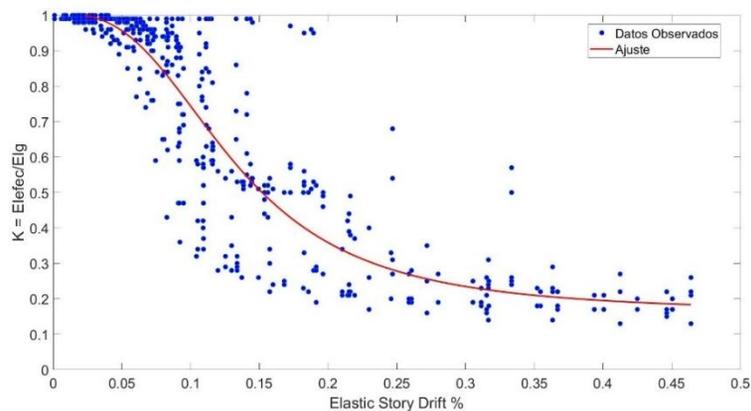


Figura 13. Ajuste del factor K en columnas de pórticos de hasta dos pisos en función de la distorsión angular de piso.

De forma análoga, la Figura 14 presenta el ajuste correspondiente a columnas de pórticos de tres a cinco pisos. En este caso, con 1281 datos se obtuvo un error cuadrático medio de 0,013 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,50, lo que indica que el modelo explica el 50% de la variabilidad. La expresión correspondiente es:

$$K = \frac{0,018}{S_{drift}^{2,2913} + 0,03531} + 0,4921 \quad (22)$$

Donde los términos S_{drift} y K mantienen las definiciones previas.

Para columnas pertenecientes a pórticos de seis pisos o más, no se observó una mejora significativa respecto al ajuste global mostrado en la Figura 12.

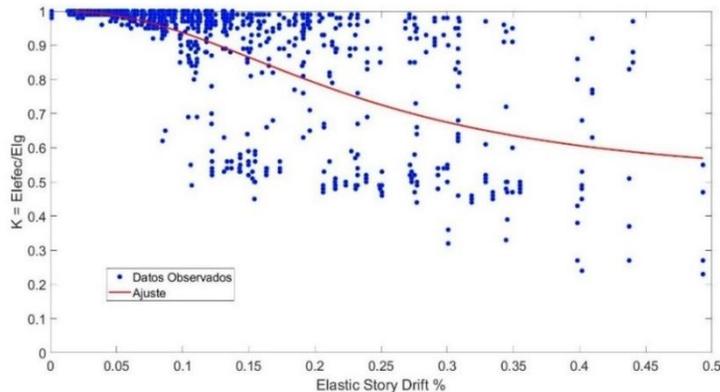


Figura 14. Ajuste del factor K en columnas de pórticos de tres pisos hasta cinco pisos en función de la distorsión angular de piso.

Por otro lado, la Figura 15 muestra el ajuste realizado al valor del parámetro K tanto en vigas como en columnas, empleando como variable independiente la relación demanda/capacidad del elemento. A partir de 20724 datos, el modelo presentó un error cuadrático medio de 0,007 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,92, explicando el 92% de la variabilidad de los datos. El parámetro K puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$K = \frac{0,0050}{(D/C)^{6,8699} + 0,00591} + 0,1462 \quad (23)$$

Donde D/C es la relación demanda/capacidad del elemento y K es el factor de la rigidez efectiva a flexión correspondiente a la viga o columna que se analiza.

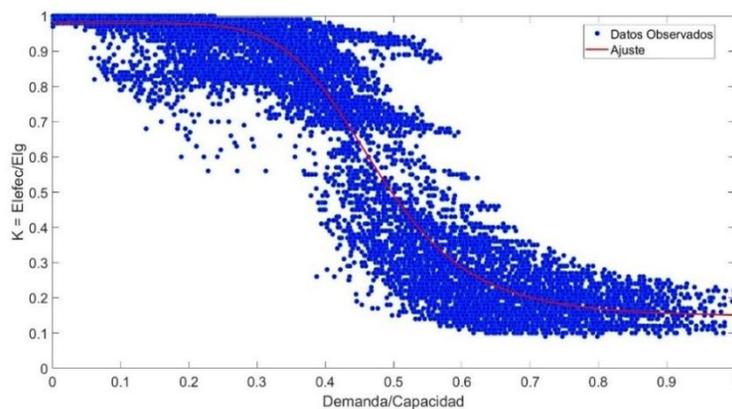


Figura 15. Ajuste del factor K en vigas y columnas en función de la relación Demanda/Capacidad.

Finalmente, las Figuras 16 y 17 presentan el ajuste del parámetro **K** en función de la ubicación del elemento a lo largo de la altura del pórtico. La ubicación se definió según el nivel de piso al que pertenece el elemento.

La Figura 16 corresponde a elementos tipo columna y muestra el ajuste realizado sobre un total de 770 datos del valor del parámetro **K**, empleando como variable independiente el nivel de piso. El ajuste presentó un error cuadrático medio de 0,02 y un coeficiente de determinación R^2 igual a 0,58, lo que indica que el modelo explica el 58% de la variabilidad de los datos. El parámetro **K** puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$K = 0,7609 * \exp^{0,0282 * N^{\circ} \text{ piso}} - 1,3761 * \exp^{-1,3793 * N^{\circ} \text{ piso}} \quad (24)$$

Donde $N^{\circ} \text{ piso}$ es el número de piso al que pertenece el elemento y **K** es el factor de la rigidez efectiva a flexión correspondiente a la columna que se analiza.

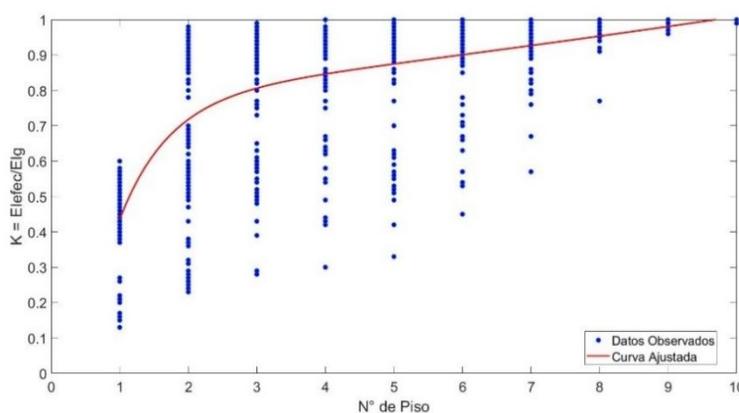


Figura 16. Ajuste del factor **K** en columnas en función del número de piso al que pertenece el elemento.

La Figura 17 por su parte, muestra el ajuste realizado en elementos tipo viga, utilizando un conjunto de 550 datos. En este caso, el error cuadrático medio del ajuste fue 0,015 y el coeficiente de determinación 0,63, lo que indica que el modelo explica el 63% de la variabilidad de los datos. El parámetro **K** puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$K = 0,1699 * \exp^{-0,1537 * N^{\circ} \text{ piso}} + 0,0285 * \exp^{0,3473 * N^{\circ} \text{ piso}} \quad (25)$$

Donde $N^{\circ} \text{ piso}$ mantiene la definición previa y **K** el factor de la rigidez efectiva a flexión correspondiente a la viga que se analiza.

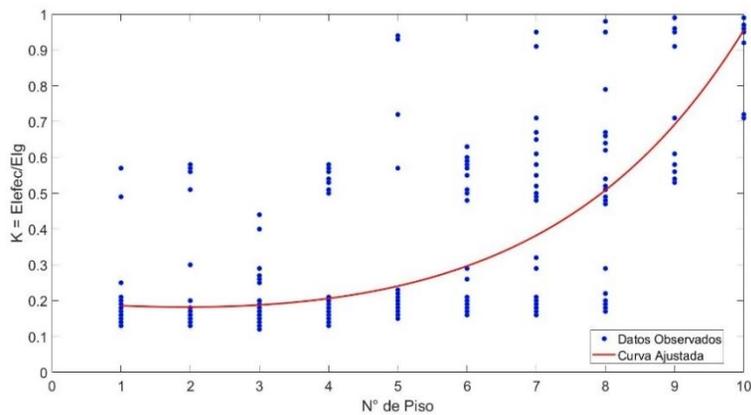


Figura 17. Ajuste del factor K en vigas en función del número de piso al que pertenece el elemento.

4. DISCUSIÓN.

De manera general, los hallazgos sugieren que los valores de rigidez efectiva utilizados actualmente en la etapa de diseño no representan con precisión la rigidez efectiva de las estructuras. Los resultados muestran que la rigidez efectiva a flexión de columnas y vigas en pórticos especiales resistentes a momento de concreto reforzado no puede representarse mediante un único valor por tipo de elemento. Por el contrario, la rigidez varía en función de factores como la ubicación del elemento en la estructura, la distorsión angular del piso al que pertenece y la proximidad de la demanda de flexión a su capacidad. Estos hallazgos aportan nueva evidencia sobre la variabilidad de este parámetro, lo que plantea interrogantes sobre los criterios comúnmente utilizados para estimar la rigidez efectiva durante la etapa de diseño, así como su impacto en el comportamiento global de la estructura.

En este sentido, los resultados coinciden con lo planteado por Hage (1974), Paulay y Priestley (1992), Khuntia y Ghosh (2004), Tena (2019), Godínez et al. (2021) y Camacho (2021), quienes señalaron que la rigidez efectiva de un elemento de concreto reforzado depende de múltiples variables, tales como la geometría de la sección transversal, la longitud del elemento, las condiciones de apoyo, las propiedades de los materiales, la cuantía y disposición del refuerzo, la carga axial, el momento flector, el historial de carga, el tipo de carga y la forma de aplicación de la misma.

Un aspecto particularmente relevante observado en este estudio es el comportamiento inducido por la distorsión angular de piso. Se identificó una mayor incidencia de esta variable en los elementos con cargas axiales iniciales nulas o inferiores al 5 % de su capacidad. Esto se debe a que la ausencia de deformaciones significativas por compresión axial permite que las deformaciones por tracción que se inducen con el aumento de la flexión dominen el comportamiento. Consecuentemente, se produce una rápida superación de la resistencia a tracción del concreto, lo que resulta en una pérdida importante de rigidez, incluso con distorsiones angulares de piso relativamente pequeñas.

En contraste, cuando los elementos presentan cargas axiales mayores, las deformaciones por compresión contrarrestan las deformaciones por tracción, lo que se traduce en momentos resistentes de fisuración más elevados y en una menor

degradación de la rigidez. Sin embargo, en estos casos, también aumenta la probabilidad de una falla frágil debido al incremento simultáneo de las deformaciones por compresión.

Este comportamiento debe ser considerado cuidadosamente en el diseño de los pórticos especiales resistentes a momento, especialmente al estimar la rigidez efectiva a flexión en columnas, en las cuales debe considerarse la incidencia de la carga axial que actúa en el elemento. Por tanto, el uso de coeficientes elevados de rigidez efectiva, como ocurre en la práctica habitual, puede llevar a sobreestimar la rigidez real de los elementos, y más aún cuando se permiten distorsiones angulares de piso significativas.

Por otra parte, el comportamiento observado debido a la relación demanda/capacidad muestra que, una vez superados ciertos umbrales, esta variable incide de manera similar en todos los elementos que conforman los pórticos, resultando en una disminución de la rigidez conforme los elementos se acercan a su capacidad. Esta similitud entre vigas y columnas se debe a que, en todos los prototipos analizados, las columnas presentaron cargas axiales iniciales menores al 33 % de su capacidad, lo que redujo la incidencia de la carga axial en los momentos resistentes de fisuración.

Estos resultados destacan la importancia de considerar el nivel de esfuerzo de los elementos al calcular la rigidez que aportan, ya que es común utilizar un valor fijo de rigidez durante el análisis sísmico y luego dimensionar la capacidad del elemento sin volver a verificar su contribución real de rigidez. Esto puede derivar en una estimación imprecisa de la rigidez global de la estructura.

Finalmente, otro aspecto relevante identificado es la influencia de la ubicación del elemento en la altura del pórtico sobre su rigidez. Particularmente, los elementos ubicados cerca de la base presentan una pérdida más rápida de rigidez, debido a que los esfuerzos cortantes y momentos flectores tienden a ser mayores en los niveles inferiores. Esto los lleva a alcanzar antes el momento resistente de fisuración.

Esta evidencia refuerza la necesidad de considerar variaciones en la rigidez efectiva a lo largo de la altura de las estructuras, ya que asignar un valor uniforme a todos los elementos —sin contemplar el nivel de exigencia al que están sometidos— puede conducir a una estimación imprecisa tanto de la respuesta estructural como de los esfuerzos internos empleados en el diseño.

Es importante señalar que los resultados obtenidos están condicionados por las características específicas del estudio. No obstante, los hallazgos permiten recomendar el cálculo de la rigidez efectiva de elementos estructurales bajo condiciones similares, mediante el uso del factor K derivado de las ecuaciones (19), (23) y (25) para vigas, y de las ecuaciones (20) a (24) para columnas. Si bien la aplicación de las ecuaciones (19) a (23) requiere conocer previamente parámetros como la distorsión angular de piso o la relación demanda/capacidad, se propone, como estimación inicial, el uso de las ecuaciones (24) y (25), las cuales permiten aproximar la rigidez efectiva en función de la ubicación del elemento en la estructura. Posteriormente, estos valores pueden ajustarse con base en los otros modelos planteados, lo cual contribuye a reducir la incertidumbre en la fase inicial de diseño.

Este estudio, al igual que los trabajos citados, sienta las bases para futuras investigaciones orientadas a mejorar la estimación de la rigidez efectiva a flexión. En este sentido, con el objetivo de aumentar la aplicabilidad y precisión de los modelos propuestos, se sugiere incorporar y evaluar variables no consideradas en este análisis, como el uso de concretos de mayor resistencia a compresión, diferentes geometrías de sección transversal, pórticos intermedios, cargas cíclicas, diversas magnitudes de carga, cuantías de refuerzo superiores, entre otras.

5. CONCLUSIÓN

Los resultados de este estudio demuestran que la rigidez efectiva a flexión de vigas y columnas en pórticos especiales resistentes a momento no puede ser representada mediante un valor único por tipo de elemento, ya que depende de variables como la ubicación en la altura de la estructura, la distorsión angular de piso y la relación demanda/capacidad. Estas variaciones influyen directamente en la estimación de desplazamientos y esfuerzos durante la etapa de diseño estructural. Por tanto, se propone un conjunto de ecuaciones para estimar la rigidez efectiva de forma más representativa, especialmente en condiciones de diseño típicas.

En consecuencia, se espera que este trabajo motive a considerar no solo la utilidad de los modelos propuestos, sino también sus alcances y limitaciones, promoviendo un enfoque más crítico y fundamentado en la aplicación de los métodos de análisis estructural.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su más sincero agradecimiento a la Facultad de Postgrado de la Universidad Técnica de Manabí por su apoyo en el desarrollo de la maestría en Ingeniería Civil con mención en Estructuras. Agradecen especialmente al Ing. Yordy Mieles Bravo y al Ing. Stalin Alcivar Moreira por su valiosa colaboración y disposición para proporcionar los datos experimentales necesarios para las comparaciones realizadas en este estudio. Además, agradecen a todos los colegas y revisores que contribuyeron con sus ideas y aportes significativos a lo largo del proceso de investigación y redacción.

7. REFERENCIAS

Aguiar Falconí, R. (2001). Sistema de computación CEINCI3 para evaluar daño sísmico en los países bolivarianos. Quito, Ecuador.

Aguiar Falconí, R. (2014). Análisis matricial de estructuras con CEINCI-LAB. Quito, Ecuador.

American Concrete Institute. (2019). ACI 318-19: Building code requirements for structural concrete.

American Society of Civil Engineers. (2022). ASCE/SEI 7-22: Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures.

Camacho, C. (2021). Evaluación de la degradación de rigidez en edificios de concreto reforzado de baja y alta ductilidad mediante modelos de plasticidad concentrada (Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Chiapas). Chiapas.

Chapra, S., & Canale, R. (2012). Numerical methods for engineers (6th ed.). McGraw-Hill.

Chopra, A. K. (2014). Dinámica de estructuras (4a ed.). PEARSON.

Godínez, E., Tena, A., Velázquez, I., & Silvestre, R. (2021). Parametric study of the bending stiffness of RC cracked building beams. *Engineering Structures*.

Hage, S. E. (1974). The second-order analysis of reinforced concrete frames (Tesis de maestría, Universidad de Alberta). Edmonton, Alberta, Canadá.

Hognestad, E. (1951). A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. University of Illinois, Urbana-Champaign Library.

Jerome, M. (1984). Tensile strength of concrete. *ACI Journal*.

Joza, J., & Rivas, J. (2022). Comportamiento ante cargas laterales de un pórtico de hormigón armado (Tesis de grado, Universidad Técnica de Manabí). Portoviejo.

Kent, D., & Park, R. (1971). Flexural members with confined concrete. *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*.

Khunthia, M., & Ghosh, S. (2004). Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Analytical approach. *ACI Structural Journal*.

Khunthia, M., & Ghosh, S. (2004). Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: Experimental verification. *ACI Structural Journal*.

MacGregor, J., & Hage, S. (1977). Stability analysis and design of concrete frames. *Journal of the Structural Division*.

Mander, J. (1983). Seismic design of bridge piers (Tesis doctoral, Universidad de Canterbury). Christchurch, New Zealand.

Mander, J., Priestley, M. J., Park, R., Fellow, & ASCE. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *J. Struct. Eng.*, 114(8), 1804-1826.

Mander, J., Priestley, M., Park, R., Fellow, & ASCE. (1988). Observed stress-strain behavior of confined concrete. *J. Struct. Eng.*, 114, 1827-1849.

Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). NEC-SE-CG: Cargas no sísmicas.

Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). NEC-SE-DS: Peligro sísmico - Diseño sismo resistente.

Norma Ecuatoriana de la Construcción. (s.f.). NEC-SE-HM: Estructuras de hormigón armado.

Park, R., & Paulay, T. (1975). Reinforced concrete structures.

Paulay, T., & Priestley, M. (1992). Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings. John Wiley & Sons, Inc.

Scott, B., Park, R., & Priestley, M. (1982). Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates. ACI Journal.

Tena Colunga, A. (2019). Rigideces efectivas de vigas de concreto reforzado para diseño sísmico: Mitos y verdades. Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 24, 1-38.