

RESPUESTA INELÁSTICA DE EDIFICIOS DE ACERO USANDO DIFERENTES PATRONES DE CARGA LATERAL

Edgar Tapia Hernández

Profesor, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio 4P, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 México, D.F.
Correo electrónico: *etapiah@azc.uam.mx*

Samuel Isaí Gutiérrez Muñoz

Estudiante de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural. Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio 4P, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 México, D.F.
Correo electrónico: *isai.m.04@gmail.com*

RESUMEN

En este artículo se discuten los resultados de análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente que evalúan el comportamiento de edificios de 8 y 10 pisos estructurados con marcos dúctiles momento resistentes. Los análisis no lineales se realizaron en *OpenSees*, donde la sección transversal se modeló mediante fibras y elementos subdivididos en segmentos. Se consideraron siete patrones de carga lateral: tres relacionados con los modos de vibrar de cada edificio, dos de los modos acoplados, un patrón rectangular y un patrón de fuerzas inerciales que ocasiona la mayor deformación en la azotea ante un acelerograma histórico.

PALABRAS CLAVE: marcos dúctiles de acero, modo superior, curva de capacidad, distorsión

INELASTIC RESPONSE OF STEEL BUILDINGS USING DIFFERENT LATERAL LOAD PATTERNS

SUMMARY

In this paper, results of pushover analyses are discussed in order to evaluate the behavior of buildings structured with moment-resisting ductile frames. Subject buildings are eight- and ten-stories in height. Nonlinear analyses were performed in *OpenSees*, where the cross-section was modeled with fibers and elements were sub-divided in segments. Seven lateral load patterns were considered: three related with the modes of vibration of each building, two related with the coupled modes, a rectangular pattern and a pattern associated with the inertial forces which develops the maximum roof deformation under an historical record.

KEYWORDS: ductile steel frames, superior mode, pushover curve, drift

1. INTRODUCCIÓN

Conforme a la tendencia reglamentaria internacional de diseño sismo resistente, las demandas se estiman considerando explícitamente la respuesta inelástica de las estructuras; de manera que desde la etapa elástica se intenta predecir la respuesta plástica. Sin embargo, esto no es un proceso sencillo, puesto que esa predicción conlleva simplificaciones y muchas variables intrínsecas dentro del proceso de análisis y diseño.

La respuesta más exacta y rigurosa del comportamiento inelástico que podría presentar una estructura se determina mediante análisis dinámicos no lineales de modelos complejos en programas de análisis especializados (Krawinkler 1998). Así, la complejidad de la reproducción de la respuesta dinámica de los elementos estructurales y el post-proceso dentro de los programas de análisis dinámicos no lineales, ocasionan que sea mucho más común que se prefiera realizar análisis no lineales ante carga estática monótona creciente en la práctica profesional y en la definición de algunos lineamientos reglamentarios. Por ejemplo, la determinación de los factores de reducción para evaluar la respuesta de las edificaciones en el reglamento europeo EuroCode (Ap. 6.3.2 EC8-03, Tapia y Tena 2010).

Conforme al FEMA 273 (NEHRP 1997), en el análisis no lineal ante carga estática monótona creciente, un modelo que incorpora la respuesta inelástica del material se debe desplazar hasta un desplazamiento objetivo. Este modelo matemático del edificio se somete a un aumento monótono de fuerzas laterales o desplazamientos hasta que se supera el desplazamiento objetivo o se presenta el colapso de la estructura y pretende representar la demanda máxima de desplazamiento (y demandas) que podría experimentar el edificio durante un sismo real. Así, siguiendo el análisis inelástico estático se pretende que las fuerzas internas sean razonablemente aproximadas a las demandas que se presentarían durante el sismo de diseño. Por esto, las demandas sísmicas que se aplican al edificio en patrones laterales de carga deben estar relacionados con la distribución de carga en la altura más probable y más crítica que se presentaría durante un sismo intenso.

Conforme al FEMA 273 (NEHRP 1997) para evaluar la capacidad inelástica de una estructura se deben considerar al menos dos patrones laterales de carga:

- a. Un patrón uniforme basado en una proporción de la masa de cada entrepiso
- b. Un patrón modal.

Este patrón modal se define como un patrón lateral que se determina mediante las cargas de entrepiso obtenidas por el método estático (ecuación 1) si la masa total participa en más del 75 por ciento en el modo fundamental en la dirección en consideración; este es el procedimiento más comúnmente utilizado. Sin embargo, el patrón modal también puede ser definido como un patrón lateral de carga proporcional a las fuerzas inerciales por entrepiso consistentes con la distribución del cortante calculado por una combinación modal usando:

- a. La respuesta del análisis del espectro del edificio incluyendo el suficiente número de modos para considerar el 90 por ciento de la masa total.
- b. Un espectro apropiado del sitio.

$$F_i = \frac{c}{Q} W_i h_i \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} \quad (1)$$

En la ecuación anterior, c es el coeficiente sísmico de diseño, Q es el factor de comportamiento sísmico, W_i es el peso de la i -ésima masa y h_i es la altura de la i -ésima masa sobre el nivel de desplante (NTCS-04 2004).

En este artículo se evalúa la respuesta inelástica ante diferentes patrones de cargas laterales de edificios de acero de mediana altura estructurados con marcos momento resistentes que fueron diseñados para las mayores demandas sísmicas que se propone en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal Mexicano (RCDF-04) y que fueron proyectados siguiendo las constructivas más empleadas en la Ciudad de México. El propósito de la investigación es evaluar los casos y las condiciones para las cuales los patrones de carga sugeridos por el FEMA 273 no permiten determinar la respuesta inelástica de una estructura.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Los edificios estudiados, que tienen 8 y 10 pisos, están estructurados con marcos momento resistentes de acero en una planta de 40 m por 35 m con cinco crujeas en cada dirección principal con anchos de 7.0 m y 8.0 m, respectivamente (figura 1). Se estableció que el edificio tendrá un uso de oficinas para la determinación de las cargas vivas y se supuso que estaría ubicado en la subzona IIIb conforme a la zonificación sísmica de la Ciudad de México para asociarlo con las mayores demandas de aceleración propuestas por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal Mexicano (RCDF-04).

Considerando las tendencias constructivas actuales, se supuso que las columnas estarían construidas en secciones cajón con acero A572 Gr. 50 y que las trabes serían con perfiles laminados IR con acero A572 Gr. 50; de manera que el acero de ambos elementos tiene un esfuerzo de fluencia teórico de $f_y = 3,515 \text{ kg/cm}^2$, un módulo de elasticidad igual a $E = 2,038,900 \text{ kg/cm}^2$. El sistema de piso supuesto es lámina acanalada tipo Losacero; sin embargo, su contribución como diafragma se despreció en este estudio.

Las cargas muertas y cargas vivas se determinaron mediante las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones (NTCCr-04) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal Mexicano (tabla 1); mientras que la determinación de la sección transversal de los elementos estructurales se realizó mediante un proceso iterativo de diseño en el programa ETABS (CSI 2010). Es posible consultar mayor información sobre las cargas actuantes consideradas y los pormenores del proceso de diseño por capacidad en Gutiérrez (2013).

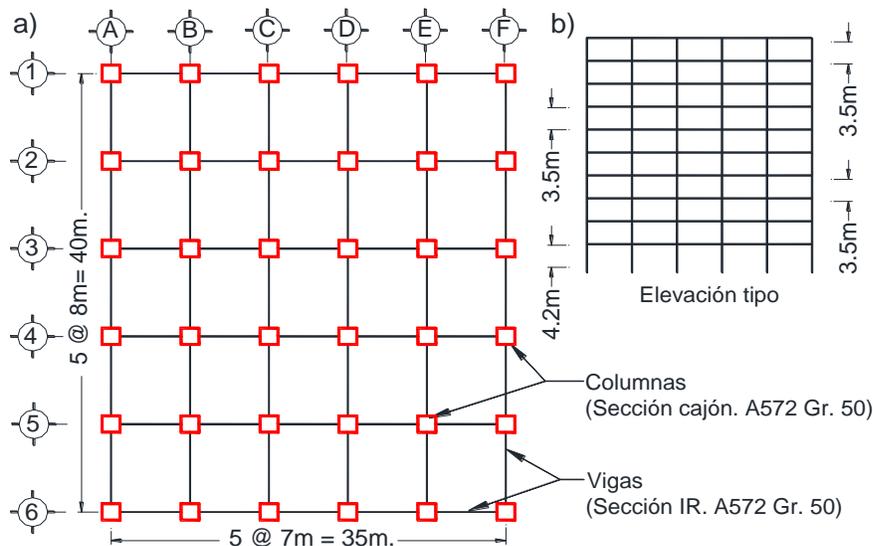


Figura 1. Configuración geométrica de los edificios.

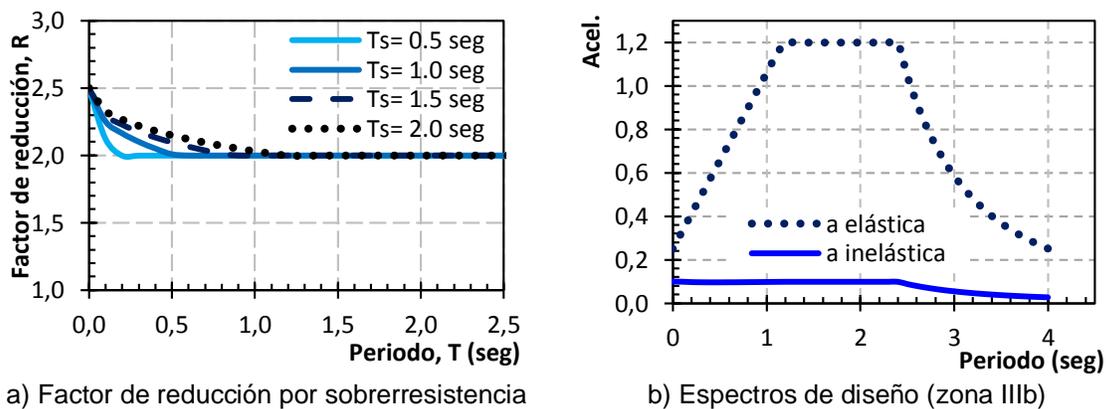
Tabla 1. Cargas distribuidas consideradas en este estudio

Solicitación	Entrepiso (MPa)	Azotea (MPa)
Carga muerta	6.57	5.69
Carga viva	2.45	9.81
Carga viva accidental	1.77	6.87

El espectro de diseño se determinó considerando el criterio del Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTCS-04) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal Mexicano (RCDF-04), donde se supuso un periodo dominante del suelo donde se localizaría la estructura es igual a $T_s = 2.0$ segundos en congruencia a las condiciones de la zona sísmica *IIIb* (zona del ex-Lago con arcillas altamente compresibles). El diseño de los edificios se realizó considerando la máxima ductilidad permitida en el RCDF-04 para este sistema estructural mediante la aplicación de un factor de comportamiento sísmico igual a $Q = 4$. El factor de reducción por sobrerresistencia se determinó conforme al criterio propuesto en el Apéndice A (ecuación 2, figura 2a). Es posible consultar una discusión más amplia en Tapia y Tena (2010).

$$R = \begin{cases} \frac{10}{4 + \sqrt{T/T_a}} & \text{Si } T \leq T_a \\ 2 & \text{Si } T > T_a \end{cases} \quad (2)$$

En la ecuación anterior, T es el periodo de la estructura y T_a es el periodo característico del espectro de diseño que en el RCDF depende del periodo dominante del suelo T_s (NTCS-04). Así, en la figura 2b se muestra el espectro de diseño elástico y el espectro inelástico considerado en esta investigación.

**Figura 2.** Consideraciones para el diseño sísmico según NTCS-04

Siguiendo las tendencias de la práctica en México, en el estudio se realizó un cambio de sección transversal entre las columnas perimetrales del edificio y las columnas de los marcos interiores. En la tabla 2 se muestran las secciones estructurales finales consideradas en este estudio después del proceso iterativo de diseño.

Además, en la figura 3 se muestra las relaciones de esfuerzo por entrepiso (demanda entre resistencia) de las trabes y las columnas (ecuación 3) para hacer notar que en el diseño se observó que las trabes constituyeran la primera línea de defensa en la respuesta inelástica y

que las columnas se diseñaron para que tuvieran poco o nulo daño (mecanismo de colapso viga débil - columna fuerte).

Tabla 2. Secciones transversales finales consideradas en este estudio

Elemento estructural	Modelo de 8 pisos		Modelo de 10 pisos	
	Entrepiso	Sección	Entrepiso	Sección
Trabes	N1 a N4 N5 a N7 N8	IR 27"x140 kg/m IR 24"x140.1 kg/m IR 24"x82 kg/m	N1 a N5 N6 a N9 N10	IR 24"x125.1 kg/m IR 24"x140.3 kg/m IR 18"x52.2 kg/m
Columnas de marcos interiores	N1 a N3 N4 a N6 N7 a N8	OR 60x60 cm; t= 3.18 cm OR 50x50 cm; t= 2.85 cm OR 50x50 cm; t= 1.91 cm	N1 a N3 N4 a N7 N8 a N10	OR 60x60 cm; t=3.49 cm OR 60x60 cm; t= 2.85 cm OR 50x50 cm; t= 2.54 cm
Columnas de marcos perimetrales	N1 a N3 N4 a N6 N7 a N8	OR 60x60 cm; t= 2.85 cm OR 50x50 cm; t= 2.22 cm OR 50x50 cm; t= 1.91 cm	N1 a N3 N4 a N7 N8 a N10	OR 60x60 cm; t=3.18 cm OR 60x60 cm; t= 2.54 cm OR 50x50 cm; t= 1.91 cm

$$e = \frac{P_u}{P_R} + \frac{M_{ux}}{M_{Rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{Ry}} < 1.0 \tag{3}$$

En la ecuación 3, que es aplicable para miembros en flexo-compresión (IMCA 2014), P_u es la carga axial actuante; M_{ux} y M_{uy} son los momentos actuantes en ambas direcciones; P_R es la carga axial resistente y M_{Rx} y M_{Ry} son los momentos resistentes en las direcciones principales. La ecuación debe cumplir que $e < 1.0$ para asegurar que la sección transversal propuesta satisface las solicitaciones por flexo-compresión.

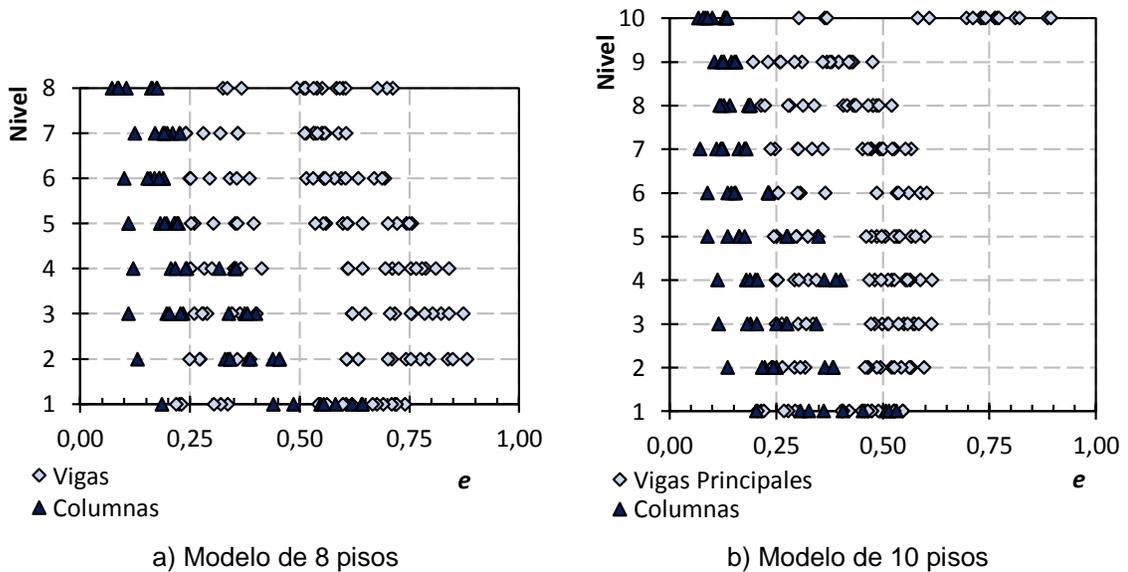


Figura 3. Relaciones de esfuerzo (demanda contra resistencia) de los modelos

3. MODELADO DE ANÁLISIS INELÁSTICO

Se realizaron análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente a los modelos en el programa de análisis *OpenSees*, Open System for Earthquake Engineering Simulation (Mazzoni *et al* 2006). Este programa es un software que usa el método de elemento finito para desarrollar aplicaciones que simulan el comportamiento estructural y geotécnico de sistemas sujetos a excitaciones sísmicas, desarrollado por el Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica del Pacífico (*Pacific Earthquake Engineering Research Center*, PEER).

En el modelo de *OpenSees*, se usó el material *Steel02* (el modelo de Giuffré-Menegotto-Pinto) con endurecimiento por deformación isotrópico en los perfiles de acero. Además, debido a la respuesta inelástica del material se propuso una solución iterativa y que se resuelve con el algoritmo de Newton a partir de una librería del programa. Las ecuaciones se formaron mediante un esquema general, que se numeró usando el método Cuthill-Mckee, que optimiza la numeración de los nodos para reducir el ancho de banda de la matriz. Este procedimiento despliega un mensaje cuando la estructura se desconecta (colapsa).

Con el propósito de considerar los efectos de segundo orden, los elementos traveses y columnas se subdividieron en ocho sub segmentos como se muestra en la figura 4a. Además, las columnas se modelaron considerando un desplome originado por causa de su fabricación y/o montaje, mediante una deformación al centro de su longitud; como se muestra en la figura 4b. La deformación relacionada con la imperfección se consideró como la máxima magnitud que el Instituto Mexicano de la Construcción en Acero (IMCA 2014) sugiere como permisible (ecuación 4).

$$\text{Desplome}_{m\acute{a}x} = \frac{L}{1000} = 0.001L \quad (4)$$

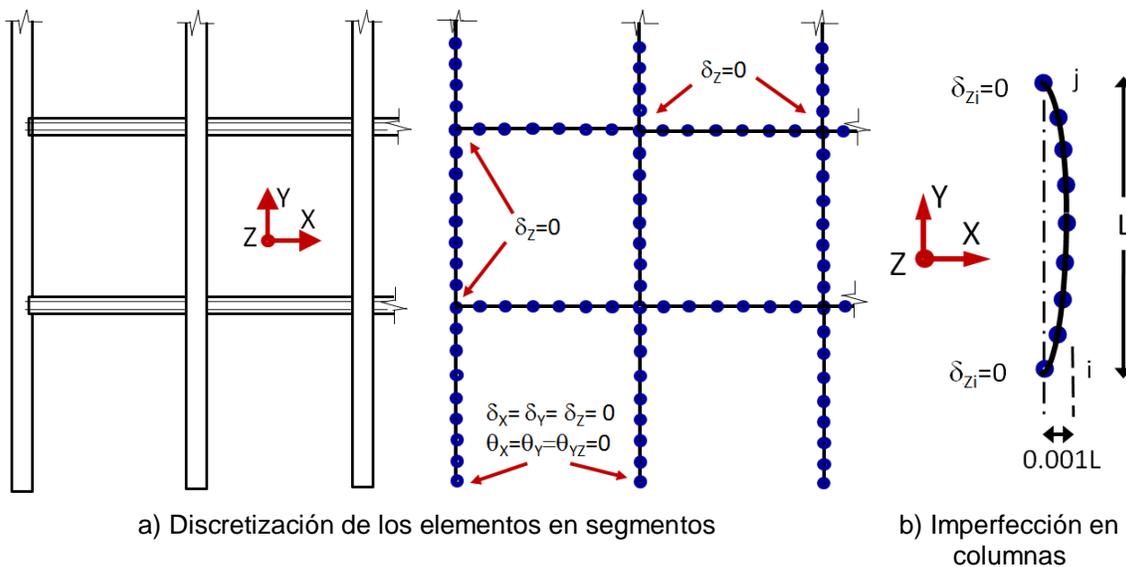


Figura 4 Detalles del modelo inelástico en *OpenSees*

En la figura 5a se muestra la configuración típica del modelo estudiado que tiene el propósito de estimar la rigidez lateral de los edificios. Los marcos del edificio se unieron mediante elementos de alta rigidez que se modelaron elásticos y cuya única función es transmitir la carga lateral.

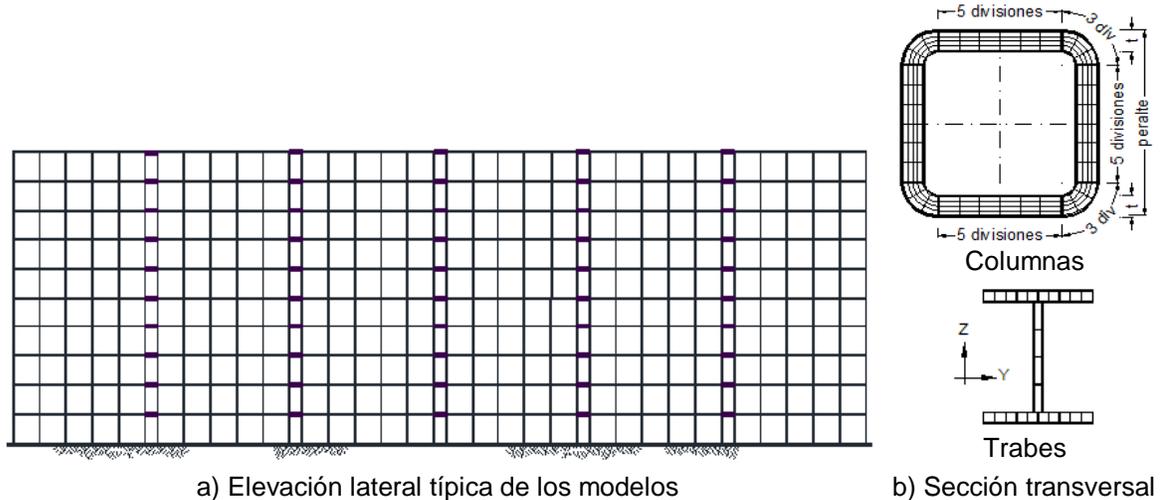


Figura 5. Consideraciones de los modelos inelásticos

Con el propósito de considerar la distribución de la plasticidad en la sección transversal de los elementos (figura 5b), las secciones transversales en el modelo se propusieron con fibras de longitud finita con ocho puntos de integración por elemento para modelar la variación de la deformación a lo largo de cada miembro. La sección transversal de las vigas de sección I, se dividió en tres parches, dos para los patines y una para el alma, los cuales se discretizaron con fibras con forma cuadrilátera. Mientras que las columnas de sección cajón se discretizaron mediante cuatro fibras rectangulares para formar las paredes laterales de la sección cajón con seis subdivisiones horizontales y cinco verticales y cuatro secciones más para las esquinas de la sección cajón. A fin de evitar inestabilidad por torsión, las fibras se unieron con el comando *section Aggregator* que aporta la rigidez por torsión a las secciones subdivididas en fibras.

4. PROTOCOLOS DE CARGA

En los análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente, se determinaron siete patrones de carga lateral como se describe en los siguientes apartados: un patrón lateral rectangular, tres relacionados con los modos de vibrar de cada estructura, dos patrones que están asociados al acoplamiento de los tres primeros modos y un patrón relacionado con las fuerzas inerciales que provocan la mayor deformación en la azotea en un análisis dinámico ante el acelerograma histórico registrado en durante el sismo de septiembre de 1985 en la Ciudad de México.

4.1 Patrón uniforme

Con base en las recomendaciones del FEMA 273 (NEHRP 1997) se propuso un patrón lateral de cargas constantes en la altura; es decir, un patrón rectangular uniforme. La magnitud de las cargas se normalizaron con la fuerza lateral en la azotea de los edificios obtenidas del método estático de las NTCS-04 (ecuación 1).

4.2 Patrones modales

Se determinaron patrones de carga relacionados con los tres primeros modos de vibrar siguiendo el procedimiento que se ejemplifica a continuación para el modelo de 10 niveles. En los análisis, la matriz de rigidez lateral de los edificios se obtuvieron utilizando las fórmulas Wilbur. Es posible encontrar más información sobre los criterios para determinar la rigidez lateral, resistencia y balance de cargas en estructuras de acero en Gutiérrez (2013) y Tapia *et al.* (2013).

La rigidez y el desplazamiento del primer entrepiso de una estructura cuando se supone que las columnas empotradas en la cimentación está definida por la ecuación 5; mientras que la rigidez y el desplazamiento del segundo piso considerando las mismas condiciones de apoyo están definidos por la ecuación 6.

$$R_1 = \frac{48E}{(D_1 h_1)}; D_1 = \left(\frac{4h_1}{\sum K_{c1}} \right) + \frac{(h_1+h_2)}{\left(\sum K_{t1} + \frac{\sum K_{c1}}{12} \right)} \quad (5)$$

$$R_2 = \frac{48E}{(D_2 h_2)}; D_2 = \left(\frac{4h_2}{\sum K_{c2}} \right) + \frac{(h_1+h_2)}{\left(\sum K_{t1} + \frac{\sum K_{c1}}{12} \right)} + \frac{(h_2+h_3)}{\sum K_{t2}} \quad (6)$$

En las ecuaciones, E es el módulo de elasticidad, R_n es la rigidez del entrepiso n , K_{tn} es la rigidez de las vigas del nivel sobre el entrepiso n ; K_{cn} es la rigidez de las columnas del nivel sobre el entrepiso n y h_n es la altura del entrepiso n . En las ecuaciones, la rigidez de la trabe ($K_{tn} = I_t/L_t$) y la rigidez de las columnas ($K_{cn} = I_c/h_c$) se calculan con el momento de inercia de las traves I_t y el momento de inercia de las columnas I_c , en función de la longitud neta de las trabe L_t y la altura neta de las columna h_c . Es posible encontrar más información sobre estas ecuaciones en Tapia *et al.* (2013).

Las condiciones de frontera del apoyo de las columnas del edificio no tiene influencia sobre los entrepisos superiores, por lo que la rigidez y el desplazamiento en los siguientes entrepisos pueden ser determinados aplicando la ecuación 7. En ella, m , n y o son subíndices que identifican los tres pisos consecutivos de abajo hacia arriba.

$$R_n = \frac{48E}{(D_n h_n)}; D_n = \left(\frac{4h_n}{\sum K_{cn}} \right) + \frac{(h_m+h_n)}{\left(\sum K_{tm} \right)} + \frac{(h_n+h_o)}{\sum K_{tn}} \quad (7)$$

Mediante este procedimiento y considerando las secciones transversales de la tabla 2, fue posible determinar las magnitudes de las rigideces de los entrepisos. En la tabla 3 se muestran las magnitudes obtenidas para el modelo de diez pisos, mientras que la matriz de rigidez, la matriz de masas $[M]$ y la matriz de rigidez lateral $[K]_{Lat}$ se muestran en las ecuaciones 8, 9 y 10, respectivamente para ejemplificar el procedimiento.

Los modos de vibrar de las estructuras estudiadas se obtuvieron mediante la resolución de un problema de *valores únicos*. La ecuación de movimiento para un sistema de n grados de libertad está definida por la ecuación 11 cuando el sistema no es amortiguado.

Tabla 3. Rigideces laterales del modelo de 10 niveles

Entrepiso		Rigidez K_n (kg cm)
10	k_{10}	$3.07 (10)^5$
9	k_9	$4.81 (10)^5$
8	k_8	$4.81 (10)^5$
7	k_7	$5.21 (10)^5$
6	k_6	$5.52 (10)^5$
5	k_5	$5.87 (10)^5$
4	k_4	$5.87 (10)^5$
3	k_3	$5.96 (10)^5$
2	k_2	$7.24 (10)^5$
1	k_1	$1.27 (10)^6$

$$K_{Lat} := \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & (k_4 + k_5) & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & (k_5 + k_6) & -k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & (k_6 + k_7) & -k_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & (k_7 + k_8) & -k_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_8 & (k_8 + k_9) & -k_9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_9 & (k_9 + k_{10}) & -k_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{10} & k_{10} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1113.15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1100.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1100.13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1086.21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1086.21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1081.73 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1081.73 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1062.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1062.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 908.31 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$K_{Lat} = \begin{bmatrix} 1.99E+06 & -7.24E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7.24E+05 & 1.32E+06 & -5.96E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5.96E+05 & 1.18E+06 & -5.87E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5.87E+05 & 1.17E+06 & -5.87E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5.87E+05 & 1.14E+06 & -5.52E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.52E+05 & 1.07E+06 & -5.21E+05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.21E+05 & 1.00E+06 & -4.81E+05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.81E+05 & 9.61E+05 & -4.81E+05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.81E+05 & 7.88E+05 & -3.07E+05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.07E+05 & 3.07E+05 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (11)$$

Donde, $[M]$ es la matriz de masas, $[K]_{Lat}$ es la matriz de rigidez lateral, $\{\ddot{x}\}$ es el vector de aceleraciones y $\{x\}$ es el vector de desplazamientos. Ahora, con el propósito de obtener los modos de vibración, es necesario resolver un sistema de ecuaciones diferenciales lineales ordinarias, por lo que su solución se obtiene mediante una función exponencial y utilizando la transformada de Laplace. Así, el vector de desplazamientos queda definido por la ecuación 12 y es posible demostrar que el vector de aceleraciones está definido por la ecuación 13; donde $\{A\}$ es un vector de amplitudes.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix} e^{st} \tag{12}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{pmatrix} = s^2 \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix} e^{st} \tag{13}$$

Así, sustituyendo los vectores anteriores, considerando el cambio de variable ($-\lambda = s^2$) y despreciando la solución trivial ($\{A\} = \{0\}$), es posible demostrar que la solución para un sistema de varios grados de libertad está definida como se indica en la ecuación 14.

$$\|K_{lat} - \lambda M\| = 0 \tag{14}$$

En esta investigación se utilizó el comando “genvecs (K, M)” del programa *Mathcad 14* (PTC 2007) que resuelve los cálculos matemáticos para determinar los eigen valores relacionados con los modos de vibración. La configuración de los primeros tres modos de vibrar y la magnitud de los periodos se ilustran en la figura 6.

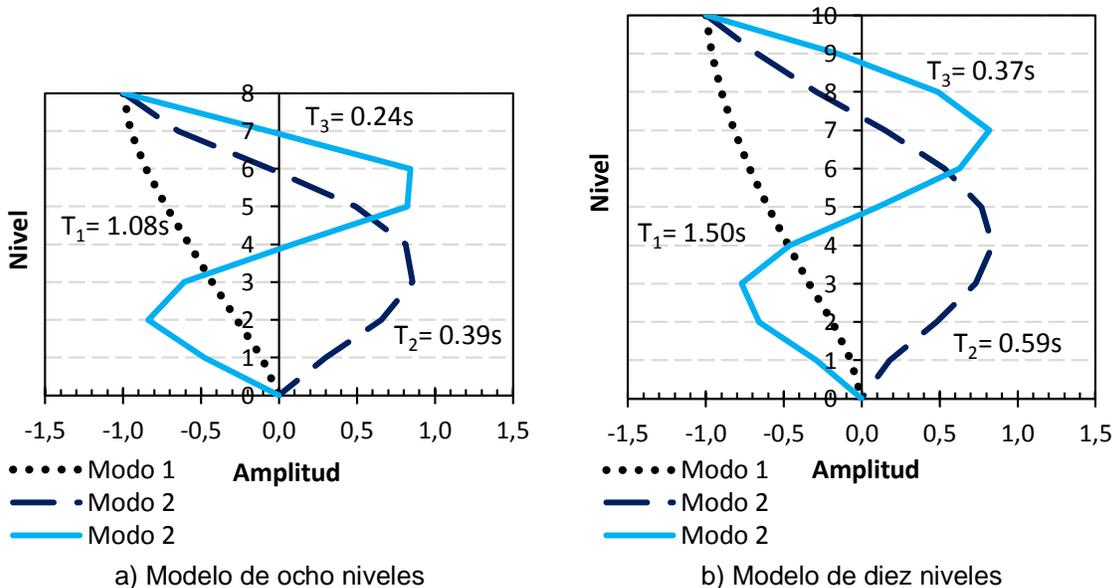


Figura 6. Primeros modos de vibrar de los modelos estudiados

4.3 Patrones de análisis dinámicos

En este estudio se consideró un patrón de carga que estuviera relacionado con las fuerzas inerciales por entrepiso generadas por un sismo histórico; para lo cual se realizaron análisis dinámicos no lineales a los modelos de ambos edificios bajo la excitación provocada por el acelerograma registrado en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes en la Ciudad de México durante el sismo de septiembre de 1985 en la dirección este - oeste (SCT).

En la figura 7a se muestra el espectro de pseudo-aceleración del registro seleccionado que fue post-procesado en el programa NonLin (Charney 2011); mientras que en la figura 7b se muestra la historia del desplazamiento en la azotea cuando el modelo de 10 pisos es sometido al acelerograma seleccionado. En los análisis, la máxima deformación en la azotea ocurrió a los 56.46 seg y 57.88 seg en los modelos de ocho y diez niveles, respectivamente. Entonces, se determinaron los cortantes resistentes por entrepiso en las columnas asociados con ese paso para definir los patrones de carga lateral que se discuten más adelante.

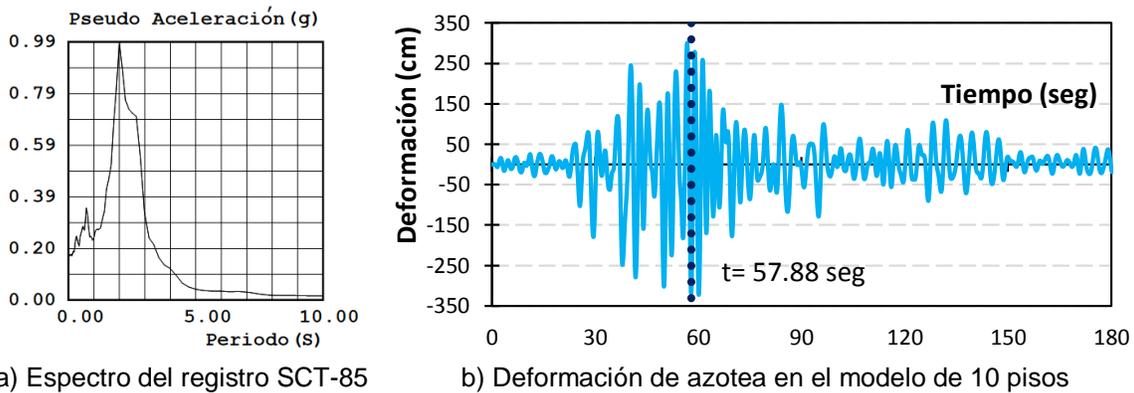


Figura 7. Determinación del patrón de fuerzas inerciales del modelo de 10 pisos

Así, en los análisis inelásticos paso a paso de ambos modelos se determinaron las fuerzas inerciales (cortante lateral por entrepiso V_i) relacionado con esa demanda máxima. Finalmente, el patrón de carga lateral se obtuvo normalizando el cortante lateral en la azotea producido por el registro histórico con la fuerza lateral obtenida del método estático.

4.4 Patrones de los modos acoplados

Una vez que se determinaron los modos de vibrar, se calcularon patrones acoplados mediante una combinación de los modos usando el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (método SRSS por sus siglas en inglés) siguiendo la ecuación 15.

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_i^2} \tag{15}$$

En la ecuación n es el número de modos considerados, i es el número de modo y R la respuesta combinada. Siguiendo este procedimiento, se obtuvieron dos patrones: un patrón considerando sólo los modos 1 y 2 que se tituló M_1+M_2 y otro patrón que se calculó teniendo en cuenta los modos 1, 2 y 3 que se tituló $M_1+M_2+M_3$.

En el procedimiento descrito se combinan cargas laterales aleatorias sin incluir explícitamente la contribución de la masa modal efectiva de cada modo. Es posible encontrar fórmulas simplificadas para incluir esos efectos en Christopoulos y Filiatrault (2006).

5. CORTANTE DE ANÁLISIS DINÁMICO

Los patrones de carga considerados en este estudio se normalizaron a partir de la magnitud del patrón de cargas laterales del método estático convencional de las NTCS-04 en el nivel de la azotea (ecuación 1). En la figura 8 se muestra la configuración de los patrones de carga normalizados con excepción del modelo rectangular que es constante en toda la altura. Estos patrones de carga lateral concuerdan con los resultados de otras investigaciones como Chopra y Goel (2002) y Chopra *et al.* (2004).

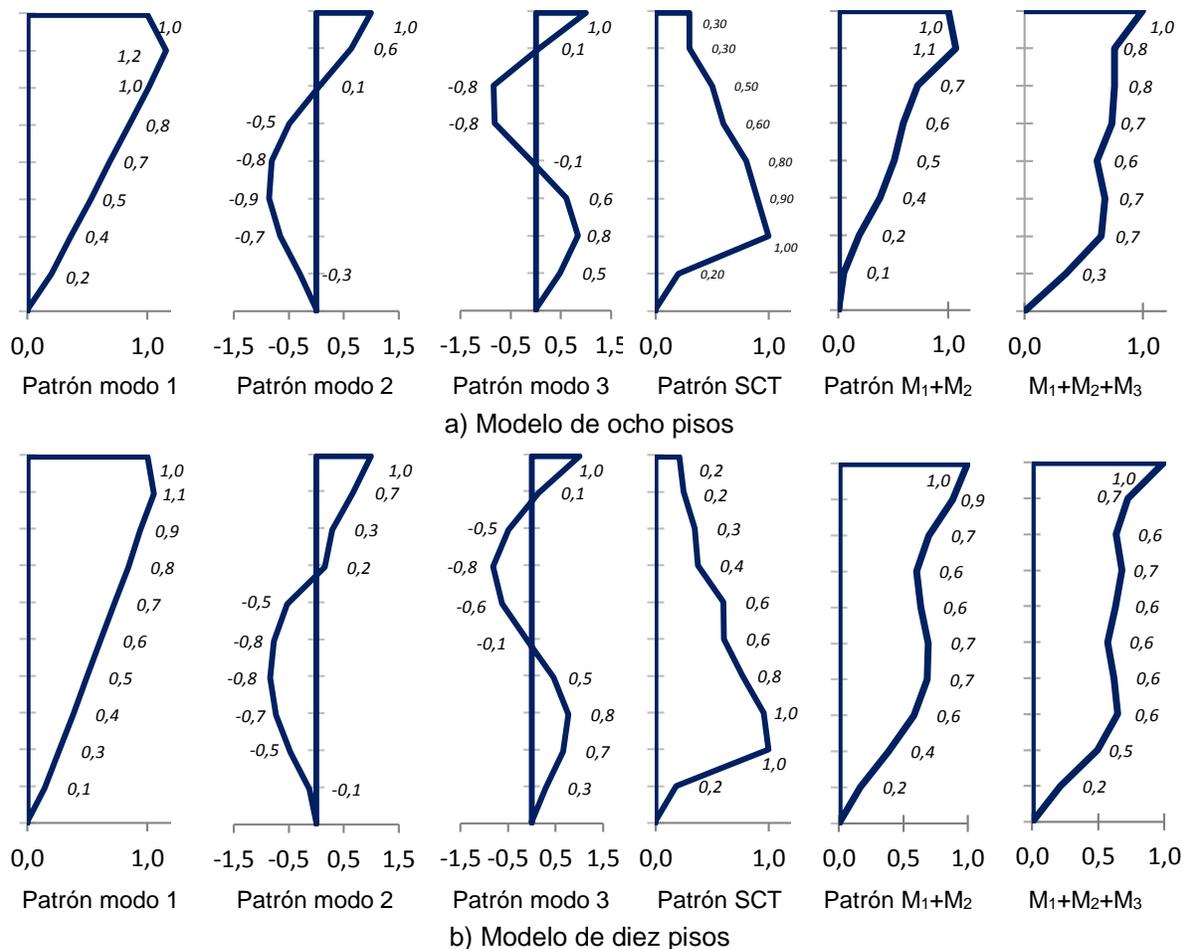


Figura 8. Patrones de carga normalizados considerados en esta investigación

Particularmente, el patrón de distribución SCT con forma triangular parecería tener relación con la distribución del método estático, pero no es así; se trata de una distribución relacionada con una demanda dada.

6. ANÁLISIS INELÁSTICOS

En la figura 9 se muestra la configuración deformada esquemática del modelo de ocho pisos en los análisis inelásticos estáticos ante carga monótona creciente con el patrón de cargas relacionado con el modo fundamental para hacer notar que la configuración deformada de los elementos y rotaciones en los nodos de conexión tiene congruencia con la respuesta esperada de un marco momento - resistente.

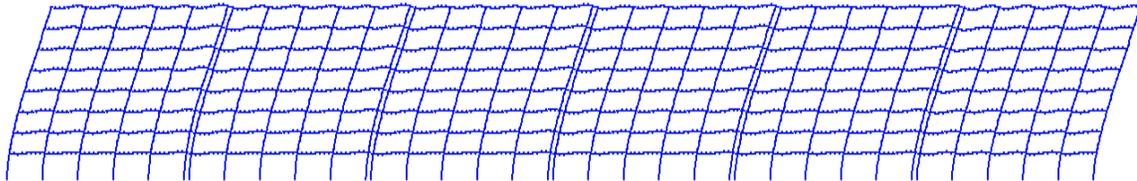


Figura 9. Configuración deformada del modelo de 8 pisos en el análisis inelástico

Con el propósito de estudiar la evolución del daño de los patrones de carga relacionados con la configuración modal, en la figura 10 se muestra el comportamiento de las distorsiones de entrepiso en el modelo de 10 niveles en el paso donde la distorsión global en el análisis ante las cargas laterales asociadas al modo principal (modo 1) tiene una magnitud igual a $0.01H$, $0.02H$ y $0.03H$. En otras palabras, en la figura se muestra la configuración deformada relacionada con la magnitud del patrón de carga (el paso) que fue necesario aplicar para que en el análisis ante el patrón de cargas del modo fundamental se presentara esa magnitud de deformación en la azotea.

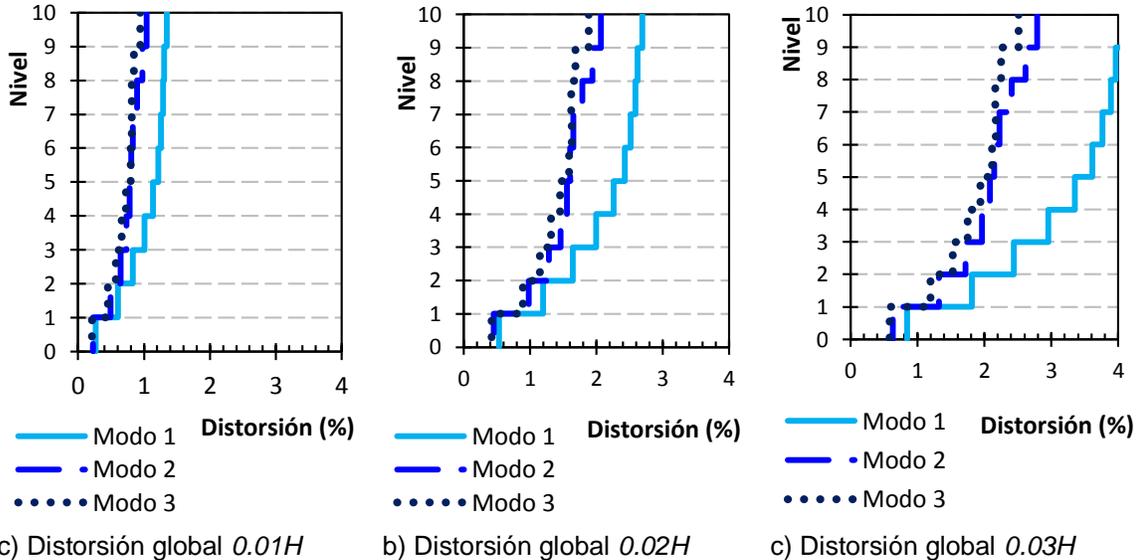


Figura 10. Evolución de las deformaciones en el modelo de 10 pisos

Así por ejemplo, la distorsión del modo 1 cuando la distorsión global es igual a $0.01H$ ocurre cuando el patrón de cargas es afectado por un factor igual a 0.46; de manera que en la comparación se usó la deformación que se presentaba en los análisis ante los patrones de carga relacionados con el modo 2 y modo 3 cuando el factor incremental era próximo a 0.46. Siguiendo este procedimiento en cada caso, como se ilustra en la tabla 4, se obtuvieron las

distorsiones de entrepiso que se muestran en la figura 9. En estos cálculos, la distorsión global se determinó como la deformación en la azotea dividida entre la altura total del modelo H .

Se nota el patrón de carga relacionado con el primer modo lidera las deformaciones desde el inicio del análisis (figura 9). Esto implica que el patrón de cargas del método estático convencional de las NTCS-04, está relacionado igualmente con las mayores demandas de deformación; ya que ese criterio (ecuación 1) se obtiene considerando una distribución triangular inversa que corresponde al modo 1. Esta observación concuerda con otros resultados (FEMA 440 2005) de análisis de varios modelos con distintos patrones de cargas y análisis modales.

Según el Apéndice A de las NTCS-04, la distorsión permisible para la revisión del estado límite de seguridad contra colapso es igual a $0.03h$, donde h es la altura del entrepiso. Con base en estos resultados, los modelos de este estudio son capaces de desarrollar una magnitud superior a la permisible sin colapsar. Esta observación coincide con otros estudios como Tapia y Tena (2013), donde modelos de edificios racionalmente diseñados siguiendo estrictamente la metodología de diseño de las NTCS son capaces de desarrollar deformaciones (y ductilidades) superiores a las establecidas en los reglamentos especializados vigentes.

Tabla 4. Comparación de la deformación de entrepiso en distintos pasos (modelo de 10 pisos)

Patrón de carga	Modo 1			Modo 2			Modo 3		
	$0.01H$	$0.02H$	$0.03H$	$0.01H$	$0.02H$	$0.03H$	$0.01H$	$0.02H$	$0.03H$
Factor de incremento	0.46	0.91	1.22	0.46	0.92	1.23	0.45	0.91	1.21
10	36.12	72.12	108.12	26.12	52.12	70.12	24.12	48.12	64.12
9	31.41	62.69	93.86	22.48	44.88	60.36	20.81	41.53	55.33
8	26.83	53.51	79.99	19.08	38.09	51.21	17.84	35.62	47.45
7	22.30	44.45	66.36	15.94	31.83	42.79	14.98	29.93	39.88
6	17.89	35.63	53.17	13.03	26.03	35.00	12.13	24.23	32.29
5	13.63	27.12	40.52	10.22	20.42	27.48	9.34	18.66	24.88
4	9.66	19.21	28.79	7.49	14.97	20.19	6.78	13.56	18.10
3	6.13	12.21	18.45	4.92	9.84	13.32	4.48	8.96	11.99
2	3.23	6.45	9.90	2.67	5.35	7.30	2.46	4.93	6.63
1	1.11	2.25	3.55	0.95	1.91	2.67	0.89	1.79	2.45

En la figura 11 se muestran las curvas de capacidad obtenidas en los análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente mediante los siete patrones de carga lateral considerados en esta investigación. Las curvas muestran el comportamiento del cortante basal calculado como la demanda sobre las columnas contra la distorsión global calculado con la deformación en la azotea dividida entre la altura total del modelo. Las gráficas muestran una disminución muy gradual de la rigidez lateral, que es un comportamiento típico de modelos que consideran una plastificación detallada mediante fibras y elementos subdivididos en varios segmentos (Tapia y Tena 2013).

El patrón de cargas asociado al modo fundamental rige el diseño (figura 11), debido a que se requiere una menor magnitud de la carga lateral para lograr que la estructura tenga un mayor desplazamiento. En el modelo de 8 pisos, este patrón (modo 1) estima adecuadamente las demandas máximas que se podrían presentar en un sismo, representadas por la curva del patrón de las fuerzas inerciales (patrón SCT).

Sin embargo, ante el aumento de la altura del edificio (modelo de 10 pisos), las demandas relacionadas con el patrón del modo 1 sobreestiman las demandas máximas que reporta la demanda del sismo histórico. La curva de capacidad del modo acoplado M_1+M_2 tiende a los resultados del patrón del modo 1 y denota, igualmente, una dependencia con la altura de los edificios.

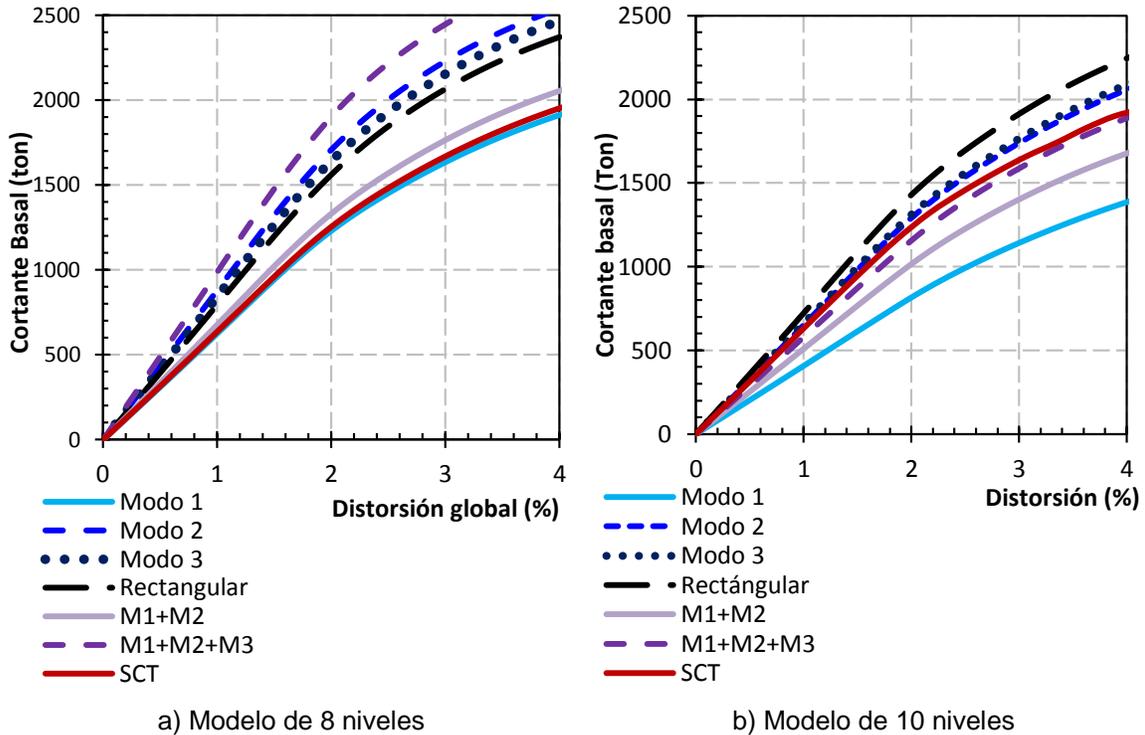


Figura 11. Curva de capacidad global de los modelos estudiados

En general, el comportamiento ante los patrones del modo 2, modo 3, el modo acoplado $M_1+M_2+M_3$ y el patrón rectangular son muy similares y sus demandas son poco significativas en los edificios estudiados (figura 11). Esto significa que en los casos estudiados, los modos superiores no tienen una participación importante en la respuesta inelástica.

7. CONCLUSIONES

Esta investigación estudia el comportamiento inelástico de dos edificios de ocho y diez niveles con uso de oficinas estructurados con marcos momento resistentes de acero, que se supusieron localizados en la zona IIIb de la subzonificación sísmica del Distrito Federal Mexicano (Zona del ex-Lago) para asociarse a las mayores demandas de aceleración propuestas en las Normas Técnica Complementarias para el Diseño por Sismo (NTCS-04) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-04) y se diseñaron para la máxima condición de ductilidad permitida para este sistema estructural con un factor de comportamiento sísmico $Q=4.0$.

Esta investigación pretende evaluar si los patrones de carga lateral que propone el FEMA 273 y que son ampliamente aceptados en la ingeniería son una representación

razonablemente aproximada de las demandas que se presentarían durante el sismo de diseño considerando siete patrones laterales:

- a. Tres patrones modales asociados a la configuración del modo fundamental (un patrón uniforme basado en una proporción de la masa de cada entrepiso), del modo 2 y del modo 3.
- b. Un patrón rectangular.
- c. Un patrón lateral de fuerzas inerciales de entrepiso (cortante lateral) relacionados con la máxima deformación en la azotea de los modelos ante el acelerograma registrado en SCT en el sismo de septiembre de 1985.
- d. Dos patrones relacionados con el acoplamiento de los modos: uno de ellos considerando el primer y segundo modos y otro considerando los tres primeros modos.

Los análisis no lineales se realizaron en *OpenSees* mediante un modelo refinado que describe la plastificación mediante una discretización de las secciones transversales con fibras y una subdivisión de los elementos en segmentos para incluir detalladamente los efectos de segundo orden. Además, las columnas se modelaron con una deformación inicial $L/1000$ al centro del claro que se estableció con la máxima tolerancia por errores de montaje que establecen los reglamentos vigentes especializados en estructuras de acero.

De acuerdo con los resultados de la investigación, a partir de la evolución de las distorsiones y de curvas de capacidad se pueden hacer las siguientes observaciones:

- La evolución de las distorsiones de los entrepisos ante los patrones de carga relacionados con la configuración deformada de los modos 1, 2 y 3 demuestran que, desde el inicio de los análisis, el modo fundamental representa la mayor demanda para una misma magnitud del factor incremental del patrón de carga.
- Los resultados de los análisis no lineales ante los patrones laterales considerados están relacionados con deformaciones grandes sin que se presente el colapso. Esto demuestra que las estructuras de acero son flexibles y, en todos los casos, superan la distorsión permisible para la revisión del estado límite de colapso propuesta en las NTCS-04 para marcos dúctiles de acero (3%).
- Con base en las curvas de capacidad, el patrón de cargas asociado al modo fundamental rige el diseño, debido a que se requiere una menor magnitud de la carga lateral para lograr que la estructura tenga un mayor desplazamiento.
- En el modelo de 8 pisos, el patrón del modo fundamental es una buena representación de las demandas que generaría un sismo, representado por el patrón de fuerzas inerciales de un registro histórico (SCT). Sin embargo, ante el aumento de la altura en el modelo de 10 niveles, el patrón del modo fundamental sobreestima las demandas.
- Las demandas que producen los patrones del modo 2, modo 3, el modo acoplado $M_1+M_2+M_3$ y el patrón rectangular son similares y requieren una magnitud mayor para dañar las estructuras estudiadas, por lo que el patrón del modo acoplado M_1+M_2 es más crítico. Esto significa que los modos superiores tienen poca influencia en la respuesta inelástica de los edificios estudiados.

Los autores hacen notar que aún es necesario ampliar el estudio para incluir un mayor número de modelos antes de generalizar los resultados obtenidos. Pese a que en este estudio se consideró la tendencia de la práctica y a que los modelos no son perfectamente regulares en planta y se incluyeron deformaciones iniciales, es posible que otros modelos estén relacionados

con resultados significativamente diferentes. Los resultados dependen altamente de la forma de la edificación, sistema estructural, consideraciones del modelado, conexiones, distribución de masas y sistemas resistentes, entre otros. Se sugiere realizar estudios adicionales para establecer los casos, límites y condiciones que correspondan a los resultados de este artículo.

REFERENCIAS

Charney F.A. (2011), "**Nonlinear Dynamic Time History Analysis, NonLin**", Network for Earthquake Engineering Simulation, NEES. <https://nees.org/resources/nonlin>.

Chopra A. y R K. Goel (2002), "A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands of buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, John Wiley & Sons, No. 31, pp. 561-582. Estados Unidos. doi: 10.1002/eqe.144.

Christopoulos C. y A. Filiatrault (2006), "**Review of Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation**", IUSS Press, Pavia, Italy. ISBN 88-7358-037-8

Chopra A., R. K. Goel y C. Chintanapakdee (2004) "Evaluation of a Modified MPA Procedure Assuming Higher Modes as Elastic to Estimate Seismic Demands", *Earthquake Spectra*, Earthquake Engineering Research Institute, Volume 20, No. 3, pages 757–778, August.

CSI (2010), "Etabs, Extended Three Dimensional Analysis of Buildings Systems", Computer and Structures Incorporation, Berkeley, California.

EC008-05 (2005), EuroCode – 8, "Design of structures for earthquake resistance, Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings", European Committee for standardization. Brussels, March.

FEMA 440 (2005), "Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures", Applied Technology Council (ATC-55 Project). June.

Gutiérrez, S. I. (2013), "Influencia de los modos superiores en la respuesta no lineal de edificios estructurados con marcos dúctiles de acero", Proyecto Integral. Licenciatura en Ingeniería Civil. Universidad Autónoma Metropolitana. Diciembre.

IMCA (2014), "**Manual de Construcción en Acero**", Instituto Mexicano para la Construcción en Acero (IMCA), 5a. Edición, Ed. Limusa. México.

Krawinkler H, S. (1998) , "Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation", *Engineering Structures*. Volume 20, No. 4–6, pages 452– 464.

Mazzoni, S., McKenna, F., Scott, M. y Fennes, G. (2006), "Open System for Earthquake Engineering Simulation, User Command-Language Manual", Pacific Earthquake Engineering Research, University of California, Berkeley, CA.

NEHRP (1997), "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings", FEMA-273. Building Seismic Safety Council. Federal Emergency Management Agency. Washington, DC.

NTCCr-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones", Gaceta Oficial del Distrito Federal, décimo cuarta época, tomo II, octubre.

NTCS-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para el diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Distrito Federal, décimo cuarta época. Tomo II. No. 103-Bis. Distrito Federal, México.

PTC (2007), "**Mathcad version 14**", Parametric Technology Corporation.

RCDF-04 (2004), "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal (RCDF)". Gaceta Oficial del Distrito Federal, décima cuarta época, enero.

Tapia E. y A. Tena (2010), "Observaciones sobre criterios de diseño sísmico de edificios con marcos de acero". Revista internacional de Ingeniería de Estructuras. Escuela Politécnica del Ejército. Volumen 15. No. 2. Quito, Ecuador. Diciembre, pp. 157-180. ISSN 1390-0315.

Tapia E y Tena A (2013), "Diseño sísmico de marcos de acero contraventeados. Parte 2: Evaluación de la metodología", Revista de Ingeniería Sísmica, No. 88, pp. 69-90. ISSN-0185-092X

Tapia E, A. Tena y R. Tremblay (2013), "Rigidez lateral, resistencia y balance de cargas en marcos de acero contraventeados". Revista internacional de Ingeniería de Estructuras. Vol. 18, No. 1, pp. 1-23. Escuela Politécnica del Ejército. ISSN 1390-0315.