

ANÁLISIS SÍSMICO DE UN EDIFICIO DE DOCE PISOS DE LA CIUDAD DE MANTA CONSIDERANDO INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA

SEISMIC ANALYSIS OF A TWELVE STORY BUILDING OF MANTA CITY CONSIDERING SOIL STRUCTURE INTERACTION

Roberto Aguiar⁽¹⁾, Dennis Ortiz⁽¹⁾

⁽¹⁾Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción
Universidad de Fuerzas Armadas ESPE
Av. Gral. Rumiñahui s/n, Sangolquí. Quito, Ecuador
Correo Electrónico: raguiar@espe.edu.ec

RESUMEN

Se realiza el análisis sísmico de un edificio, ubicado en la ciudad de Manta con un modelo que considera base empotrada, aplicando el método espectral se obtienen desplazamientos y fuerzas en el centro de masas de la estructura, para lo cual se emplea el espectro de Manta en componentes E-W y N-S. Luego se presenta la teoría para encontrar la respuesta dinámica espectral de cualquier pórtico que conforma la estructura. Por otra parte se utiliza la metodología de la ASCE-10 para obtener un modelo simplificado de un grado de libertad equivalente y la guía NEHRP-12 para considerar interacción suelo estructura, además, se detalla el cálculo de los factores que se tomaron en cuenta para el modelamiento de una estructura con vigas de cimentación; y, se comparan los resultados de los distintos modelos propuestos. Por último, en base a la deriva de piso se explica el daño registrado durante el terremoto del 16 de abril de 2016, de magnitud 7.8.

Palabras Clave: Método espectral, modelo simplificado de un grado de libertad equivalente, interacción suelo estructura.

ABSTRACT

Seismic analysis of a building located on Manta city with a model that considers embedded base is made, applying the spectral method displacements and forces in the center of masses of the structure are obtained, for which the spectrum of Manta is used in components E-W and N-S. Then the theory is presented to find the spectral dynamic response of any frame that conforms the structure. On the other hand the methodology of ASCE-10 is used to obtain a simplified model of an equivalent degree of freedom and the NEHRP-12 guide to considerer soil structure interaction, in addition, is detail the calculation of factors that were taken into account for the modeling of a structure with strip footings; and, the results of the different proposed models are compared. Finally, based on the story drift the damage recorded during the earthquake of April 16, 2016 of magnitude 7.8 is explained.

Recibido: Marzo de 2017
Aceptado: Junio de 2017

KeyWords: Spectral method, simplified model of an equivalent degree of freedom, soil structure interaction.

1. INTRODUCCIÓN

Durante el siglo XX la costa norte de Ecuador soportó una serie de sismos de alta magnitud, el gran terremoto en 1906 (M_w 8.8) ocasionó la ruptura de aproximadamente 500 km de longitud de la placa principal; en las siguientes décadas en la misma zona se rompieron diversos sub-segmentos a causa de sismos suscitados de manera secuencial de sur a norte en: 1942 (M_w 7.8), 1958 (M_w 7.7) y 1979 (M_w 8.2).

El terremoto de Pedernales en 2016 (M_w 7.8) supone una nueva etapa de eventos sísmicos, debido a que se encuentra en el mismo lugar del segmento ya roto en el terremoto de 1942 (M_w 7.8), estos acontecimientos fueron el resultado del empuje de fallas poco profundas en el límite de las placas de Nazca y Sudamérica; en el lugar del terremoto, la placa de Nazca subduce hacia el este por debajo de la placa Sudamericana a una velocidad de 47 mm / año.

La figura 1 se refiere a los incidentes sísmicos mencionados. La línea negra con triángulos señala la fosa de subducción; las estrellas negras muestran los lugares de los epicentros de los grandes terremotos del siglo XX; los círculos blancos gruesos delimitan el área de liberación de energía de los terremotos; la línea blanca paralela a la costa ecuatoriana muestra la extensión de ruptura generada por el gran terremoto de 1906 (M_w 8.8); la estrella amarilla marca el epicentro del terremoto del 16 de abril de 2016 en Pedernales.

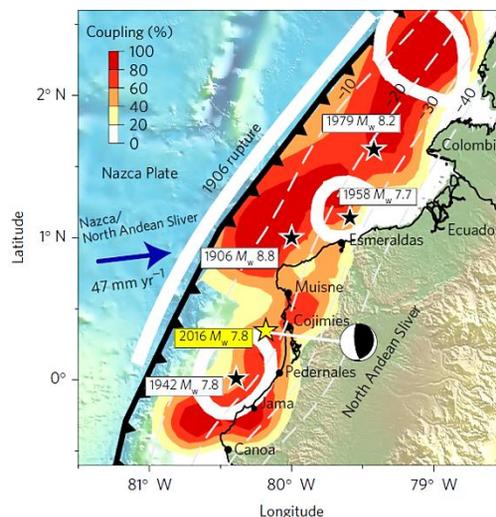


Figura 1 Zona de eventos sísmicos de Ecuador.

Fuente: Hayes et al. (2016)

El sismo de Pedernales rompió un segmento de cerca de 100 km de longitud por 40 km de ancho de la placa principal en profundidades entre 15 y 30 km, esto dio lugar a un deslizamiento sísmico de norte-sur de uno a seis metros lo que ocasionó como resultado la ruptura de dos asperezas adyacentes distintas. La

segunda aspereza de 40×40 km² se rompió en un lapso de tiempo de 10 s con un deslizamiento superior a 5 m y generó más de la mitad de la liberación total de la energía sísmica, esta parte de la ruptura situada a 20 km de profundidad de la zona poblada de la costa oeste hace relación al extenso daño sufrido de Pedernales a Canoa. (Nocquet, 2016).

En la figura 2 se presenta la evolución de la ruptura en un espacio de tiempo. a) acumulación de la energía cada 6 s, las líneas rojas son los contornos de profundidad de la subducción cada 20 km; b) función tiempo versus energía liberada; c) tres fases principales de ruptura en los intervalos de tiempo 5-23, 25-33 y 33-53 s, en el intervalo de 25 a 33 s se observa cómo se libera la mayor parte de energía que produce la ruptura de la segunda aspereza; d) mapa de las diferentes estaciones utilizadas en el estudio; e) diagramas tiempo-deslizamiento en las diferentes estaciones, en negro los observados y rojo los modelados.

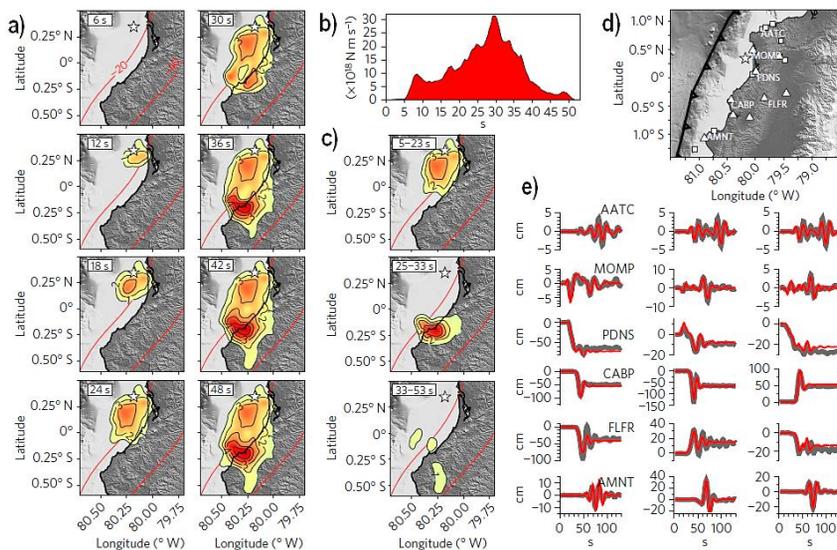


Figura 2 Evolución de la ruptura en un espacio de tiempo y liberación de la energía sísmica

Fuente: Nocquet et al. (2016)

En este contexto es necesario realizar prospecciones geotécnicas, debido a que en su mayoría las estructuras fallaron por efecto del suelo, por no poder definir un adecuado factor de amplificación del suelo, de ahí la necesidad de realizar estudios con interacción suelo estructura en las zonas anteriormente descritas.

Este estudio trabaja con un edificio de doce pisos ubicado en la ciudad de Manta, al cual se realiza un análisis sísmico en coordenadas de piso, se consideran tres grados de libertad por planta y se emplea el espectro de Manta en componentes E-W y N-S, este primer modelo es con base empotrada y determina los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas.

Se presenta el programa *desp_fuer_NP* que determina los desplazamientos y fuerzas de cada pórtico que conforma la estructura. Para obtener el desplazamiento y fuerza resultante se aplicó el Criterio de Combinación Modal de la Norma Técnica de Perú de 2003. (Aguiar y Ortiz, 2016).

ASCE-10 propone mediante ecuaciones obtener un modelo de un grado de libertad equivalente de cualquier estructura; de esta modo se puede estimar la rigidez, masa, altura, período, desplazamiento y fuerza equivalente. Posteriormente al sistema de 1gdl equivalente se lo hace interactuar con el suelo; a través de la guía NEHRP-12 se detalla de manera minuciosa el cálculo de los factores de rigidez y amortiguamiento que se toman en cuenta para el modelamiento de una estructura con vigas de cimentación.

Se presenta también el programa *rigidez_suelo*, que determina la rigidez del suelo y la velocidad de onda de corte; y de igual forma el programa *resortes_ZS*, que calcula los resortes de la cimentación para realizar interacción suelo estructura. (Aguiar y Gallegos, 2014).

Por último se pretende relacionar el nivel de daño que sufrió la edificación que se indica en la figura 3, a partir de las derivas de piso calculadas en la estructura. Se encerró con círculo rojo las diferentes afectaciones registradas.



Figura 3 a) Vista posterior; b) Vista Lateral; c), d) Fachada principal con entrantes; e), f) Daños en mampostería

2. MÉTODO ESPECTRAL EVALUADO EN CENTRO DE MASAS

El Análisis Modal Espectral es uno de los métodos más utilizados para el análisis sísmico de estructuras, en la práctica profesional para el rango elástico, el método en mención es muy eficaz y con resultados precisos. Se detalla el método en forma general, aplicable a cualquier estructura. (Aguiar, 2012).

En primer lugar, es imprescindible calcular la matriz de rigidez lateral de todos los pórticos que conforman la estructura, a continuación se calcula la matriz en coordenadas de piso, para proceder con el cálculo de la matriz de masas la cual está en función de las cargas de la estructura, con estos dos últimos parámetros deducidos se obtienen las propiedades dinámicas y modos de vibración de la estructura los mismos que dan paso para determinar los factores de participación modal y las aceleraciones espectrales, en combinación de estos elementos calculados se obtienen los desplazamientos máximos modales y las fuerzas máximas modales.

2.1. Matriz de Rigidez en Coordenadas de Piso

La matriz de rigidez se calcula con un modelo de losa rígida con tres grados de libertad por planta considerados en el centro de masas (CM), dos componentes de desplazamiento según los ejes X, Y, y una rotación con respecto a un eje perpendicular a la losa.

La matriz de rigidez en coordenadas de piso, es simétrica, razón por la cual solo se precisa calcular las sub matrices de la matriz triangular superior.

$$K_E = \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} & K_{X\theta} \\ & K_{YY} & K_{Y\theta} \\ & & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2. Matriz de Masas en Coordenadas de Piso

La matriz de masas de cualquier estructura se halla a partir de la evaluación de la energía cinética, T_c en el centro de masas.

Para el modelo a analizar, la matriz de masas es la siguiente.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & m_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 & & & & & \\ & J_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & J_i & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & J_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde m_i la masa total del piso i ; m_n la masa del último piso; J_i es el momento de inercia de la masa m_i ; J_n es el momento de inercia de la masa m_n . Se destaca que son momentos de inercia con respecto al centro de masa de cada piso. Para el piso 'i' se tiene las ecuaciones (3) y (4).

$$m_i = \frac{CT_i * A_i}{g} \quad (3)$$

Donde CT_i es la carga total que actúa en ese piso; A_i es el área del piso, y

$$J_i = \frac{m_i}{12}(a_i^2 + b_i^2) \quad (4)$$

Donde m_i es la masa del piso i ; a_i , b_i son las dimensiones de la losa en el piso i .

2.3. Desplazamientos Máximos

Para obtener los desplazamientos inelásticos en el centro de masas de una estructura en cada modo de vibración, se utiliza la ec. (5).

$$q^{(i)} = \Gamma^{(i)} \left(\frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \phi^{(i)} \quad (5)$$

Donde $\Gamma^{(i)}$ es el factor de participación modal en valor absoluto y representa que tanto participa el modo en la respuesta; T_i es el período de vibración del modo i ; A_{di} es la aceleración espectral asociada al período T_i ; $\phi^{(i)}$ es el modo de vibración en el modo i . Para hallar la respuesta total se debe utilizar un criterio de combinación modal.

2.4. Fuerzas Máximas Modales

Para encontrar las fuerzas en coordenadas de piso en cada modo de vibración se emplea la ec. (6).

$$Q^{(i)} = \Gamma^{(i)} A_{di} M \phi^{(i)} \quad (6)$$

Al igual que con los desplazamientos para hallar la respuesta total se debe aplicar un criterio de combinación modal. Cabe destacar que para hallar las fuerzas, las aceleraciones previamente deben ser afectadas por el factor de reducción de las fuerzas sísmicas R .

2.5. Criterios De Combinación Modal CQC

El criterio CQC (Complete Quadratic Combination), Chopra (2001), considera la posibilidad de acoplamiento entre los modos de vibración.

$$r^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} r_i r_j \quad (7)$$

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2(1+a)a^{1.5}}{(1-a^2)^2 + 4\xi^2a(1+a)^2} \quad a = \frac{W_{nj}}{W_{ni}}$$

Donde KL_i es la matriz de rigidez lateral del pórtico i ; para la fuerza resultante para cada altura es indispensable aplicar un criterio de combinación modal.

3.1. Norma Técnica De Perú 2003

En la Norma Técnica de Perú de 2003 se combinan los resultados obtenidos, en cada uno de los modos de vibración, con la siguiente ecuación:

$$r = 0.25 \sum_{i=1}^N |r_i| + 0.75 \sqrt{\sum_{i=1}^N r_i^2} \quad (11)$$

En la Normativa de Perú se reconoce que el criterio del valor máximo probable reporta valores bajos y que el criterio de superposición directa da valores muy altos por lo que lo más conveniente es combinar estos dos criterios en forma lineal con los coeficientes indicados en la ecuación.

Programa CEINCI-LAB

Se describe el programa de CEINCI-LAB, que se utilizó para obtener los desplazamientos y fuerzas de cada pórtico de la estructura. (Aguiar y Ortiz, 2016).

El programa **desp_fuer_NP**, devuelve un vector compuesto por.

p	Desplazamientos en el pórtico por cada modo de vibración.
pt	Desplazamientos resultantes luego de la combinación modal.
P	Fuerzas en el pórtico por cada modo de vibración.
PT	Fuerzas resultantes luego de la combinación modal.

A partir de los siguientes datos de entrada.

KL	Matriz que contiene las matrices de rigidez de cada pórtico.
A	Matriz que contiene las matrices A de cada pórtico.
np	Número de pisos de la estructura.
q	Es la matriz que contiene los desplazamientos en cada modo.
Npor	Indica el pórtico en el que realiza el cálculo.

4. MODELO SIMPLIFICADO DEL ASCE-10

El Modelo Simplificado es un sistema de un grado de libertad el mismo que es equivalente al de la estructura de múltiples grados de libertad. Es en este sistema que se encuentra la respuesta dinámica ante una acción sísmica dada.

Existen varios modelos para definir el sistema equivalente de 1gdl, todos ellos se derivan de los principios básicos de la dinámica de estructuras los modelos que aquí se indican son los propuestos por; Rodríguez (1994) del Instituto de Ingeniería de la UNAM, México; Fajfar y Gaspersic (1996) de la Universidad de Ljubljana, Slovenia; Esteva (1999) del Instituto de Ingeniería de la

UNAM, México; Aguiar (2001) del Centro de Investigaciones Científicas de la ESPE, Ecuador y Ayala (2001) del Instituto de Ingeniería de la UNAM, México.

El modelo utilizado por la ASCE-10, utiliza los períodos y el primer modo de vibración en función de K_{xx} que corresponde a la sumatoria de las matrices de rigidez lateral en el sentido de análisis y m matriz de masas de la estructura. Para transformar una estructura de múltiples grados de libertad a una estructura de un grado de libertad se emplean las siguientes ecuaciones:

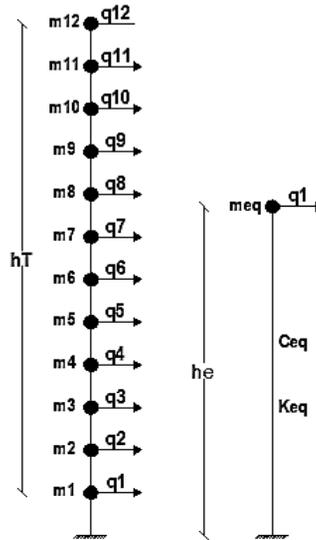


Figura 4 Modelo de múltiples grados de libertad a un grado de libertad equivalente

Masa Equivalente

$$M_{ef} = \frac{[\phi'_{ef1} * M * J']^2}{[\phi'_{ef1} * M * \phi_{ef1}]} \tag{12}$$

Rigidez Equivalente

$$K_{ef} = M_{ef} * \left(\frac{2\pi}{T_{ef1}}\right)^2 \tag{13}$$

Altura Equivalente

$$h_{ef} = \frac{[\phi'_{ef1} * M * h']}{[\phi'_{ef1} * M * J']} \tag{14}$$

Frecuencia Equivalente

$$\omega_{n_{ef}} = \sqrt{\frac{K_{ef}}{M_{ef}}} \tag{15}$$

Período Equivalente

$$T_o = \frac{2\pi}{Wn_{ef}} \quad (16)$$

Desplazamiento Equivalente

$$q_o = \left(\frac{T_o}{2\pi}\right)^2 * Ad_{ef} \quad (17)$$

Fuerza Equivalente

$$F_o = K_{ef} * q_o \quad (18)$$

5. CÁLCULO DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO DEL SUELO

5.1. Rigidez Del Suelo

En diversas recomendaciones internacionales, tales como las del NEHRP, la calidad del suelo superficial se indica mediante el promedio de la velocidad de propagación de las ondas de corte en los primeros 30 m de profundidad V_{s30} . De manera similar, la norma ecuatoriana de la construcción, en el capítulo de peligro sísmico NEC-15, proporciona la tabla 1 donde utiliza la velocidad promedio de las ondas de corte para la definición de los perfiles de suelo.

Tabla 1 Criterios para clasificar suelos

Fuente: NEC-15, peligro sísmico

Tipo de Perfil	V_s	N o N_{ch}	S_u
C	entre 360 y 760 m/s	mayor que 50	mayor que 100 kPa
D	entre 180 y 360 m/s	entre 15 y 50	entre 100 y 50 kPa
E	menor 180 m/s	menor de 15	menor de 50 kPa

Tabla 2 Clasificación sísmica de suelos

Fuente: Código Internacional de Construcción

Tipo	V_{s30} (m/s)	Descripción
A	> 1,500	Roca dura
B	760 – 1,500	Roca
C	360 – 760	Roca blanda y suelo muy denso
D	180 – 360	Suelo rígido
E	< 180	Suelo blando
F	Suelos especiales (licuables, colapsables, arcillas muy plásticas, suelos orgánicos)	

El módulo de rigidez a corte del suelo es el parámetro determinante en las propiedades del suelo, un elemento diferencial del suelo pierde rigidez conforme la onda sísmica sube a la superficie, es decir conforme la distorsión angular del elemento aumenta, la rigidez a corte del suelo disminuye. Ver figura 5a.

Por lo cual el amortiguamiento aumenta, conforme el módulo de corte disminuye, problema del suelo de México. Ver figura 5b. (Gazetas, 2012).

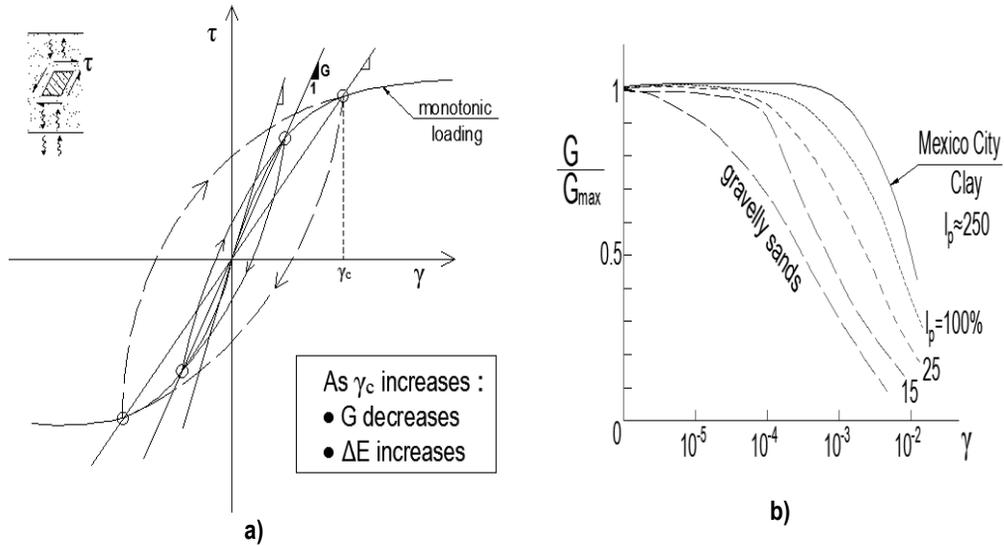


Figura 5 a) Módulo de rigidez a corte G_{max} ; b) Degradación de la rigidez del suelo
Fuente: Gazetas (2012)

Para obtener estos parámetros se debería realizar ensayos de laboratorio, la ASCE 10 simplifico esto en función del inicio del espectro conocido como $S_{DS}/2.5$ y presenta la tabla 19.2-1, para efectos de este estudio se realizó una adaptación de la tabla mencionada y se indica la tabla 3 la cual a partir de la aceleración máxima en suelo PGA permite contemplar la degradación del módulo de rigidez G . Para valores medios se debe interpolar y para suelo tipo F es necesario realizar ensayos.

Tabla 3 Factor de reducción de rigidez del suelo

Tipo de Suelo	G/Gmax		
	PGA		
	≤ 0.1	0.4	≥ 0.8
A	1,00	1,00	1,00
B	1,00	0,95	0,90
C	0,95	0,75	0,60
D	0,90	0,50	0,10
E	0,60	0,05	a
F	a	a	a

El módulo de rigidez a corte inicial o máximo G_{max} está en función de la velocidad de onda de corte V_{s30} , parámetro dado como dato a partir de definir el tipo de suelo.

$$G_{max} = \gamma(V_{s30})^2/g \tag{19}$$

Donde V_{s30} velocidad de onda de corte promedio a 30 m de profundidad; γ peso específico del suelo; g gravedad.

Se obtiene la relación G/G_{max} , y con esa proporción se calcula el módulo de corte del suelo con degradación de sismo G .

$$G = \% G_{max} \quad (20)$$

Por último la velocidad de onda de corte con degradación de sismo V_s .

$$V_s = \sqrt{(G * g)/\gamma} \quad (21)$$

5.2. Resortes Para Cimentación

La guía NEHRP-NIST 2012 sugiere aplicar las fórmulas de Gazetas (1991) y modificadas por Mylonakis (2006), estas fórmulas se orientan de modo que $L \geq B$, es decir que la rigidez en x siempre será en dirección de la dirección mayor. Ver la figura 6.

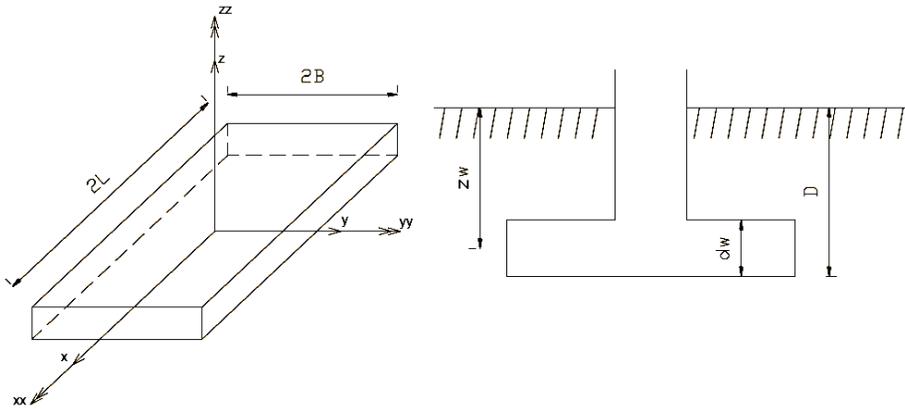


Figura 6 Configuración de parámetros para resortes

Fuente: Gazetas (2012)

La rigidez del suelo con interacción del suelo suele definirse como funciones de impedancia que representa la frecuencia dependiente de la rigidez y el amortiguamiento característico de la interacción suelo estructura.

$$Kj = k_j + iwx_j \quad (22)$$

Pero la NERPH (NIST2012) separa la rigidez del amortiguamiento, así la rigidez depende de las características de la cimentación:

$$k = K \eta \alpha \quad (23)$$

Donde K rigidez superficial de la cimentación; η factor que toma en cuenta el desplante; α factor de rigidez dinámica que toma en cuenta la vibración de la estructura.

La tabla 4 calcula los resortes en función de las características de la cimentación. Se destaca que existe una tabla similar para los amortiguamientos.

Tabla 4 Rigideces para zapatas aisladas y vigas de cimentación.

SENTIDO	RIGIDEZ SUPERFICIAL	FACTOR DE DESPLANTE	FACTOR RIGIDEZ DINÁMICA
Rigidez z	$K_z = \frac{2GL}{1-\nu} \left[0.73 + 1.54 \left(\frac{B}{L} \right)^{0.75} \right]$	$\eta_z = \left[1 + \frac{D}{21B} \left(1 + 1.3 \frac{B}{L} \right) \right] \left[1 + 0.2 \left(\frac{A_w}{4BL} \right)^{\frac{2}{3}} \right]$	$\alpha_z = 1 - \left[\frac{\left(0.4 + \frac{0.2}{L/B} \right) a_o^2}{\left(\frac{10}{1 + 3(L/B - 1)} \right) + a_o^2} \right]$
Rigidez y	$K_y = \frac{2GL}{2-\nu} \left[2 + 2.5 \left(\frac{B}{L} \right)^{0.85} \right]$	$\eta_y = \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{Z_w A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$	$\alpha_y = 1$
Rigidez x	$K_x = K_y - \frac{0.2GL}{0.75-\nu} \left[1 - \left(\frac{B}{L} \right) \right]$	$\eta_x = \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{Z_w A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$	$\alpha_x = 1$
Torsión z	$K_{zz} = GJ^{0.75} \left[4 + 11 \left(1 - \frac{B}{L} \right)^{1.0} \right]$	$\eta_{zz} = 1 + 1.4 \left(1 + \frac{B}{L} \right) \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.9}$	$\alpha_{zz} = 1 - \left[\frac{\left(0.33 - 0.03 \sqrt{L/B - 1} \right) a_o^2}{\left(\frac{0.8}{1 + 0.33(L/B - 1)} \right) + a_o^2} \right]$
Rotación yy	$K_{yy} = \frac{G}{1-\nu} I_y^{0.75} \left[3 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.15} \right]$	$\eta_{yy} = 1 + 0.92 \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d_w}{D} \right)^{1.9} \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.6} \right]$	$\alpha_{yy} = 1 - \left[\frac{0.55 a_o^2}{\left(0.6 + \frac{1.4}{(L/B)^3} \right) + a_o^2} \right]$
Rotación xx	$K_{xx} = \frac{G}{1-\nu} I_x^{0.75} \left(\frac{L}{B} \right)^{0.25} \left[2.4 + 0.5 \left(\frac{B}{L} \right) \right]$	$\eta_{xx} = 1 + 1.26 \frac{d_w}{B} \left[1 + \frac{d_w}{B} \left(\frac{d_w}{D} \right)^{-0.2} \left(\frac{B}{L} \right)^{0.5} \right]$	$\alpha_{xx} = 1 - \left[\frac{\left(0.55 + 0.01 \sqrt{L/B - 1} \right) a_o^2}{\left(2.4 + \frac{0.4}{(L/B)^3} \right) + a_o^2} \right]$

Donde G módulo de rigidez degradada del suelo; α_o factor adimensional que toma en cuenta la frecuencia de la estructura.

$$\alpha_o = \frac{wB}{V_s} \quad (24)$$

Donde w frecuencia de vibración de la estructura generalmente la del primer modo de vibración; V_s velocidad de onda de corte con efecto de degradación de la rigidez del suelo. Las restantes variables de la tabla 4 están definidas en forma gráfica en la figura 6.

Programas CEINCI-LAB

Se describen los programas de CEINCI-LAB, que se utilizaron para obtener la rigidez de los resortes que se aplican en la interacción suelo estructura. (Aguiar y Gallegos, 2014).

En primer lugar se utilizó el programa **rigidez_suelo**, el cual devuelve un vector compuesto por.

G	Módulo de corte del suelo con degradación de sismo en t/m^2 .
v	Peso específico del suelo en t/m^3 .
Vs	Velocidad de onda de corte con degradación de sismo m/s .

A partir del ingreso los siguientes datos de entrada.

Teniendo en cuenta que para sistemas de un grado de libertad se tiene, (Clough and Penzein, 1993) ver la figura 7:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (26)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (27)$$

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{F/q} = (2\pi)^2 \frac{mq}{F} \quad (28)$$

Considerando interacción suelo estructura el desplazamiento final se determina por la ecuación (29).

$$q_s = q_o + q_d + q_r \quad (29)$$

Donde q_o desplazamiento de la estructura con base empotrada; q_d es el desplazamiento horizontal del suelo, q_r es el desplazamiento rotacional del suelo.

$$q_d = \frac{q_o}{K_d} \quad (30)$$

$$q_r = ah = \frac{F_o h}{K_r} h \quad (31)$$

$$h = h_{ef} + D$$

Donde K_d rigidez de desplazamiento horizontal de la cimentación con interacción del suelo; K_r rigidez de rotación de la cimentación con interacción del suelo; h es la sumatoria de la altura equivalente del sistema de un grado de libertad h_{ef} más la altura de desplante D .

Con interacción suelo estructura el período final, de manera aproximada está definido por la ecuación (32). (Aguiar, 2012).

$$T_s^2 = T_o^2 + T_d^2 + T_r^2 \quad (32)$$

Donde T_o período de vibración la estructura con base empotrada; T_d es el período de vibración traslacional considerando a la estructura infinitamente rígida con un solo grado de libertad; T_r es el período de vibración rotacional considerando a la estructura totalmente rígida con un solo grado de libertad.

$$T_d = 2\pi * \sqrt{\frac{m_t}{K_d}} \quad (33)$$

$$T_r = 2\pi * \sqrt{\frac{J}{K_r}} \tag{34}$$

Donde m_t es la masa total del sistema; J es el momento de inercia rotacional con respecto a la base de la cimentación; $J = \sum m_i h_i^2$. Las restantes variables han sido ya definidas.

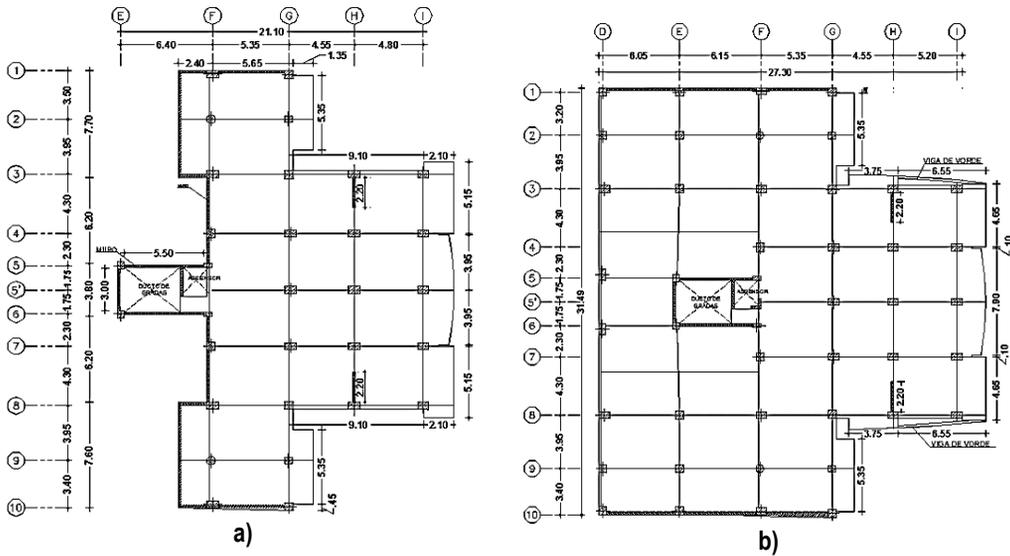
La ecuación (32) se obtiene a partir de la fórmula propuesta por la ASCE 7-10 en el capítulo 19 de interacción suelo estructura para diseño sísmico, la misma se encuentra definida por:

$$\frac{T_s}{T_o} = \sqrt{1 + \frac{k}{K_d} + \frac{kh^2}{K_r}} \tag{35}$$

7. ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

Se analiza un edificio de 12 pisos de hormigón armado, cimentada sobre vigas de cimentación, módulo de elasticidad del hormigón $E = 15000 * \sqrt{f'c}$ y $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$, ubicado en la ciudad de Manta.

En la figura 8 se indican las plantas que representan al edificio. Se considera sentido transversal a aquel que está en dirección de los pórticos identificados por letras y, sentido longitudinal, al ortogonal es decir al que está identificado por números. La estructura es simétrica en el sentido longitudinal y se conforma por muros de corte en el ducto de gradas, ascensor y parte del eje H.



En la figura 9 se presenta de manera indistinta pórticos que forman parte de la estructura. Para el sentido transversal los pórticos E y D, y para el sentido longitudinal los pórticos 5, 2 y 9.

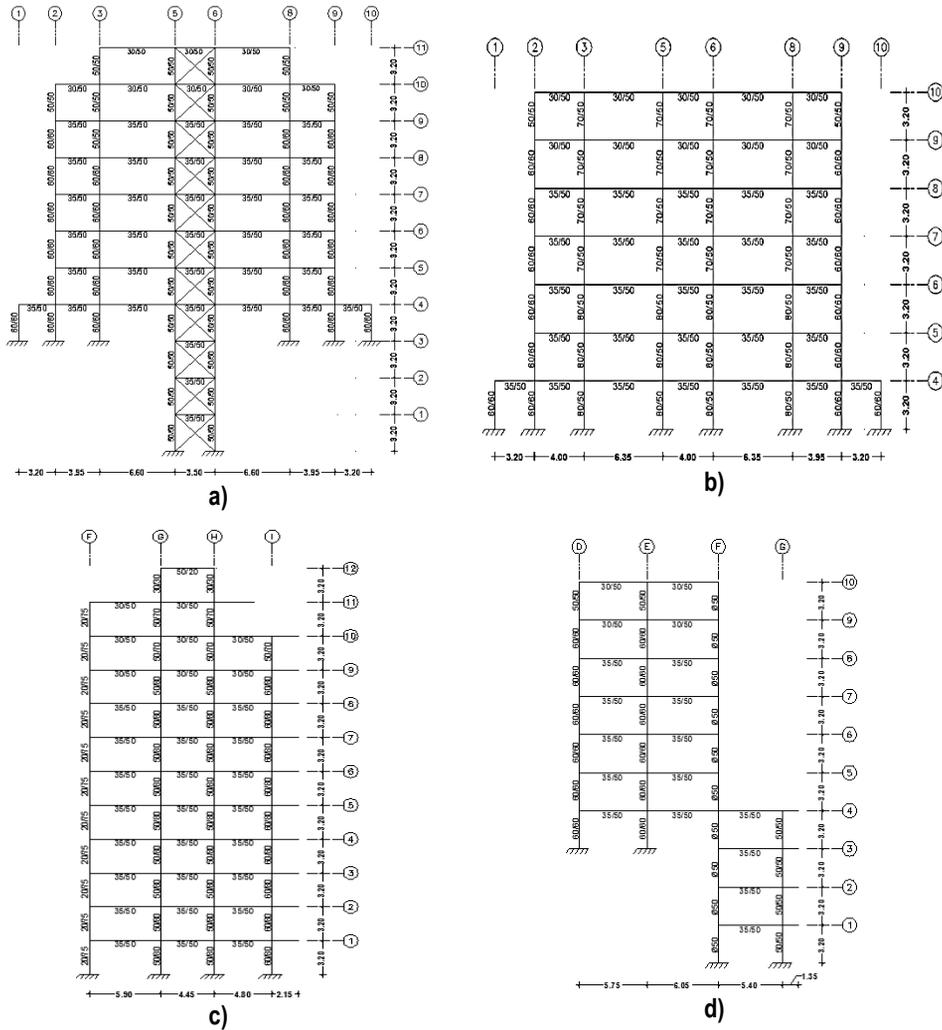
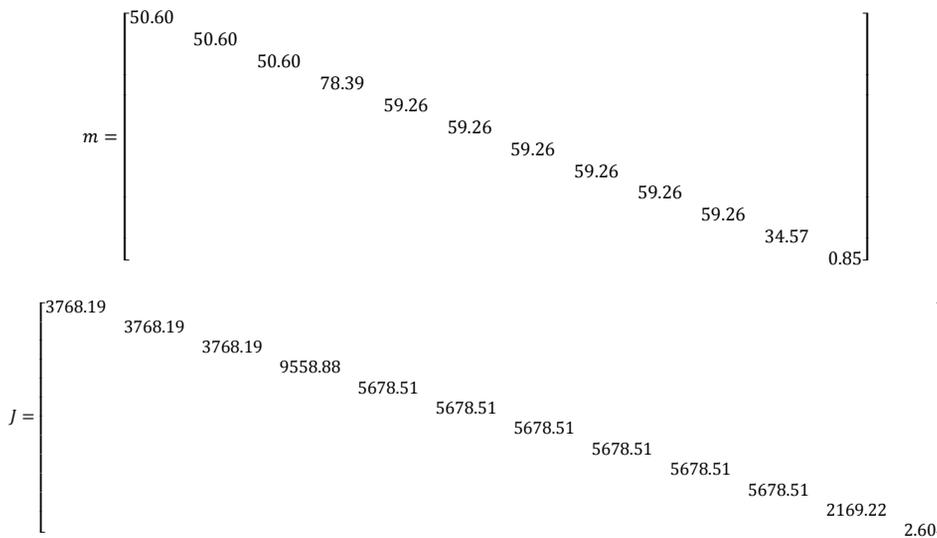


Figura 9 a) Pórtico E; b) Pórtico D; c) Pórtico 5; d) Pórtico 2 y 9

7.1. Análisis Estructura Con Base Empotrada

Con el propósito de que la matriz de masas sea diagonal, las coordenadas de piso se consideraron en el centro de masas. Se calculó la matriz de rigidez con un modelo de losa rígida con tres grados de libertad por planta, dos componentes de desplazamiento según los ejes X, Y, y una rotación con respecto a un eje perpendicular a la losa. Las sub matrices de la matriz de masas son:

$$M = \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & J \end{bmatrix}$$



Propiedades Dinámicas

En la tabla 6, se indican los períodos de vibración de la estructura con base empotrada. El período fundamental es 1.155 s.

Tabla 6 Períodos de vibración de la estructura con base empotrada

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,155	1,138	0,888	0,381	0,336	0,286	0,201	0,181	0,164	0,162	0,161	0,119
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0,107	0,101	0,093	0,085	0,078	0,073	0,064	0,063	0,058	0,053	0,051	0,050
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
0,045	0,043	0,042	0,040	0,039	0,037	0,037	0,035	0,034	0,033	0,031	0,030

Espectro de Análisis

Se muestra los espectros que se obtuvieron en la ciudad de Manta para el terremoto del 16 de abril de 2016, se aprecia la presencia de picos característicos, típicos de los sismos interplaca tipo thrust. Ver figura 10. (Aguiar 2010).

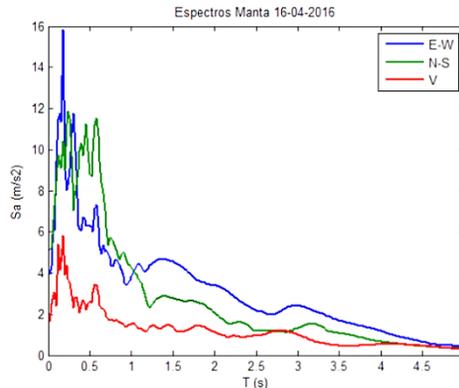


Figura 10 Espectros para la ciudad de Manta, terremoto del 16 de abril de 2016.

Los picos característicos son aquellos valores en los cuales la aceleración espectral vuelve a subir y por ende ingresa una mayor cantidad de energía a la estructura.

Método Espectral

Se realiza el análisis sísmico para las dos componentes del terremoto del 16 de abril de 2016, la condición más desfavorable corresponde a la componente E-W.

Se trabaja con un factor de reducción de las fuerzas sísmicas $R = 4$ esto se debe a que se considera un factor de reducción de resistencia por ductilidad $R_{\mu} = 2$, factor de sobre resistencia $R_{\Omega} = 2$, y factor de redundancia $R_R = 1$.

Las respuestas máxima probables en el centro de masas de cada uno de los piso se indican en la tabla 7. Donde q es el desplazamiento inelástico, F es la fuerza lateral y γ es la deriva de piso.

Tabla 7 Respuestas Máximas Probables

piso	Análisis Transversal						Análisis Longitudinal					
	COMPONENTE E-W			COMPONENTE N-S			COMPONENTE E-W			COMPONENTE N-S		
	q (cm)	F (T)	γ (%)	q (cm)	F (T)	γ (%)	q (cm)	F (T)	γ (%)	q (cm)	F (T)	γ (%)
1	0,93	47,21	0,29	0,85	49,09	0,27	1,91	57,99	0,60	1,54	49,62	0,48
2	2,56	71,34	0,51	2,29	79,59	0,45	3,62	94,38	0,54	2,92	77,89	0,43
3	4,35	71,40	0,56	3,76	90,43	0,46	3,78	79,13	0,05	3,05	67,60	0,04
4	4,98	113,09	0,20	4,11	127,17	0,11	5,52	131,80	0,54	4,43	115,14	0,43
5	6,98	89,85	0,62	5,58	97,96	0,46	7,68	101,10	0,67	6,12	90,45	0,53
6	9,03	93,67	0,64	7,07	97,91	0,47	9,94	107,90	0,71	7,88	92,22	0,55
7	10,99	95,13	0,61	8,47	91,37	0,44	12,15	104,87	0,69	9,59	85,12	0,53
8	12,74	96,39	0,55	9,71	83,84	0,39	14,24	97,04	0,65	11,21	76,58	0,51
9	14,43	98,26	0,53	11,05	86,39	0,42	16,41	95,95	0,68	12,93	78,30	0,54
10	16,09	108,30	0,52	12,45	103,31	0,44	18,68	130,21	0,71	14,75	108,58	0,57
11	19,57	97,12	1,09	15,06	102,38	0,81	20,92	110,53	0,70	16,54	92,07	0,56
12	24,05	11,66	1,40	18,82	9,02	1,18	23,87	8,90	0,92	19,00	7,47	0,77

Mayores derivas de piso se dan en la planta 12 debido a que existen solo cuatro columnas; este piso no se contempló en el diseño original. Ver figura 8e.

Con derivas de piso inelásticas mayores a 0.1% se presenta daño en la mampostería (Filiatrault, 2015). Las derivas de piso encontradas justifican el daño que se presentó en la mampostería de la estructura.

En la figura 11 se presentan las derivas de piso encontradas en el análisis sísmico en sentido transversal y longitudinal.

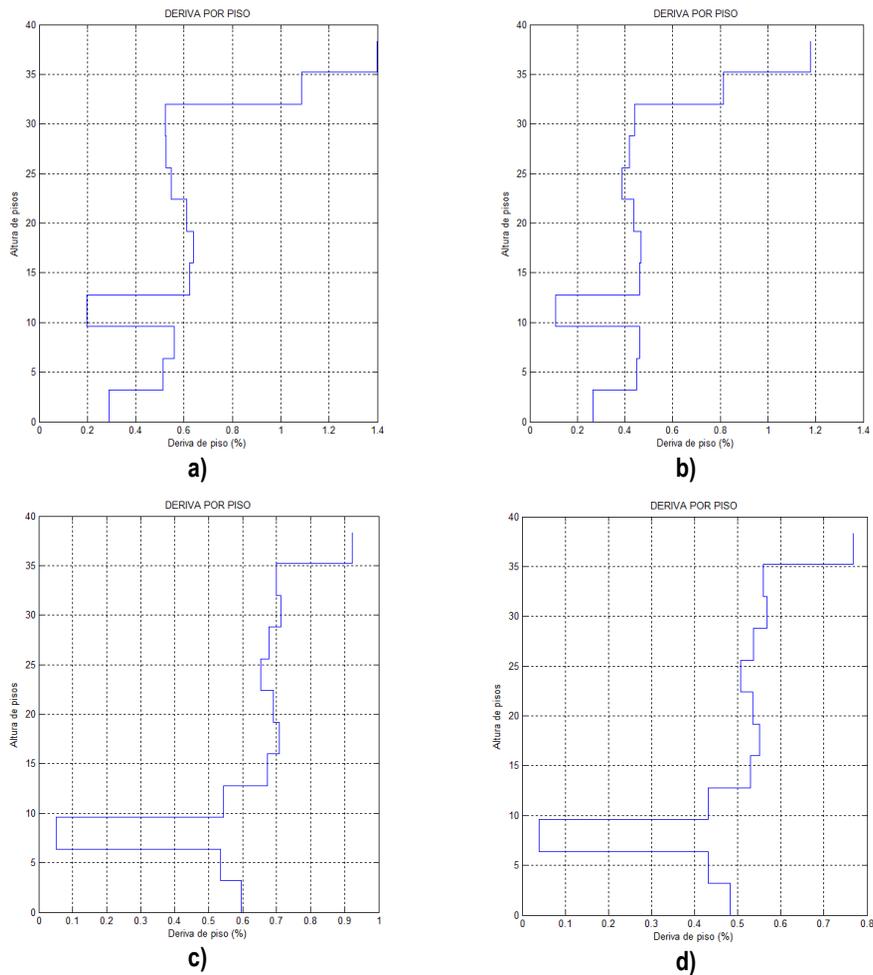


Figura 11 Derivas de piso: a) Sentido Transversal **E-W**; b) Sentido Transversal **N-S**; c) Sentido Longitudinal **E-W**; d) Sentido Longitudinal **N-S**.

7.2. Método Espectral a Nivel de Pórtico

En la tabla 8 se presenta la respuesta dinámica espectral tanto del pórtico D, ver figura 9b, como del pórtico 2, ver figura 9d. Donde p es el desplazamiento y P es la fuerza lateral.

El pórtico D es de siete pisos razón por la cual en los niveles 1, 2, 3, 11 y 12 el valor es cero, esto ocurre también en el pórtico 2 en los niveles 11 y 12.

En comparación con la tabla 7 donde se obtienen los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas, se puede apreciar que los desplazamientos a nivel de pórtico son similares y las fuerzas son proporcionales al número de pórticos que existe en el sentido de análisis.

Tabla 8 Desplazamientos y Fuerzas en el Pórtico D y Pórtico 2

piso	Análisis Sentido Transversal				Análisis Sentido Longitudinal			
	Pórtico D				Pórtico 2			
	COMPONENTE E-W		COMPONENTE N-S		COMPONENTE E-W		COMPONENTE N-S	
	p (cm)	P (T)	p (cm)	P (T)	p (cm)	P (T)	p (cm)	P (T)
1	0,00	0,00	0,00	0,00	1,84	5,27	1,50	4,51
2	0,00	0,00	0,00	0,00	3,49	8,58	2,82	7,08
3	0,00	0,00	0,00	0,00	3,62	7,19	2,92	6,15
4	2,29	18,85	1,97	21,20	5,30	11,98	4,25	10,47
5	3,82	14,98	3,45	16,33	7,43	11,23	5,93	10,05
6	5,39	15,61	5,02	16,32	9,65	11,99	7,66	10,25
7	6,96	15,85	6,59	15,23	11,84	11,65	9,35	9,46
8	8,33	16,06	7,98	13,97	13,91	10,78	10,96	8,51
9	9,62	16,38	9,26	14,40	16,07	10,66	12,68	8,70
10	11,09	18,05	10,63	17,22	18,34	14,47	14,50	12,06
11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

7.3. Sistema de Un Grado de Libertad Equivalente

Para determinar los parámetros de un sistema de un grado de libertad equivalente se precisa obtener los períodos y el primer modo de vibración equivalente, mismos que se representan en la tabla 9, para lo cual se trabaja con la sub matriz K_{xx} de la ec. (1) y la matriz de masas m de los dos sentidos de análisis, motivo por el cual se obtiene valores diferentes.

Tabla 9 Períodos y Modos de Vibración Equivalentes

	Análisis Sentido Transversal						Análisis Sentido Longitudinal					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Períodos	1,061	0,342	0,189	0,160	0,118	0,085	1,138	0,336	0,181	0,163	0,101	0,073
	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10	11	12
	0,065	0,052	0,045	0,039	0,035	0,034	0,058	0,050	0,043	0,037	0,034	0,030
Primer Modo de Vibración	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
	-0,002	-0,005	-0,009	-0,015	-0,023	-0,033	0,006	0,011	0,011	0,017	0,025	0,033
	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10	11	12
	-0,042	-0,050	-0,058	-0,065	-0,071	-0,075	0,041	0,049	0,057	0,064	0,071	0,076

Se determina la tabla 10 a partir de emplear la ecs. (12-18), se puede apreciar que la altura equivalente h_{ef} de los dos sentidos de análisis en promedio es de 25,00 m. que corresponde de manera proporcional al octavo nivel de la estructura; al comparar con la tabla 7 se observa que los desplazamientos en el piso 8 son muy semejantes a los que se calcularon a través del sistema de un grado de libertad equivalente.

Tabla 10 Sistema de Un Grado de Libertad Equivalente

	A. S. Transversal		A. S. Longitudinal	
	COM E-W	COM N-S	COM E-W	COM N-S
K_{ef} (t/m)	14759,05		13796,47	
M_{ef} (ts ² /m)	420,63		452,97	
h_{ef} (m)	25,50		24,72	
Wn_{ef} (Hz)	5,92		5,52	
T_o (s)	1,06		1,14	
q_o (cm)	12,71	10,74	13,72	10,80
F_o (T)	1876,00	1584,97	1892,83	1490,65

8. Análisis Estructural Con Interacción Suelo Estructura

Para la ciudad de Manta el tipo de suelo que corresponde es *C*, la velocidad de onda de corte V_{s30} será igual a la que proporciona la NEC-15, en el capítulo de peligro sísmico, peso específico del suelo $\gamma = 1.60 \text{ t/m}^3$, coeficiente de poisson $\nu = 0.28$, la aceleración inicial del espectro elástico *PGA* es igual al máximo valor del registro sísmico de Manta fraccionado para la gravedad g expresada en *gals*, en las componentes E-W y N-S.

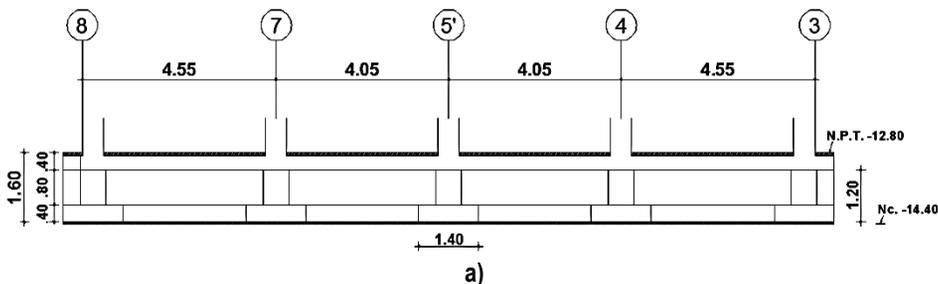
La tabla 11 determina el módulo de rigidez y la velocidad de onda de corte del suelo, para lo cual se aplicó las ecs. (19-21).

Tabla 11 Rigidez del suelo para un perfil tipo C, en componentes E-W y N-S

Tipo de Perfil	Vs30	Componente	PGA	G_{max}	G/G_{max}	G	Vs
C	360	E-W	0,4052	21159,18	0,748	15827,94	311,36
		N-S	0,5248		0,703	14879,47	301,89

Rigideces de la Cimentación de la Estructura

En la figura 12 se presentan las características y configuración de la cimentación.



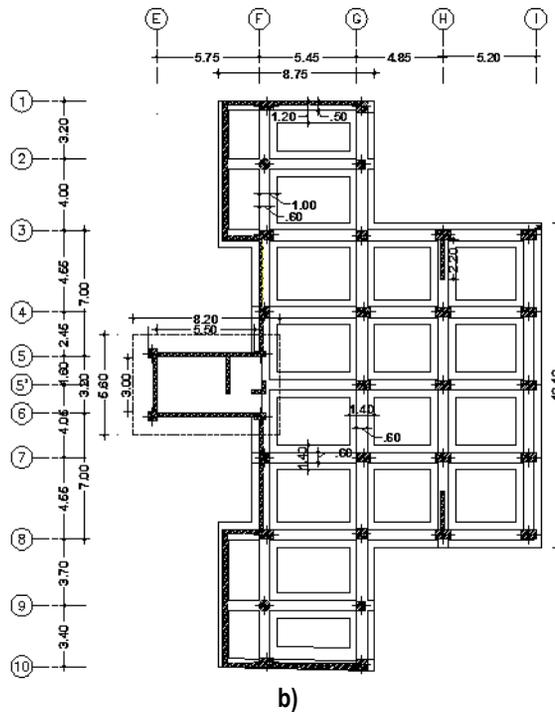


Figura 12 a) Corte Longitudinal De Cimentación En Eje I; b) Planta de Cimentación N-14.40

Tanto la rigidez horizontal como la rigidez rotacional dependen de los parámetros que proporciona la tabla 2, para ilustrar cómo se realiza este estudio se presenta de manera particular el cálculo de la viga de cimentación del eje I, en componente E-W.

Para rotación alrededor del eje Y de la viga de cimentación figura 12.

LT = Longitud total de la cimentación = 18.10 m, $L = LT/2 = 9.05$ m, AT = ancho total de la cimentación = 1.40 m, $B = AT/2 = 0.70$ m, h = altura total de la viga = 1.20 m, e = espesor zapata = 0.40 m, b = ancho viga = 0.60 m, D = altura de desplante viga cimentación = 1.60 m

Rigidez Horizontal

Rigidez Superficial

$$K_Y = \frac{2GL}{2 - \nu} \left[2 + 2.5 \left(\frac{B}{L} \right)^{0.85} \right]$$

$$K_Y = \frac{2 * 15827.937 * 9.05}{2 - 0.25} \left[2 + 2.5 \left(\frac{0.70}{9.05} \right)^{0.85} \right] = 373883.705$$

$$K_x = K_y - \frac{0.2GL}{0.75 - \nu} \left[1 - \left(\frac{B}{L} \right) \right]$$

$$K_x = 373883.705 - \frac{0.2 * 15827.937 * 9.05}{0.75 - 0.25} \left[1 - \left(\frac{0.70}{9.05} \right) \right] = \mathbf{321018,396}$$

Factor por Desplante

$$\eta_x = \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{Z_w A_w}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$$

$$\eta_x = \left[1 + 0.15 \sqrt{\frac{1.60}{0.70}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{1.1231 * 45.52}{0.70 * 9.05^2} \right)^{0.4} \right] = \mathbf{1.8361}$$

Factor de Rigidez Dinámica

$$\alpha_x = \mathbf{1}$$

$$Kd = K_x * \eta_x * \alpha_x$$

$$KdI = 321018,396 * 1.8361 * 1 = \mathbf{589426,298 t/m}$$

Rigidez Rotacional

Rigidez Superficial

$$K_{YY} = \frac{G}{1 - \nu} I_y^{0.75} \left[3 \left(\frac{L}{B} \right)^{0.15} \right]$$

$$K_{YY} = \frac{15827.937}{1 - 0.25} 691.803^{0.75} \left[3 \left(\frac{9.05}{0.70} \right)^{0.15} \right] = \mathbf{12537292.925}$$

Factor por Desplante

$$\eta_{YY} = 1 + 0.92 \left(\frac{d_w}{B} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d_w}{D} \right)^{1.9} \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.6} \right]$$

$$\eta_{YY} = 1 + 0.92 \left(\frac{0.7429}{0.70} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{0.7429}{1.60} \right)^{1.9} \left(\frac{0.70}{9.05} \right)^{-0.6} \right] = \mathbf{3.4607}$$

Factor de Rigidez Dinámica

$$a_o = \frac{wB}{V_s}$$

$$a_o = \frac{5.4399 * 0.70}{311.362} = 0.01223$$

$$\alpha_{YY} = 1 - \left[\frac{0.55a_o^2}{\left(0.6 + \frac{1.4}{(L/B)^3}\right) + a_o^2} \right]$$

$$\alpha_{YY} = 1 - \left[\frac{0.55 * 0.01223^2}{\left(0.6 + \frac{1.4}{(9.05/0.70)^3}\right) + 0.01223^2} \right] = 0.99986$$

$$Kr = K_{YY} * \eta_{YY} * \alpha_{YY}$$

$$KrI = 12537292.925 * 3.4607 * 0.9999 = 43381879.564 \text{ t - m/rad}$$

La tabla 12 indica la contribución de todas las vigas de cimentación

Tabla 12 Contribución de todas las Vigas de Cimentación

Tipo de Perfil	Componente	Cimentación Sentido Transversal		Cimentación Sentido Longitudinal	
		Kd (t/m)	Kr (t-m/rad)	Kd (t/m)	Kr (t-m/rad)
C	E-W	4408450,55	671280782,87	5471274,47	471839540,67
	N-S	4144281,40	631049874,40	5143417,34	443535346,81

Períodos y Desplazamientos por Rigidez del Suelo

La tabla 13 indica el aporte del suelo en el cálculo, para los períodos se aplicaron las ecs. (33 y 34) y para los desplazamientos las ecs. (30 y 31).

Tabla 13 Períodos y desplazamientos por Rigidez del Suelo

	A. S. Transversal		A. S. Longitudinal	
	COM E-W	COM N-S	COM E-W	COM N-S
T_d (s)	0,075		0,067	
T_r (s)	0,058		0,069	
q_d (cm)	0,043	0,036	0,035	0,027
q_r (cm)	0,205	0,173	0,278	0,219

Períodos y Desplazamientos Interacción Suelo Estructura

De este modo, la tabla 14 determina el período y desplazamiento final con interacción suelo estructura ec. (29) y ec. (32).

Se puede apreciar en comparación con la tabla 10, que con interacción suelo estructura los períodos y desplazamientos son mayores, pero la ampliación por efecto de suelo es mínima.

Tabla 14 Períodos y Desplazamientos ISE

	A. S. Transversal		A. S. Longitudinal	
	COM E-W	COM N-S	COM E-W	COM N-S
T_s (s)	1,065		1,143	
q_s (cm)	12,959	10,948	14,032	11,051

9. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En este artículo para obtener desplazamientos y fuerzas en el centro de masas de la estructura se aplicó el método espectral, el mismo que dio como resultado derivas de piso no mayores a 0,70 % en los primeros diez pisos, lo que contrasta con el poco daño que sufrió la estructura; para los dos últimos niveles la deriva de piso excedió este valor al punto que en el nivel doce en componte E-W alcanzo el 1,40 %, esto se debe a la configuración de este planta la cual no se contempló en el diseño original y solamente posee cuatro columnas.

Con la metodología propuesta para hallar desplazamientos y fuerzas en cualquier pórtico, se obtuvieron resultados similares en desplazamiento y proporcionales en fuerzas. Lo que afirma la validez de esta teoría.

Finalmente en relación al modelo que consideró interacción suelo estructura, se apreció que el edificio de Manta por encontrarse en suelo tipo C, el factor de ampliación del suelo afectó muy poco a los períodos y desplazamiento, a su vez se debe considerar que una cimentación con Vigas T aporta un grado de empotramiento fuerte a la estructura, lo cual facultaría modelar la estructura sin tomar en cuenta la cimentación.

El desarrollo de esta investigación ha permitido incorporar nuevos programas para el cálculo de la respuesta dinámica espectral de cualquier pórtico al sistema de computación **CEINCI-LAB**. Se aspira aportar con este trabajo al desarrollo de la ingeniería sísmica.

AGRADECIMIENTO

Se deja constancia del aporte realizado por Byron Gallegos, en la revisión de este artículo y por el aporte de sus programas al sistema de computación **CEINCI-LAB** para la determinación de las rigideces de los resortes.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Aguiar, R. (2003). *Análisis Sísmico por Desempeño*. Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército 329
2. Aguiar, R. (2012). *Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB*. Instituto Panamericano de Geografía e Historia, IPGH, Quito.
3. Aguiar, R., & Mieles, Y. (2016). Análisis de los edificios que colapsaron en Portoviejo durante el terremoto del 16 de abril de 2016. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 21(3), 257-282.
4. ASCE/SEI 7-10, (2010), *Minimum design loads for buildings and other structures*, American Society of Civil Engineers, Virginia, EEUU.
5. Gallegos, B., (2015). *Interacción suelo estructura de edificios. Según ASCE-10 y la guía NERPH-NIST-2012*. V Encuentro Investigación en las Aulas, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.
6. Gazetas, G., and Stokoe, K.H. II, (1991), "Free vibration of embedded foundations: Theory versus experiment," *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 117, No. 9, pp. 1382-1401.
7. Gazetas, G., (2012), "Notas de clases; Dinámica de suelos," Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.
8. Hayes, G. P., Wald, D. J. & Johnson, R. L. Slab1.0: a three-dimensional model of global subduction zone geometries. *J. Geophys. Res. Solid Earth* **117**, B01302 (2012).
9. Kelleher, J. A. (1972) Rupture zones of large South American earthquakes and some predictions. *J. Geophys. Res.* **77**, 2087–2103.
10. Mendoza, C. & Dewey, J. W. (1984) Seismicity associated with the great Colombia-Ecuador earthquakes of 1942, 1958 and 1979: implications for barrier models of earthquake rupture. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **74**, 577–593.
11. Mylonakis, G., Nikolaou, S., and Gazetas, G., (2006), "Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 26, pp. 824-853.
12. NEHRP-NIST GCR 12-917-21,(2012), *Soil-Structure Interaction Building Structures*, Engineering Laboratory of the National Institute of Standards and Technology, Maryland.
13. Mendoza, C. & Dewey, J.W. Seismicity associated with the great Colombia-Ecuador earthquakes of 1942, 1958 and 1979: implications for barrier models of earthquake rupture. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **74**, 577_593 (1984).

14. Nocquet, J. (2016), Supercycle at the Ecuadorian subduction zone revealed after the 2016 Pedernales earthquake. *Nature Geoscience Journal*. 10, 145-149.
15. Tileylioglu, S., 2008, *Evaluation of Soil-Structure Interaction Effects from Field Performance Data*, Ph.D. Dissertation, University of California, Los Angeles, California.
16. Wong, H.L., and Luco, J.E., 1985, "Dynamic interaction between rigid foundations in a layered half space," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 5, No. 3, pp. 149-158.