

## APPLICATION OF BÉZIER CURVES IN THE DESIGN AND OPTIMIZATION OF CAMS FOR HIGH SPEED

Olmedo F <sup>(1)</sup>, Vasconez E <sup>(1)</sup>, Culqui B <sup>(1)</sup>, Piovan M <sup>(2)</sup>,

<sup>(1)</sup> Departamento de Energía y Mecánica. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. Av. General Rumiñahui s/n Valle de los Chillos, Ecuador. [jfolmedo@espe.edu.ec](mailto:jfolmedo@espe.edu.ec), [eavasconez2@espe.edu.ec](mailto:eavasconez2@espe.edu.ec), [bhculqui@espe.edu.ec](mailto:bhculqui@espe.edu.ec)

<sup>(2)</sup> Universidad Tecnológica Nacional- Facultad Regional Bahía Blanca, Facultad de Ingeniería Mecánica, Bahía Blanca, Argentina. [mpiovan@frbb.utn.edu.ar](mailto:mpiovan@frbb.utn.edu.ar)

Received: December 2017. Accepted: June 2018

### ABSTRACT

In this article the comparison of the dynamic response of a cam follower system is made between several laws of motion. The laws that are compared are the study of a hypothesis that is intended to validate denominated Bezier Degree 15, against standard laws used in the design of cams like polinomial law 3-4-5, polinomial law 4-5-6-7, the cycloidal law and the Bezier in stages. For this purpose three different dynamic models are used: a model of a degree of freedom that supports the residual vibration, the model that considers the flywheel to verify torsional vibration and a model of two degrees of freedom to identify the takeoff of the follower. Once the comparative advantages are demonstrated, the cam design and its subsequent construction are carried out. Then a study of the generated noise is made to support the proposal presented.

**Keywords:** Bezier, Cam, Dynamic modeling

## APLICACIÓN DE CURVAS DE BÉZIER EN EL DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE LEVAS PARA ALTA VELOCIDAD

### RESUMEN

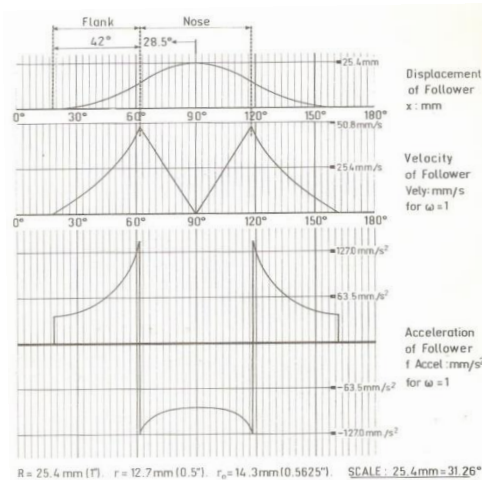
En este artículo se efectúa la comparativa de la respuesta dinámica de un sistema leva seguidor entre varias leyes de movimiento. Las leyes que se comparan son la hipótesis de estudio que se pretende validar denominada Bézier Grado 15, frente a leyes estándar utilizadas en el diseño de levas como la ley polinomial 3-4-5, la ley polinomial 4-5-6-7, la ley cicloidal y la Bézier a tramos. Se recurre para tal fin tres modelos dinámicos diferentes que son: un modelo de un grado de libertad que sustenta la vibración residual, el modelo que considera el volante de inercia para verificar vibración torsional y un modelo de dos grados de libertad para identificar el despegue del seguidor. Una vez evidenciadas las ventajas comparativas se efectúa el diseño de la leva y su posterior construcción.

Luego se realiza un estudio del ruido generado para mayor sustento a la propuesta presentada.

**Palabras clave:** Bézier, Levas, Modelamiento dinámico.

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente el laboratorio de mecanismos de la Universidad de las Fuerzas Armadas cuenta con el equipo de análisis de levas Tecquipment TM 21, el cual data del año 1979. Este equipo ha sido rehabilitado y automatizado, en trabajos de investigación previos en el aspecto de la adquisición de datos [1]. Sin embargo, la parte mecánica, es decir las levas originales que se utilizan en dicho equipo no han sido renovadas, creándose un desfase entre la teoría y la práctica de laboratorio debido a que estas levas eran diseñadas mediante una sucesión de arcos tangentes entre sí y probablemente fabricadas con maquinaria convencional, lo que conlleva a que las curvas de aceleración del seguidor sean siempre discontinuas, ver Fig. 1 [2].



**Figura 1.** Desplazamiento, velocidad y aceleración de las levas del TM21

Este hecho viola el principio del diseño de las levas [3] que se evidencia por el ruido del golpeteo generado. La teoría matemática de las levas ha evolucionado de la mano de los procesos de manufactura pudiéndose encontrar en la literatura especializada un sinnúmero de leyes de desplazamiento, las cuales son estructuradas a tramos para generar el perfil de la leva, lo que implicará que alguna de las derivadas del desplazamiento sean discontinuas. La hipótesis que se plantea en el presente trabajo es utilizar para el perfil, las curvas de Bézier. La curva de Bézier fue desarrollada por Pierre Étienne Bézier para reconstruir matemáticamente las formas libres de las carrocerías y tiene la característica de ser globalmente deformable y predecible [4]. La curva de Bézier será aplicada en este estudio para garantizar que la ley del seguidor subida-reposo-bajada y todas las funciones cinemáticas, velocidad, aceleración, sobre aceleración y demás derivadas sean continuas, con lo que se tendrá un

funcionamiento suave y silenciosos. Esto va a ser validado mediante una comparativa entre la hipótesis y las leyes usuales con el objeto de construir la leva mencionada. En el estudio comparativo se utilizan tres modelos dinámicos y se resuelven tres ecuaciones diferenciales, ya que cada una de ellas toma en consideración diferentes parámetros, que definen vibración, vibración torsional y despegue del seguidor. Para esto se utilizará el programa de análisis computacional Wolfram Mathematica. Finalmente se construirá la leva con el perfil de Bézier, con el fin de comprobar de manera práctica los resultados obtenidos en el estudio dinámico. Se pretende finalmente que los estudiantes que toman el curso de mecanismos perciban el vínculo entre teoría y práctica en lo referente a la práctica de levas.

## 2. GENERACIÓN DEL PERFIL

En el presente trabajo se realizó un estudio comparativo entre la hipótesis propuesta que se denominará Bézier Grado 15 y cuatro leyes de desplazamiento estandarizadas: polinomial 3-4-5, polinomial 4-5-6-7, cicloidal y Bézier a tramos [5].

Una curva de Bézier paramétrica de grado  $n$  es una combinación lineal de polinomios de la base de Bernstein  $B_i^n(u)$  sobre un dominio unitario, Ec. (1)

$$B_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (1)$$

Dónde:

$n$ = grado del polinomio;  $i$ = contador de 0 a  $n$

Esta operación genera un vector, cuya transpuesta a su vez es multiplicado por un polígono de control  $P$ . Para generar la curva de Bézier grado 15 se utilizó la herramienta iterativa *Manipulate[]* del software Wolfram Mathematica, con la cual se sintonizó el vector puntos de control al requerimiento subida-reposo-bajada. Por tanto, el polígono de control que se utiliza es:

$$P^T = [0,0,0,0,1.5,15,0.868,0.868,0.868,0.868,1.5,1.5,0,0,0,0].$$

Obteniéndose la curva Bézier Grado 15 de la Ec. (2) correspondiente a la Fig. 2.

$$s(\theta) = -2047.5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^{11} + 2047.5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{11} \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^4 - 4344.34 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^9 + \\ 4344.34 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^9 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^6 + 4504.5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^{10} - 4504.5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{10} \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^5 + \\ 5585.58 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^8 - 5585.58 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^8 \left(\frac{\theta}{\beta} - 1\right)^7 \quad (2)$$

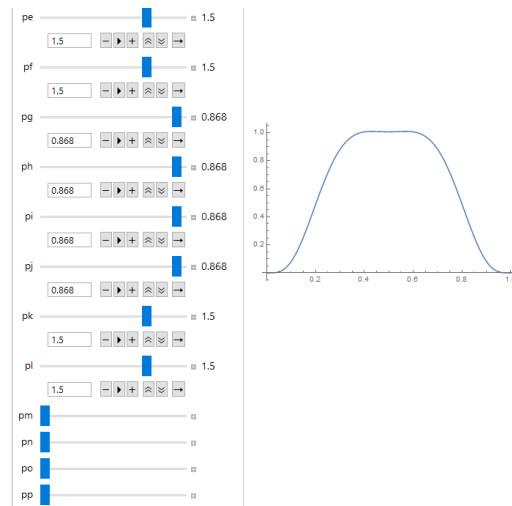


Figura 2. Ley Bézier Grado 15 propuesta

Cabe aclarar que esta ecuación representa subida-reposo alto-bajada, descartándose incluir el reposo bajo debido a la complejidad de la ecuación resultante, complejidad que no tendría sentido si se busca una utilidad práctica del diseño propuesto. La ecuación final por tanto es la Ec. (3).

$$S(\theta) = \begin{cases} s(\theta), & 0 \leq \theta \leq \beta \\ 0, & \beta \leq \theta \leq 360^\circ \end{cases} \tag{3}$$

### 3. MODELAMIENTO DINÁMICO

- Vibración residual

El modelo matemático de un grado de libertad se basa en la configuración del equipo de levas TM 21 del laboratorio de mecanismos de la Universidad de las Fuerzas Armadas como se observa en la Fig.3.

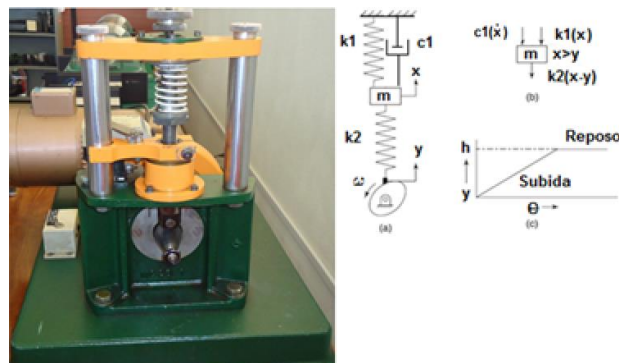


Figura 3. Equipo TM21 y sistema masa resorte

Se supone que  $k2 \gg k1$  y que  $x > y$

$$\sum F = m \ddot{x}$$

$$\sum F = -k_1x - c_1\dot{x} - k_2(x - y) = m \ddot{x} \tag{4}$$

La ecuación diferencial a resolverse es por tanto Ec. (5):

$$m \ddot{x} + c_1\dot{x} + (k_1 + k_2)x = k_2y \tag{5}$$

Dónde:

m = masa del seguidor; c<sub>1</sub> = amortiguación hidráulica; k<sub>1</sub> = rigidez del resorte; k<sub>2</sub> = rigidez del seguidor; y = ley del seguidor

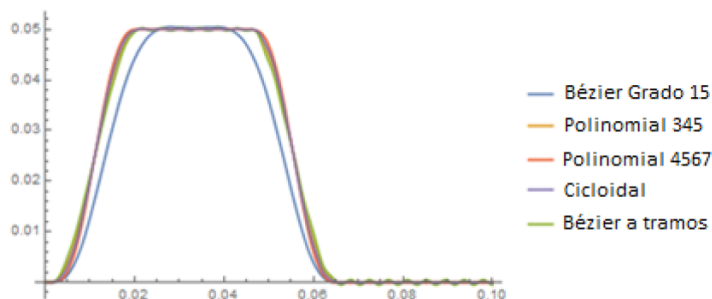
Para resolver la Ec. (5) es necesario introducir los parámetros físicos e inerciales definidos previamente, Tabla 1

**Tabla 1:** Parámetros inerciales [5]

<b>Nombre de la propiedad o parámetro</b>	<b>Valor</b>
Constante de resorte real, k1 en [N/m]	4030
Rigidez del actuador/seguidor, k2 en [N/m]	330000000
Amortiguamiento, c en [N*s/m]	8.642
Masa del sistema, m [kg]	1.3
Altura/alzada de la leva, h [m]	0.05

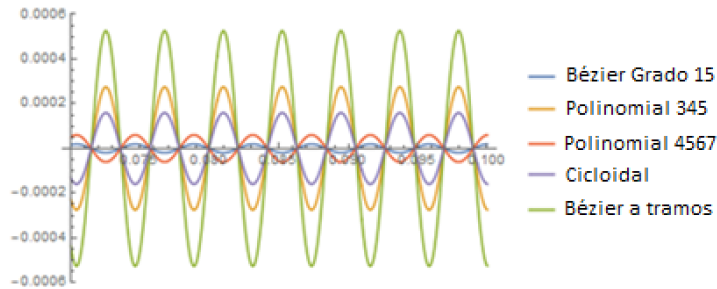
Como también las ecuaciones del desplazamiento de las diferentes leyes de desplazamiento utilizadas en este estudio. Se integran las ecuaciones mediante el software Wolfram Mathematica utilizando el comando `NDSolve[]` que resuelve numéricamente la ecuación diferencial, `Evaluate[]` para evaluar el resultado y `Plot[]` para visualizar gráficamente los mismos con la cual se puede realizar la comparación.

En la Fig. 4 se puede observar los resultados de la solución de la Ec.5, donde se compara el comportamiento dinámico de las cinco leyes del seguidor utilizadas.



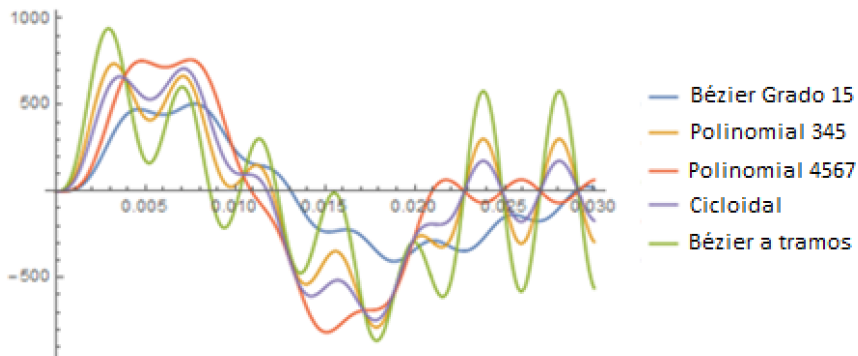
**Figura 4.** Resultado gráfico de desplazamientos EDO 1 grado libertad

Para observar de manera más clara y objetiva cuál de los perfiles tiene mejor comportamiento dinámico o menor vibración residual se genera la Fig. 5, la cual es un acercamiento del tramo correspondiente al detenimiento en la bajada del seguidor



**Figura 5.** Vibración residual en el reposo bajo

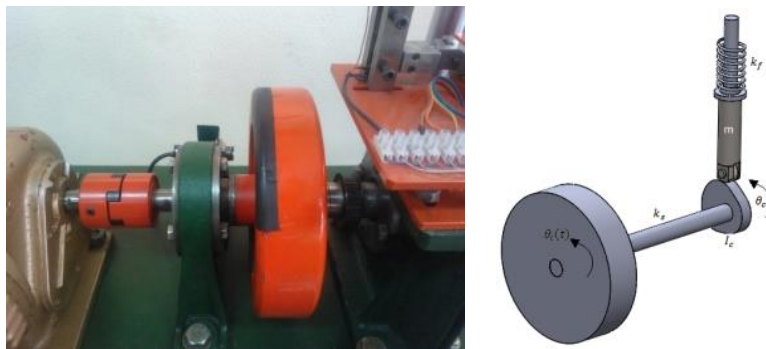
La curva de aceleración de la Fig. 6 es directamente proporcional a las fuerzas de inercia que percibe el seguidor, claramente se observa que la curva más ventajosa es la propuesta en el presente estudio Ec.(2) tanto por la menor cantidad de oscilaciones como por su menor valor relativo.



**Figura 6.** Aceleración del seguidor

- **Vibración torsional**

El equipo TM21 posee un volante de inercia que provee estabilidad al sistema, controlando las fluctuaciones de velocidad, ver Fig.7, en vista de que por lo tanto se inducen vibraciones torsionales se efectúa en este apartado la correspondiente comparativa



**Figura 7.** Esquema del equipo de levas con volante de inercia

Así pues, las ecuaciones de movimiento se pueden obtener de la sumatoria de pares de torsión [6].

$$\sum T = I \ddot{\theta} \tag{6}$$

Que desarrollados da, Ec.(7):

$$I \ddot{\theta}_c + k_s [\theta_c(t) - \theta_i(t)] = T_{leva} \tag{7}$$

Dónde:

$I$  = momento de inercia de masa;  $\ddot{\theta}_c$  = aceleración angular de la leva;  $k_s$  = rigidez del eje;  $\theta_c$  = posición angular de la leva;  $\theta_i$  = posición angular del volante de inercia;  $T_{leva}$  = Par torsional de la leva

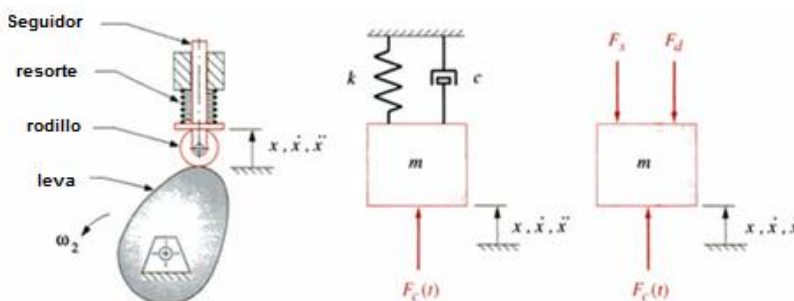
Para obtener el Torque externo se iguala la potencia de entrada con la potencia de salida [7] en el sistema leva seguidor, Ec. (8).

$$T_{leva} \dot{\theta}_c = F_c \dot{x} \tag{8}$$

Dónde:

$F_c$  = Fuerza de contacto;  $\dot{x}$  = velocidad del seguidor;  $\dot{\theta}_c$  = velocidad angular de la leva

La fuerza de contacto resulta de la sumatoria de fuerzas actuantes sobre la leva, ver Fig. 8.



**Figura 8.** Esquema de la leva y diagrama de cuerpo libre

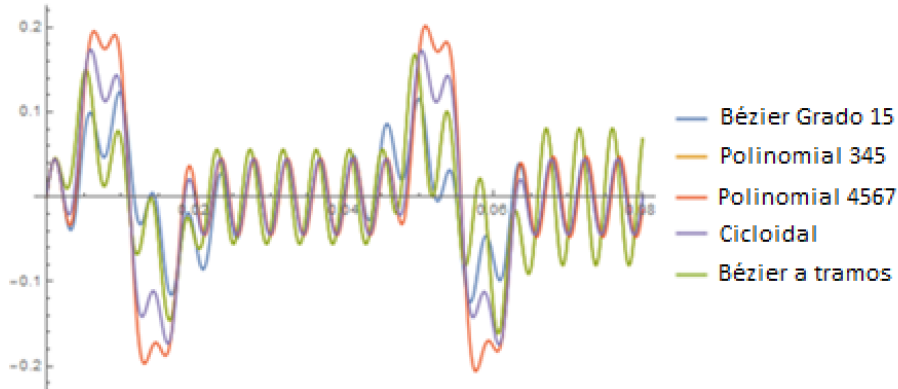
La fuerza cinetostática de contacto está dada por Ec.9:

$$F_c(t) = -m \ddot{x} - c \dot{x} - k_f x \quad (9)$$

Reemplazando la Ec. (9) en la (8) y (7) se obtiene la siguiente ecuación diferencial, Ec. (10)

$$I \ddot{\theta}_c + k_s [\theta_c(t) - \theta_i(t)] + (m \ddot{x} + c \dot{x} + k_f x) \frac{\dot{x}}{\dot{\theta}_c} = 0 \quad (10)$$

Los valores que se grafican en la Fig. 9 corresponden a la diferencia que existe entre la posición angular de la leva y la posición angular del volante de Inercia:

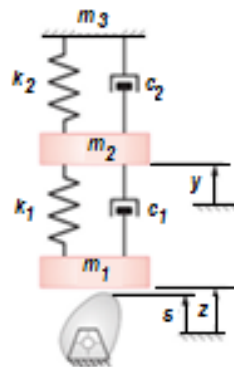


**Figura 9.** Vibración torsional

La gráfica muestra que la leva Bézier Grado 15 exhibe mejor control de la vibración torsional.

- **Modelo dinámico para predecir el despegue del seguidor**

Es importante añadir el análisis de despegue entre el seguidor y la leva, ya que de esta manera se determina la ley que mejor resiste el incremento de velocidad angular en la leva sin evidenciar despegue del seguidor. El modelo que predice el salto o despegue, es el modelo de dos grados de libertad según la Fig. 10.



**Figura 10.** Modelo de dos masas simplificado

Este modelo matemático toma en cuenta que la masa del sistema está dividida entre el seguidor y el efector final. Para plantear la ecuación diferencial se puede usar el método de ensamblaje directo usado en el estudio de elementos



finitos, donde se considera  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  las masas en los nodos del sistema de resortes por tanto las matrices de rigideces y amortiguación parciales son:

$$\begin{array}{cc} \text{Nodos 1 y 2} & \text{Nodos 2 y 3} \\ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Efectuando el ensamblaje se obtiene, Ec. (11):

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Dónde:

$k_1$  = rigidez del vástago del seguidor;  $k_2$  = rigidez del resorte de cierre de fuerza;  $c_1$  = amortiguación del vástago del seguidor;  $c_2$  = amortiguación viscosa del seguidor con respecto a tierra;  $m_1$  = masa equivalente concentrada en el lado del rodillo;  $m_2$  = masa equivalente concentrada en el lado del efector;  $m_3$  = masa ficticia de la referencia fija;  $F_c$  = fuerzas de contacto;  $s$  = ley de la leva;  $z$ ,  $y$  = respuestas dinámicas de  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente

Es claro que  $k_1 \gg k_2$

Considerando que el nodo correspondiente a la masa  $m_3$  es fijo, el sistema de ecuaciones diferenciales queda, Ec. (12):

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Usando los parámetros  $y$  y  $z$  de la Fig. 10 y tomando en cuenta que la fuerza externa en la masa  $m_1$  es la fuerza de contacto  $F_c(t)$ , Ec. (13).

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Finalmente desarrollando la Ec. (12) se obtienen dos ecuaciones diferenciales Ec.(14) y (15).

$$c_1 \dot{z} - c_1 \dot{y} - k_1 y + k_1 z + m_1 \ddot{z} = F_c \quad (14)$$

$$\dot{y}(c_1 + c_2) + z(k_1 + k_2) - c_1 \dot{z} - k_2 z + m_2 \ddot{y} = 0 \quad (15)$$

Las cuales se resuelven de la siguiente manera:

Inicialmente se considera que el seguidor y la leva no se separan, por tanto  $z = s$ , siendo  $s$  la ley del seguidor, por tanto, se resuelve numéricamente la

Ec.15, reemplazando la  $z$  por  $s$  como si se tratara de un sistema de un grado de libertad, Ec. 16, con condiciones iniciales cero.

$$\dot{y}(c_1 + c_2) + s(k_1 + k_2) - c_1\dot{s} - k_2s + m_2\ddot{y} = 0 \quad (16)$$

De la solución de Ec. (16) se obtiene  $\dot{y}$ ,  $y$ . Luego se evalúa para cada tiempo la fuerza de contacto (Ec. 15) según el formato indicado en la Ec.17

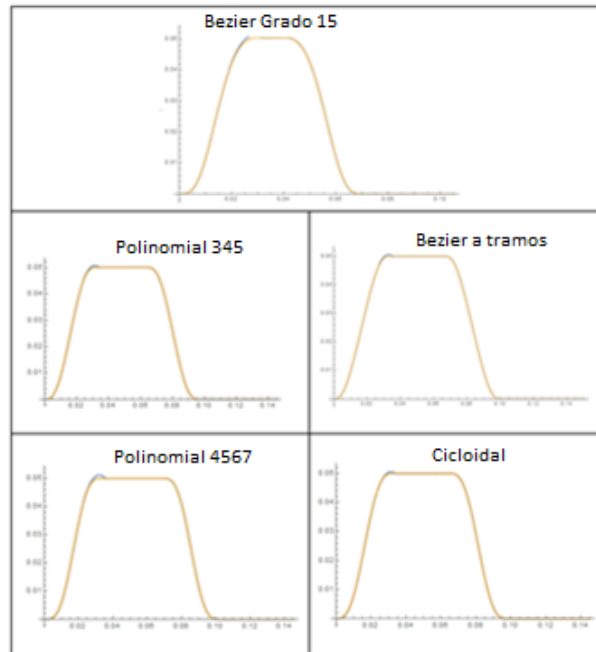
$$c_1\dot{s} - c_1\dot{y} - k_1y + k_1s + m_1\ddot{s} = F_c \quad (17)$$

Se determina el instante  $t_1$  en que esta fuerza se hace cero, lo que implica el inicio del despegue. De la solución de Ec. 16 se determina el desplazamiento  $y(t_1)$  y la velocidad  $\dot{y}(t_1)$ , también se considera que  $z(t_1) = s(t_1)$  y  $\dot{z}(t_1) = \dot{s}(t_1)$ , siendo estas las cuatro condiciones iniciales necesarias para resolver el sistema homogéneo de dos grados de libertad, Ec. 18 y 19:

$$c_1\dot{z} - c_1\dot{y} - k_1y + k_1z + m_1\ddot{z} = 0 \quad (18)$$

$$\dot{y}(c_1 + c_2) + z(k_1 + k_2) - c_1\dot{z} - k_2z + m_2\ddot{y} = 0 \quad (19)$$

En esta segunda solución se testea  $z$  contra  $s$ , cuando  $z \leq s$ , nuevamente se establece el contacto y nuevamente se debe usar la Ec. (16) con la (17). Una vez resuelto el modelo se puede observar la gráfica de la respuesta del sistema de ecuaciones diferenciales, Fig. (11), aquí se puede identificar una ligera prominencia al momento de finalizar la etapa de subida. Esta prominencia es la evidencia del despegue del seguidor.



**Figura 11.** Respuesta dinámica del despegue

Finalmente se determinó la sensibilidad al despegue en función de la velocidad angular para los cinco perfiles comparados, Tabla II.

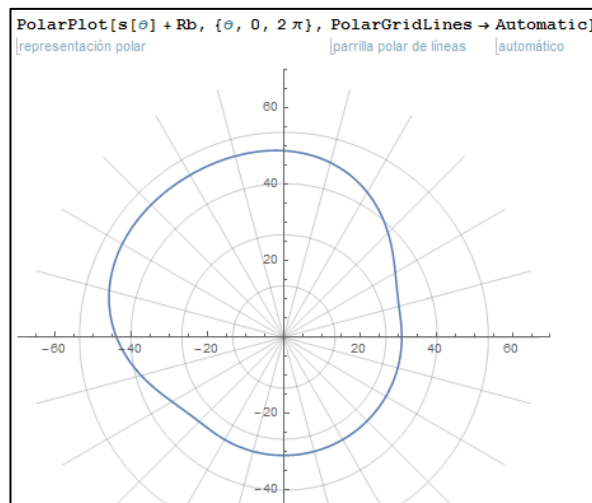
**Tabla 2:** Sensibilidad al despegue

Leva	Velocidad [rpm]	Tiempo [s]
Bézier Grado 15	570	0.9
Polinomio 345	415	1.5
Polinomio 4567	390	1.38
Cicloidal	410	1.38
Bézier a tramos	400	1.62

Se constata nuevamente que el perfil Bézier Grado 15 es la que más retarda el despegue del seguidor con respecto a la velocidad.

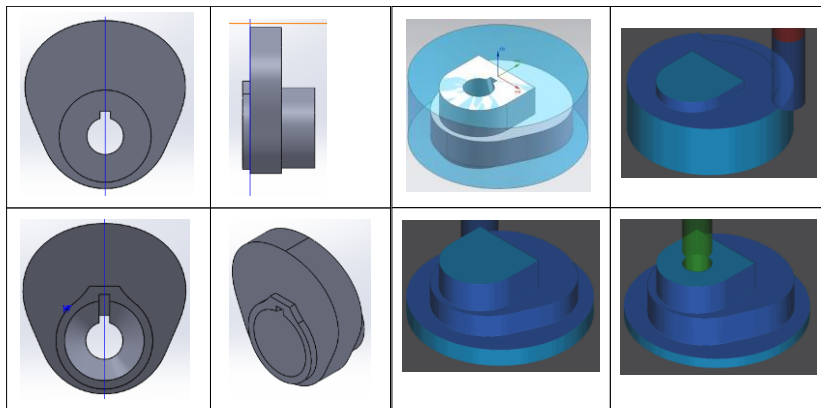
#### 4. FABRICACIÓN DE LA LEVA PROPUESTA

Una vez comprobadas las características satisfactorias del perfil propuesto se procede a desarrollar el modelo CAD, utilizando el software Mathematica para generar el perfil de la leva según la Fig. 12.



**Figura 12.** Perfil de la leva de Bézier Grado 15

Este perfil posteriormente será convertido a una región y luego a un archivo \*.dxf. En la Fig. 13 se observa el modelo final y el Postprocesado CAM



**Figura 13.** Modelamiento CAD/CAM

Para su mecanizado final según Fig. 14.



**Figura 14.** Leva final

## 5. PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO

- **Comparaciones previas**

La prueba de funcionamiento de la leva se la realizó con el fin de constatar el desempeño de la misma, en lo que al ruido generado se refiere, al ser sometida a altas velocidades en el equipo de levas del laboratorio de mecanismos Tecquipment TM21.

Para lo cual se utilizó un sonómetro digital JTS1357 con capacidad de 30 a 130 dB, ver Fig.15.



**Figura 15.** Sonómetro digital

Generando los siguientes resultados, Tabla III. Donde se muestra los valores obtenidos de ruido de la leva Bézier Grado 15, la leva propia del equipo original TM21 y una leva Polinomial 345.

**Tabla 3:** Tabulación del ruido a distinta velocidad

	Bézier Grado 15		Leva Equipo TM 21		Polinomial 345	
	RPM	dB	RPM	dB	RPM	dB
40	145	73.4	159	70	158	72.5
45	180	78.2	188	72	187	76.4
50	210	79	220	74	219	80.4
55	240	79.2	250	75.7	248	81.4
60	280	81.3	285	77.6	273	82.4
65	310	81.5	313	80.6	308	83.9
70	345	82	353	82.8	342	85.3
75	395	86.5	388	94.7	384	88.7

De la Tabla III se efectúa la regresión polinomial lineal

$$Bezier = 25.93808 + 0.57355 x - 0.002045 x^2 + 0.000002483 x^3 \quad (20)$$

$$Leva Equipo TM21 = 0.41488 + 0.84929x - 0.0033286 x^2 + 0.000004537 x^3 \quad (21)$$

$$Polinomial = 2.293766 + 0.78001x - 0.002606 x^2 + 0.000003025 x^3 \quad (22)$$

Se observa en la Fig.16 que a partir de los 335 rpm la leva Bézier Grado 15 propuesta tiene más nivel de ruido, antes de esta velocidad la leva cóncava original del equipo tiene menor nivel en virtud de que no posee reposo alto.

Sin embargo, después de la velocidad indicada, la ley Bézier Grado 15 muestra su ventaja en la reducción de ruido.

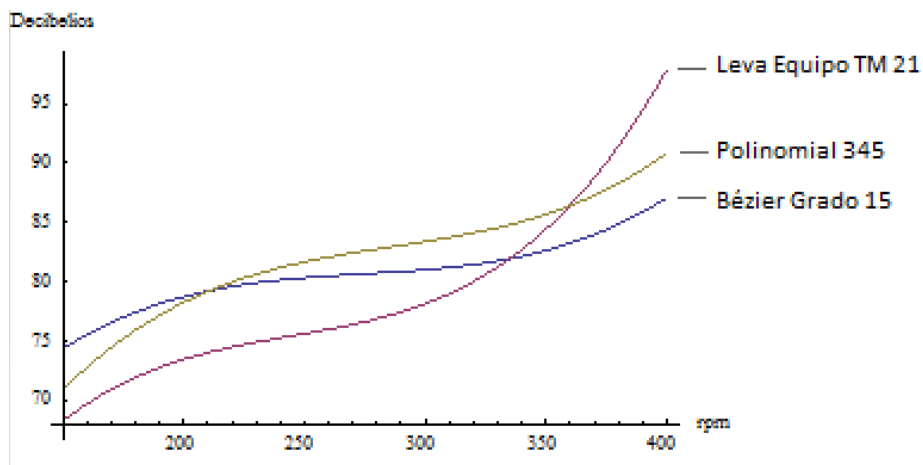


Figura 16. Gráfica de valores obtenidos del sonómetro digital

## CONCLUSIONES

El principal objetivo de este trabajo que fue dotar al equipo TM21 de una leva acorde a la teoría actual de Bézier específicamente desarrollando una curva paramétrica de grado 15 de tal manera que la teoría y la práctica de laboratorio guarden concordancia. Si bien la leva de Bézier ofrece mejor respuesta dinámica en todos los aspectos, su uso se vería limitado por el escaso control que presenta en la temporización exacta de los eventos. Se podría profundizar el proyecto para resolver la incertidumbre de que la mejora observada es causa de la continuidad de la ecuación y/o al hecho de que las subidas o bajadas presentan menos pendiente y por lo tanto las aceleraciones disminuyen drásticamente. Se verificó que la leva diseñada ofrece mejor control al ruido sobre los 335 rpm comparada con las levas construidas con las leyes convencionales. El presente trabajo fue desarrollado usando el método de los parámetros concentrados, se podría continuar la investigación usando el método de elementos concentrados usando análisis estructural transitorio. También se evidenció que las curvas polinomiales de más alto grado tienen mejor control de vibración, pero son más sensibles al despegue del seguidor.

## REFERENCIAS

1. Salazar David, Juiña Alberto, (2015), "Automatización del equipo de levas TECQUIPMENT TM21 062 para efectuar un estudio teórico y experimental de la incertidumbre proveniente de la manufactura". Disponible en: <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/11432>
2. Manual de usuario Tecquipment TM21.

3. R.L. Norton, (2003), "Cam Design and Manufacturing Handbook", New York: Industrial Press, pp.22.
4. College of Engineering and Engineering Technology CEET, Northern Illinois University, (s.f.), "Geometric Modeling". Disponible en: <http://www.ceet.niu.edu/faculty/kim/mee430/chapter-5.pdf>.
5. F. Olmedo, M.T. Piován, J. Echeverría, (2015), "Dinámica de levas planas. Análisis de incertidumbre de tipo paramétrico en altas velocidades".
6. H. Rothbart, (2004), "Cam Design Handbook", Mc. Graw Hill, vol.1, pp.374–376.
7. R.L. Norton, (2003), "Cam Design and Manufacturing Handbook", New York: Industrial Press, pp.241.